S. 804. B. 147

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE

TOME IX

PARIS.

GAUTHIER-VILLARS

IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER

QUAI DES AUGUSTINS, 55

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME IX.

S. 804. B. 147.

DE L'IMPRIMERIE DE A. FIRMIN DIDOT,
IMPRIMEUR DU ROI ET DE L'INSTITUT, RUE JACOB, N° 24.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME IX.

PARIS,

CHEZ FIRMIN DIDOT FRÈRES, LIBRAIRES,

RUE JACOB, N° 24.

1830.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME IX.

PARIS,

CHEZ FIRMIN DIDOT FRÈRES, LIBRAIRES,

RUE JACOB, N° 24.

1830.

TABLE

DES MÉMOIRES CONTENUS DANS CE VOLUME,

Qui est le neuvième *de la collection des Mémoires de l'Académie des Sciences, depuis l'ordonnance de* 21 *mars* 1816.

Pages

MÉMOIRE sur l'équilibre des fluides, par M. POISSON 1

NOTE sur les racines des équations trancendantes, par M. POISSON. 89
(Le tome X contient des remarques de M. FOURIER sur le même sujet.)

EXTRAIT DU MÉMOIRE sur l'intégration des équations aux différences partielles, par M. A. L. CAUCHY 97

EXTRAIT DU MÉMOIRE sur quelques séries analogues à la série de Lagrange, sur les fonctions symétriques, et sur la formation directe des équations que produit l'élimination des inconnues entre des équations algébriques données, par M. A. L. CAUCHY. 104

MÉMOIRE sur l'équation qui a pour racines les moments d'inertie principaux d'un corps solide, et sur diverses équations du même genre, par M. A. L. CAUCHY 111

MÉMOIRE sur le mouvement d'un système de molécules qui s'attirent ou se repoussent à de très-petites distances et sur la théorie de la lumière, par M. A. L. CAUCHY 114

DÉMONSTRATION analytique d'une loi découverte par M. Savart et relative aux vibrations des corps solides ou fluides, par M. A. L. CAUCHY 117

MÉMOIRE sur la torsion et les vibrations tournantes d'une verge rectangulaire, par M. A. L. CAUCHY 119

Pages

Recherches statistiques sur l'état actuel des usines à fer de la France, en l'année 1825, par M. A. Héron de Villefosse.... 125

Recherches statistiques sur les métaux en France, par M. A. Héron de Villefosse..... 144

Mémoire sur la mesure et le calcul des azimuts propres à la détermination des longitudes terrestres, par M. Puissant..... 185

Mémoire sur la proportion des naissances des filles et des garçons, par M. Poisson..... 239

Note *relative au Mémoire de M. Poisson sur* le mouvement de la terre autour de son centre de gravité, *inséré dans le VII^e^ volume de cette collection*..... 309

Mémoire sur l'écoulement des fluides élastiques dans les vases et les tuyaux de conduite, par M. Navier..... 311

Quelques considérations sur les fièvres putrides, devenues malignes, par M. le baron Portal..... 379

Recherches sur l'élasticité des corps qui cristallisent régulièrement, par M. Félix Savart..... 405

Expériences sur les canaux semi-circulaires de l'oreille dans les oiseaux, par M. Flourens..... 455

Expériences sur les canaux semi-circulaires de l'oreille, dans les mammifères, par M. Flourens..... 467

Nouvelles expériences sur le système nerveux, par M. Flourens. 478

Observations et remarques sur la nature et le traitement de l'hydropisie avec des palpitations du cœur, et particulièrement sur le ramolissement de cet organe, par M. le baron Portal..... 499

Mémoire sur l'électro-chimie et l'emploi de l'électricité pour opérer des combinaisons, par M. Becquerel..... 551

Mémoire sur la coudée septennaire des anciens égyptiens et les différents étalons qui en ont été retrouvés jusqu'à présent, par M. S. Girard..... 591

Nouvelles recherches sur la structure et les développements de l'ovule végétale, par M. Mirbel..... 609

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE.

Analyse des travaux de l'Académie royale des sciences, pendant l'année 1826.

PARTIE MATHÉMATIQUE,

Pages

Par M. le baron Fourier, secrétaire-perpétuel. . . . . j

Analyse des travaux de l'Académie royale des sciences, pendant l'année 1826.

PARTIE PHYSIQUE,

Par M. le baron Cuvier, secrétaire-perpétuel . . . . . xcvij

Éloge historique de M. le baron Ramond, par M. le baron Cuvier, secrétaire-perpétuel clxix

Éloge historique de MM. Hallé, Corvisart et Pinel, par M. le baron Cuvier, secrétaire-perpétuel. . . . . cxcvij

ERRATA.

Mémoire sur l'écoulement des fluides élastiques.

L'équation (50), page 367, *ligne* 17, doit être écrite

$$\varpi - \varepsilon' = \varpi \frac{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}{\frac{2\mathfrak{C}\lambda\chi}{\omega} + \frac{\omega^2}{\Omega'^2} + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}.$$

HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE.

ANALYSE

Des Travaux de l'Académie royale des Sciences, pendant l'année 1826.

PARTIE MATHÉMATIQUE.

PAR M. LE BARON FOURIER, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

GÉOMÉTRIE.

PARMI les recherches importantes qui doivent le plus contribuer aux progrès de l'analyse mathématique et à ses applications, les géomètres ont placé depuis long-temps les travaux de M. Legendre sur les fonctions elliptiques et sur les intégrales définies qu'il a nommées *eulériennes*. L'illustre auteur a publié, dans le cours des années 1825 et 1826, un ouvrage spécial, intitulé *Traité des fonctions elliptiques et*

des intégrales eulériennes, avec des tables pour en faciliter le calcul numérique. Le premier volume de ce traité contient la théorie des fonctions elliptiques, et son application à différents problèmes de géométrie et de mécanique. On trouve dans le second les méthodes pour construire les tables elliptiques, le recueil de ces tables, et le traité des intégrales eulériennes. Dans un appendice qui termine ce grand ouvrage l'auteur traite deux questions importantes : l'une a pour objet le développement d'une fonction dont les divers coefficients sont des transcendantes analogues aux fonctions elliptiques, et coïncident avec elles dans un certain cas, ce qui a lieu pour le calcul des perturbations des planètes. La seconde question traitée dans l'appendice est une des plus générales et des plus utiles que les géomètres aient considérées, celle des quadratures.

Dans l'avertissement qui précède ce traité, M. Legendre en fait connaître très-distinctement l'objet et les résultats. Nous allons les indiquer brièvement.

La partie la plus étendue et en même temps la plus importante de l'ouvrage que l'auteur a publié sous le nom d'Exercices de calcul intégral, est celle qui traite des fonctions elliptiques, de leur application à différents problèmes de géométrie et de mécanique, et de la construction des tables nécessaires pour l'usage de ces fonctions. Cette partie, ainsi que celle qui concerne les intégrales définies *eulériennes,* sont reproduites dans ce nouveau traité avec un grand nombre d'additions dont l'objet est de perfectionner la théorie de ces transcendantes et d'en étendre les applications. Parmi les changements et améliorations que l'on trouve dans la première partie, intitulée Théorie des fonctions

elliptiques, on se borne à citer, comme présentant de nouveaux résultats, les chapitres XXVIII, XXIX, XXX, et surtout le chapitre XXXI, qui contient la découverte d'une nouvelle échelle de modules différente de l'échelle connue.

Les applications de la théorie à différents problèmes de géométrie et de mécanique forment la seconde partie du tome premier : on y remarquera de nouveaux développements très-étendus sur la surface du cône oblique, et une section entièrement nouvelle sur l'orbite décrite en vertu d'une force centrale donnée. C'est surtout dans cette partie que se manifestent les avantages des méthodes proposées par l'auteur, soit pour faire découvrir de nouvelles solutions, soit pour perfectionner et compléter des solutions que les méthodes ordinaires avaient laissées imparfaites : par exemple, celle qui se rapporte au grand problème du mouvement d'un corps attiré vers deux centres. Une troisième partie, qui sert de complément au Traité des fonctions elliptiques, est uniquement destinée à la construction des tables.

Dans cette partie, placée au commencement du tome II, on trouve, non seulement l'exposition des méthodes qui peuvent servir à construire les tables elliptiques dans différentes hypothèses sur leur forme et sur leur étendue, mais en général tous les détails de pratique nécessaires pour calculer les valeurs des fonctions dites de première et de seconde espèce, avec tout le degré d'approximation que peuvent donner les grandes tables trigonométriques de Briggs.

Il importe à l'histoire de la science de remarquer que cette nouvelle branche d'analyse, à laquelle l'auteur a donné le nom de Théorie des fonctions elliptiques, est fondée en grande partie sur les bases établies dans le chapitre V, concernant

la forme la plus simple de ces fonctions et leur division en trois espèces; d'où est résulté un système de nomenclature et de notation, propre à représenter ces fonctions dans les usages ordinaires de l'analyse, et à faciliter la recherche de leurs propriétés.

C'est ce système de dénomination qu'Euler avait en vue dans la remarque suivante : « Il importerait surtout de découvrir un ordre de signes propres à exprimer dans le calcul « les arcs elliptiques, aussi facilement que l'on y a introduit « les logarithmes et les arcs de cercle, notation qui a beaucoup contribué aux progrès de l'analyse. Un tel système « de signes donnera lieu à une nouvelle espèce de calcul. » *Novi Comment. Petropo.* tom x, p. 4.

Les premières recherches sur les intégrales en arcs d'ellipse ou d'hyperboles sont dues à Maclaurin et d'Alembert. On découvrit ensuite des propriétés fort remarquables de la lemniscate. Euler commença à former une théorie générale; Lagrange a cultivé avec succès cette branche de l'analyse, et un géomètre anglais y fit une heureuse et singulière découverte qui aurait pu ouvrir une route nouvelle : mais personne n'a entrepris d'accomplir le vœu formé par Euler. L'auteur de ce traité est le seul qui se soit proposé ce but important et il y est heureusement parvenu. Les premières découvertes de M. Legendre datent de 1786. Il n'a point cessé d'approfondir et d'étendre cette théorie; il en a tellement perfectionné toutes les parties qu'il sera toujours regardé comme le fondateur. Par des efforts renouvelés à de grands intervalles de temps, il a complété presque entièrement la théorie, et il en a rendu l'application facile par des tables fort étendues dont il a exécuté lui-même tous les calculs.

La seconde partie du tome II traite de ces deux sortes d'intégrales définies dont Euler s'est beaucoup occupé dans plusieurs de ses ouvrages, et qui conserveront le nom d'Eulériennes.

L'auteur, qui avait traité ce sujet dans ses Exercices du calcul intégral, les reproduit sous une forme plus simple à quelques égards : il y a joint, à raison de l'analyse du sujet, les résultats contenus dans d'autres parties du même ouvrage, sur une sorte d'intégrales qu'on peut rapporter aux intégrales eulériennes indéfinies de la seconde espèce, et qui se calculent par différentes méthodes, suivant les limites dans lesquelles ces intégrales doivent être prises. C'est ce genre de transcendantes qui a offert à l'auteur le moyen de trouver l'intégrale complète d'une équation différentielle analogue à l'équation de Riccati, mais beaucoup plus générale.

Enfin, pour que ce nouvel ouvrage devînt un traité pour ainsi dire complet des transcendantes les plus connues ou les plus utiles après les arcs de cercle et les logarithmes, l'auteur a cru devoir terminer le second volume par le chapitre de son précédent ouvrage, qui traite du développement de la fonction $(1-2a\cos.\varphi+a^2)^{-n}$, n étant un exposant fractionnaire. On sait que les coefficients de cette fonction sont des transcendantes qui ont en général beaucoup d'analogie avec les fonctions elliptiques de la première et de la seconde espèce.

Rien n'a été négligé pour que cet ouvrage devînt utile dans différents genres de recherches, soit par les nombreuses formules qu'il contient, soit par les tables dont il offre un recueil aussi varié qu'étendu.

On ne trouverait dans aucun autre ouvrage des calculs numériques dirigés par des formules aussi propres à abréger

le travail et exécutés avec un aussi grand degré de précision. Les applications que l'auteur fait de son analyse à la géométrie, concernent la surface du cône oblique, la détermination de l'aire de l'ellipsoïde, la ligne la plus courte sur la surface du sphéroïde; les applications à la mécanique sont indiquées par les titres suivants :

Du mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un point fixe;

Du mouvement d'un corps attiré vers deux centres fixes;

Tableau général des cas principaux du problème;

Solution du problème général lorsque la courbe décrite est à double courbure;

Du mouvement rectiligne d'un corps attiré vers deux centres fixes;

Sur l'attraction des ellipsoïdes homogènes;

Sur l'orbite décrite en vertu d'une force centrale donnée.

Dans le tome second, la section qui traite des quadratures contient les articles suivants :

Formules générales pour les quadratures;

Examen d'un cas particulier fort remarquable;

Moyen d'exprimer toute intégrale proposée par un arc de courbe;

Formule pour calculer avec précision les longueurs de tout arc de courbe proposé.

Nous terminons ici l'indication sommaire des questions d'analyse pure et des applications qui sont l'objet de ce nouvel ouvrage de M. Legendre. Ce traité intéressera dans tous les temps les plus grands géomètres, par l'étendue et l'importance du sujet, par ses rapports avec les progrès de l'analyse, enfin par l'extrême clarté de l'exposition dans les re-

cherches les plus difficiles, et l'art si nécessaire d'achever les solutions et d'en déduire la connaissance effective des phénomènes.

L'impression des Mémoires de l'Académie avait été retardée par diverses circonstances. Les mêmes obstacles n'existent plus aujourd'hui, et les dispositions actuelles garantissent une publication régulière. Les tomes cinquième et sixième des nouveaux Mémoires, et un volume contenant les Mémoires des Savants étrangers, ont été imprimés récemment; on s'occupe sans interruption de l'impression des tomes suivants, et l'on réunit les Mémoires qui doivent composer les tomes VIII et IX et un nouveau volume des Mémoires des Savants étrangers.

Afin de suppléer autant que possible aux publications retardées, et pour donner du moins une connaissance sommaire des recherches qui étaient l'objet des travaux de l'Académie, on avait regardé comme nécessaire de présenter avec plus d'étendue les extraits des Mémoires lus dans le cours de chaque année; mais ces analyses, quelque soin que l'on y apporte, ne peuvent remplir leur objet que bien imparfaitement: il est préférable, sous tous les rapports, que les Mémoires soient publiés promptement et dans leur entier. Toutefois il est convenable d'insérer dans l'analyse des travaux de l'année les titres exacts des Mémoires présentés par les auteurs, afin que le lecteur puisse connaître sans aucun retard l'objet de chaque recherche.

Les Mémoires dont on est redevable à M. Poisson, et qui ont été ou seront imprimés dans la collection de l'Académie ou autres recueils scientifiques, et qui se rapportent à l'année 1826, sont les suivants:

Un Mémoire sur la théorie du magnétisme en mouvement: il a été publié divers extraits de cet ouvrage, qui intéresse à la fois les nouveaux progrès de la physique et les applications de l'analyse;

Un Mémoire sur la théorie des sphéroïdes : l'extrait suivant qui était joint au Mémoire, indique très-distinctement l'objet et quelques résultats principaux de ce travail.

Quoique cette question soit au nombre de celles qui ont le plus occupé les géomètres, on verra cependant, en lisant ce Mémoire, qu'elle présentait encore quelques difficultés qui n'avaient pas été remarquées, particulièrement dans le cas où le point attiré est très-rapproché de la surface. Il serait difficile de donner une analyse succincte des discussions dans lesquelles on est entré, et des conséquences que l'auteur a déduites. On se borne ici à l'énumération des objets que l'on a traités. Ce Mémoire est divisé en trois paragraphes: dans le premier, on examine avec soin, sous le rapport de la généralité, différentes formules dont on fait usage dans cette théorie, et que l'on emploie aussi pour résoudre d'autres problèmes de mécanique ou de physique; le second est relatif aux formules générales de l'attraction des corps de forme quelconque; dans le troisième, on considère spécialement le cas des sphéroïdes peu différents d'une sphère. Cet examen fournit l'occasion de rappeler le théorème sur l'équilibre d'une masse fluide homogène tournant autour d'un axe fixe, que M. Legendre a démontré dans son premier Mémoire sur la figure des planètes.

M. Poisson a présenté, dans la séance du 11 décembre, un Mémoire sur le calcul numérique des intégrales définies, et, le 26 décembre, une note sur les racines des équations trans-

cendantes. Cette dernière note est imprimée dans le Bulletin des Sciences de la Société Philomatique.

Dans une discussion à laquelle a donné lieu la lecture d'un Mémoire de physiologie, présenté par M. Dutrochet, correspondant de l'Académie, M. Poisson a communiqué diverses remarques concernant l'effet des actions capillaires; il a publié une note sur le même objet, dans un recueil très-important, dont on est redevable à M. Magendie. Journal de physiologie expérimentale et pathologique, octobre 1826.

M. Cauchy a présenté, dans le cours de l'année 1826, plusieurs Mémoires dont l'objet est indiqué par les titres suivants :

Note sur l'analyse des sections angulaires;

Mémoire sur un nouveau genre de calcul analogue au calcul infinitésimal;

Sur le développement des fonctions en séries périodiques;

Sur la résultante et la projection de plusieurs forces appliquées à un même point;

Sur l'intégration des équations linéaires d'ordre pair entre deux variables;

Sur une formule générale relative à la transformation des intégrales prise entre les limites 0 et ∞ de la variable;

Sur un nouveau genre d'intégrales;

De l'influence que peut avoir sur la valeur d'une intégrale double l'ordre dans lequel on effectue les intégrations;

Sur la nature des racines de quelques équations transcendantes;

Sur l'équation qui a pour racine les moments d'inertie principaux d'un corps solide, et sur diverses équations du même genre;

Sur les intégrales définies qui renferment des sinus et des cosinus.

Le même auteur a présenté aussi, le 26 décembre 1826, un Mémoire intitulé : Usage du calcul des résidus pour la solution des problèmes de physique mathématique. La nature de ces ouvrages ne nous permettrait point d'en faire connaître l'objet avec quelque détail, sans recourir à l'emploi des signes propres au calcul.

M. Girard a lu, le 9 janvier, une notice sur le nouveau canal qui s'exécute aux États-Unis, entre le lac Erié et la rivière d'Hudson. La longueur de ce canal, qui forme la première partie d'une communication navigable entre l'Océan Atlantique et le golfe du Mexique, par l'Ohio et le Mississipi, est de 132 lieues de 25 au degré. Les travaux en ont été commencés en 1817 et terminés en 1825. C'est le 4 novembre de cette dernière année que les premiers bateaux qui sont descendus du lac Erié par le canal sont arrivés à New-York. Cet heureux événement a été célébré dans cette ville par une fête nationale. Pour donner une juste idée de la sagesse et de l'économie avec laquelle cette grande entreprise a été dirigée, il suffit de dire que la dépense des travaux n'a été que de 44 millions 572 mille francs, c'est-à-dire de 76 mille francs environ par kilomètre de longueur, somme inférieure à la dépense qu'une même longueur de canal de mêmes dimensions a jusqu'à présent exigée en Europe.

On appréciera tous les avantages que le pays doit espérer de cette communication, par le revenu que le gouvernement de New-York en a déja retiré.

En 1825, le produit du péage perçu sur les marchandises transportées par cette voie a été de 3 millions 240 mille francs.

Il s'est élevé en 1826 à 5 millions 390 mille francs, accroissement de produits véritablement extraordinaire, d'où l'on est fondé à conclure qu'en moins de sept années les revenus de l'entreprise auront suffi pour le remboursement du capital employé dans l'exécution.

M. Girard a présenté, le 13 février, un quatrième Mémoire, dans lequel il traite des canaux de navigation considérés sous le rapport de la chute et de la distribution de leurs écluses.

Le savant auteur, après avoir développé dans ses trois précédents Mémoires les divers avantages que l'on trouve à réduire les chutes des écluses pour obtenir tout à la fois l'économie de l'eau nécessaire à l'entretien de la navigation, et l'économie d'argent pour la construction des ouvrages, considère dans ce quatrième Mémoire les écluses mises en activité, et recherche comment la durée de leur manœuvre peut modifier les avantages dont il s'agit.

Lorsque les bateaux cheminent en convoi sur une certaine portion de canal dont la pente est rachetée par des sas accolés, on trouve qu'il y a économie à diminuer les chutes partielles d'un corps d'écluses multiples, et à répartir une charge donnée de marchandises sur un plus grand nombre de bateaux plus petits; proposition digne de remarque, et dont la plupart des canaux à point de partage offriront des applications. Sur une voie de communication quelconque, l'effet utile qu'on obtient a toujours pour expression une quantité proportionnelle au produit de la masse transportée, par la longueur du chemin qu'on lui fait parcourir.

Or dans un canal de navigation, entre deux extrémités

données, l'avantage d'un système de distribution d'écluses sur un autre système, n'est autre chose que le rapport de l'effet utile à la dépense qu'on est obligé de faire pour obtenir cet effet. L'auteur s'est occupé d'assigner ce rapport, et il trouve que pour rendre l'avantage cherché le plus grand possible, il faut réduire la chute des écluses à n'être plus que la douzième ou même la quinzième partie de la chute qu'on est dans l'usage de leur donner. Cette conséquence montre combien est préférable le système des écluses à petites chutes, dont M. Girard s'est proposé de démontrer l'utilité.

M. Navier a présenté, le 5 mai, un Mémoire sur un chemin de fer à double voie entre Paris et le Havre. L'objet de ce Mémoire intéresse l'examen de questions importantes qui ont attiré l'attention des particuliers et celle de l'administration publique.

M. Navier a lu, dans la séance du 21 août, un Mémoire contenant les résultats de recherches expérimentales sur la résistance que diverses substances opposent à la rupture déterminée par un effet de tension.

Ces expériences avaient pour objet principal d'obtenir les moyens de calculer avec exactitude la résistance des tuyaux, ou en général des vases d'une figure quelconque, dans l'intérieur desquels on a renfermé un fluide soumis à une forte pression. Le fondement de cette recherche était la connaissance de la force qui est nécessaire pour rompre les substances avec lesquelles les parois des vases sont formées, lorsque ces substances sont exposées à une tension longitudinale. On a donc soumis à des expériences de ce genre les divers corps avec lesquels les vases sont communément exécutés, et dont la force de cohésion n'était pas

suffisamment déterminée par des expériences antérieures. Ces corps sont la tôle de fer, la tôle de cuivre, le plomb laminé, le verre et le cristal. Nous indiquerons sommairement les résultats de ces expériences, qui ont été faites avec toutes les précautions nécessaires pour en assurer l'exactitude.

	Résistance moyenne pour un millimètre carré de la section transversale.
Tôle de fer tirée dans le sens du laminage.....	41 kilogrammes.
Idem perpendiculairement au sens du laminage.....	36,4
Tôle de cuivre.....	21,1
Plomb laminé.....	1,35
Tubes et tiges pleines, en verre et en cristal.....	2,18

Le fer commence à s'allonger sensiblement, et paraît s'altérer sous des charges égales aux $\frac{2}{3}$ au moins de celles qui produisent la rupture. Le même effet a lieu pour le cuivre, avec des charges égales à la moitié de celles qui produisent la rupture; et pour le plomb, avec des charges qui surpassent un peu cette moitié. Le fer s'allonge quelquefois de $\frac{1}{10}$ de sa longueur avant de rompre, et le cuivre des $\frac{2}{3}$ de cette longueur, les dimensions transversales diminuant en conséquence. Le plomb, après s'être alongé de $\frac{1}{10}$ environ, s'étire lentement sous la dernière charge qui produit la rupture.

Il se présente, dans les questions relatives à la résistance des solides, une remarque importante qui a fixé l'attention de l'auteur : elle consiste en ce que, dans la plupart des cas, la paroi des vases est tendue à la fois suivant plusieurs directions, tandis que les substances que l'on soumet aux expériences ne sont jamais tendues que dans un sens. Or,

on pouvait penser que par l'effet de l'existence simultanée de ces diverses tensions, la matière de la paroi pouvait être affaiblie, en sorte qu'elle ne présenterait plus, suivant une direction déterminée, la même force qui avait été observée dans les expériences. Pour reconnaître si cette cause d'erreur avait effectivement lieu ou non, on a fait rompre deux vases sphériques en tôle de fer, d'environ $0^{m},30$ de diamètre sur $2\frac{1}{2}$ millimètres d'épaisseur, par des pressions intérieures de plus de 160 atmosphères. Les efforts qui ont déterminé la rupture, calculés d'après le théorème énoncé ci-dessus, répondaient à des tensions de 46 kilogrammes par millimètre carré, à peu près égales à celles qui avaient été trouvées par les expériences directes, et même un peu supérieures, ce que l'on a attribué à ce que la tôle était de meilleure qualité. On a cru pouvoir en conclure qu'une substance tirée à la fois dans plusieurs sens présentait néanmoins, dans chaque direction, la même résistance à la rupture que si cette direction était la seule suivant laquelle la substance fût sollicitée.

On avait publié depuis peu quelques observations faites à Edimburgh sur la force des tuyaux de plomb. Les résultats calculés par les règles précédentes se sont accordés exactement avec les expériences qui avaient été faites directement pour déterminer la force de cohésion de cette substance.

M. Ampère a lu, dans les séances du 4 et du 11 septembre, une note sur une nouvelle expérience électro-dynamique qui a été répétée en présence de l'Académie, et qui constate l'action d'un disque métallique en mouvement sur une portion du conducteur voltaïque plié en hélice. Cette recherche

avait été proposée par M. Arrago, et en effet elle devait se présenter naturellement à celui qui a observé le premier les actions magnétiques dues aux mouvements de rotation. Toutefois il était nécessaire de connaître par l'expérience si l'effet produit serait sensible. Une première tentative n'avait pas résolu la question; mais l'appareil ayant été établi avec plus de soin, l'action s'est manifestée.

Des observations récentes ont fait connaître une nouvelle comète périodique. M. Bouvard a présenté, dans la séance du 10 avril 1826, une note contenant l'extrait de plusieurs lettres de M. Gambart, écrites de Marseille, au sujet de la comète découverte en Allemagne le 27 février par M. le capitaine Biéla de Josephstadt, et aperçue à Marseille le 9 mars suivant par M. Gambart, qui n'avait pas connaissance de l'observation de M. Biéla.

L'Académie a reçu aussi, le même jour et sur le même sujet, la communication de deux lettres de M. Schumacher, datées d'Altona, l'une du 28 mars 1826, l'autre du 30 mars. Ces lettres contiennent les résultats des recherches de M. Clausen, un des adjoints de M. Schumacher. Elles demeurent déposées aux archives de l'Académie, ainsi que la note qui rappelle les observations et les calculs de M. Gambart.

Il résulte, de ces différentes pièces, que M. Gambart, en France, et M. Clausen, en Allemagne, s'occupaient en même temps de la théorie de cette comète. Après avoir calculé ses éléments paraboliques et remarqué leur ressemblance avec les éléments des comètes de 1772 et de 1805, ils reconnurent que la comète de 1826 avait déja paru à ces deux époques, et qu'elle avait fait cinq révolutions de 1772 à 1805, et trois révolutions de 1805 à 1826. Les deux auteurs ont calculé

les éléments elliptiques qui représentent assez bien les observations de la dernière apparition, et ils ne doutent pas de l'identité en admettant une révolution d'environ six ans et trois quarts, ou un peu plus de 2400 jours. M. Gauss avait déja trouvé que les observations de la comète de 1805 étaient mieux représentées par une ellipse de cinq ans que par une parabole. Cette nouvelle comète périodique a été l'objet des recherches de M. Damoiseau. Nous ne faisons que citer ici le travail important qu'il a communiqué récemment à l'Académie.

Le 21 août 1826, M. Bouvard a communiqué des observations de MM. Gambart et Pons sur une nouvelle comète découverte le 7 août à Florence par M. Pons dans la constellation de l'Éridan.

L'Académie a reçu plusieurs communications au sujet de la comète découverte à Florence le 22 octobre 1826, dans la constellation du Bouvier, par M. Pons. M. Gambart, en envoyant ses éléments paraboliques, avait reconnu qu'elle passerait devant le soleil le 18 novembre. Le passage devant finir peu de temps après le lever du soleil, cette observation importante n'a pu être faite ni en Angleterre, ni à Paris, et l'on n'a pas été plus favorisé à Marseille : car le soleil ne s'est découvert que vers le temps où la comète a dû sortir de dessus le disque de cet astre. Cette comète, qui se meut dans une orbite inclinée de $89° \frac{1}{2}$ sur l'écliptique, a beaucoup exercé M. Walz de Nîmes, qui cultive l'astronomie avec autant de zèle que succès. Ayant été assez heureux pour retrouver et observer la comète le 28 novembre, dix jours après son passage au périhélie et lorsqu'elle commençait à se dégager des rayons solaires, il profita de son observation pour corriger

les éléments que l'on avait obtenus par des observations faites seulement dans la première branche de l'orbite. Les nombreuses observations que M. Walz a continuées pendant le mois de décembre n'ont indiqué que des corrections insensibles pour ses éléments; et ceux que M. Gambart a trouvés, par ses dernières recherches, s'en sont tellement rapprochés, que l'on doit regarder l'orbite parabolique de cette comète comme déterminée avec toute la précision désirable.

Une dernière comète de l'année 1826 a été découverte, à Florence, le 26 décembre, par M. Pons, dans la constellation d'Hercule. Elle a été aperçue un jour plus tard par M. Gambart.

M. Charles Dupin a publié en 1826 le deuxième et le troisième volume de son ouvrage intitulé *Cours normal* de géométrie et de mécanique appliquées aux arts. Le second volume (la mécanique) concerne les machines élémentaires, et renferme un grand nombre d'applications qu'on n'avait pas encore introduites dans les livres classiques. Le troisième traite des diverses espèces de forces employées dans les arts.

L'auteur présente des considérations nouvelles et des calculs sur les forces physiques de l'homme, sur les moyens de les accroître et d'en mieux diriger l'usage par le perfectionnement de nos sens.

Dans un discours lu à la séance publique du mois de juin 1826, M. Dupin a développé ses observations sur le sens de l'ouïe, considéré comme instrument de mesure dans ses applications aux arts et métiers et aux beaux-arts.

Le cours normal de géométrie et de mécanique appliquées aux arts est professé dans quarante-cinq ports et dans soixante-

cinq villes de l'intérieur. Le succès de cet enseignement dans les villes maritimes, et la nature des services qu'il y doit rendre, ont été développés par l'auteur dans un rapport général imprimé par ordre du gouvernement. S. Exc. le ministre de la marine a jugé les succès obtenus dignes d'être constatés, en ces termes, dans son rapport au Roi sur le budget de 1826 : « Par une disposition récente, les profes-« seurs des écoles hydrographiques ont été chargés de faire « un cours de géométrie et de mécanique appliquées aux « arts, semblable à celui qui a été ouvert à Paris, au Con-« servatoire des arts et métiers. Déja plus de cinq mille « artisans des villes maritimes suivent avec assiduité ce « cours, dont l'effet certain sera de substituer, sur les points « les plus industrieux de la France, les leçons d'une théorie « et d'une pratique éclairées aux procédés d'une routine « ignorante et aveugle. La plupart des villes dans lesquelles « ces cours sont établis en ont apprécié les avantages, et « elles se sont empressées de concourir aux légères dépenses « qu'ils ont nécessitées. »

S. Exc. le ministre de l'intérieur, par une disposition prise en 1826, sur la demande de M. Dupin, a décidé que quarante collections de modèles de géométrie seraient données aux quarante villes où le nouvel enseignement aurait fait le plus de progrès. Cet enseignement de la géométrie et de la mécanique appliquées aux arts, s'est déja répandu dans les états voisins de la France. On s'est empressé de traduire l'ouvrage dans divers pays, et les nations étrangères adoptent déja ce mode d'enseignement élémentaire des théories mathématiques qui intéressent les arts.

M. Charles Dupin, en ouvrant son cours, pour l'année 1826, a prononcé un discours qui a pour objet de comparer, sous le rapport des effets de l'enseignement populaire, trente-deux départements du nord, avec cinquante-quatre départements du midi de la France; il s'attache à prouver que la partie où l'instruction du peuple est le plus répandue, possède aussi le plus d'industrie, et contribue dans une plus forte proportion à la richesse de l'état, et aux établissements scientifiques.

L'auteur de ce travail a représenté sur une carte de France, par des teintes plus ou moins foncées, le degré d'instruction primaire des départements, afin de rendre plus sensibles les rapports qui sont l'objet de son Mémoire.

Le même auteur a achevé la publication de la deuxième édition des trois premières parties de ses voyages *dans la Grande-Bretagne : Force militaire, force navale* et *force commerciale.*

M. Fourier a remis, le 26 décembre, et lu dans la séance suivante un Mémoire sur la distinction des racines imaginaires, et sur l'application des théorèmes d'analyse algébrique à diverses équations transcendantes, et spécialement à celles qui dépendent de la théorie de la chaleur. Ce Mémoire sera publié par la suite dans la collection de l'Académie. L'auteur en a inséré un extrait assez étendu dans le Bulletin des Sciences de la Société Philomatique.

OUVRAGES IMPRIMÉS.

Nous donnerons ici l'énumération des ouvrages relatifs aux sciences mathématiques, et qui ont été offerts par MM. les Membres et les Correspondants de l'Académie, dans le cours de l'année 1826.

M. John Pond, astronome royal et de la Société de Londres : Observations faites à l'observatoire royal à Greenwich, pendant les mois d'avril, mai, juin, juillet, août et septembre 1825, 2 vol. in-4°.

M. Cauchy : Exercices de mathématiques, in-4°, 1826, plusieurs livraisons.

M. de Prony : Rapport fait à la cour royale sur la nouvelle et l'ancienne machine à vapeur établies au Gros-Caillou, in-8°, 1826.

M. James South, membre de la Société royale de Londres : 1° Observations sur les distances et les positions de 458 étoiles doubles ou triples, 1 vol. in-4°, 1826; 2° Catalogue de 838 étoiles doubles ou triples, communiqué à la Société royale de Londres, publié dans les Transactions philosophiques pour 1824 et 1826.

M. L. de Freycinet : Voyage autour du monde, fait par ordre du Roi, pendant les années 1817-1820, plusieurs livraisons.

M. Poinsot : Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés, avec des notes sur plusieurs points de la théorie des équations algébriques, par Lagrange, 3e édition conforme à celle de 1808, et précédée d'une analyse de l'ouvrage, par M. Poinsot, in-4°, 1826.

M. Ampère : Description d'un appareil électro-dynamique, in-8°, 1826.

M. le baron Charles Dupin : Géométrie et mécanique des arts et métiers et des beaux-arts, tom. II, mécanique, in-8°, 1826.

M. Navier : De l'établissement d'un chemin de fer entre Paris et le Havre, in-8°, 1826.

M. David Brewster : 1° Résultats d'observations thermométriques faites au fort de Leith-Edimburgh, in-4°, 1826; 2° sur le pouvoir réfractif de deux nouveaux fluides minéraux.

Dictionnaire technologique, ou Nouveau dictionnaire universel des arts et métiers et de l'économie industrielle et commerciale, par une société de savants et d'artistes, in-8°, 1826. Livraisons 12, 13 et 14, in-4°.

M. Legendre : 2e volume du Traité des fonctions elliptiques.

M. Cauchy : Résumé des leçons données à l'École royale Polytechnique, in-4°.

M. Plana : 1° Mémoire sur différents points relatifs à l'histoire des perturbations des planètes exposés dans la Mécanique céleste ; 2° Note sur la masse de la lune conclue de la précession et de la nutation; 3° Note sur un Mémoire de l'auteur, imprimé dans les volumes de la Société astronomique de Londres.

M. Cauchy : Leçons sur les applications du calcul infinitésimal à la géométrie, in-4°, 1826.

M. Moreau de Jonnès : Tableau statistique du commerce de la France en 1824.

M. Plana : Note sur un Mémoire de M. de la Place, ayant

pour titre : Sur les deux grandes inégalités de Jupiter et de Saturne, imprimé dans le volume de la Connaissance des temps, pour l'année 1829, in-4°, Turin.

M. le baron Charles Dupin : Rapport général à S. Exc. le Ministre de la marine et des colonies sur l'institution d'un enseignement de la mécanique et de la géométrie appliquées aux arts, dans les villes maritimes de la France, in-4°.

M. L. de Freycinet : Voyage autour du monde, fait par ordre du Roi, pendant les années 1817-1820, historique, plusieurs livraisons.

M. Jomard a présenté en son nom et au nom de M. le colonel Jacotin la carte ancienne et comparée de l'Égypte, et une carte spéciale pour l'Égypte inférieure.

Voyage autour du monde, exécuté par ordre du Roi, sur la corvette de S. M. la Coquille, pendant les années 1822-1825, et publié sous les auspices de S. Exc. le Ministre de la marine, par M. Duperrey, capitaine de frégate, in-fol. Zoologie, par MM. Lesson et Garnot, médecins, première livraison.

Examen des instruments et des produits des arts en Égypte, par M. Jomard.

Résumé des leçons données à l'École royale des Ponts et Chaussées, sur l'application de la mécanique à l'établissement des arts et métiers et des machines, par M. Navier. 1 vol. in-8°, 1826.

Note sur les racines des équations transcendantes, par M. Poisson ;

Théorie des phénomènes électro-dynamiques, uniquement déduite de l'expérience, par M. Ampère, in-4°, 1826.

Essai politique sur l'île de Cuba, par M. Alex. de Hum-

boldt, avec une carte, 2 vol. in-8°; Analyse raisonnée de la carte de l'île de Cuba, par le même auteur.

L'objet de la plupart de ces ouvrages est suffisamment indiqué par le titre ou par les extraits insérés dans la présente analyse, et plusieurs étaient connus depuis long-temps des géomètres.

Le recueil de M. Cauchy est publié par livraisons successives; le savant auteur y traite des questions mathématiques très-variées. Divers articles de ce recueil ont donné lieu à des réclamations dont nous ne pouvons que faire mention, et qui demeurent soumises au jugement des géomètres. On a représenté que ces articles reproduisent sous d'autres dénominations des résultats depuis long-temps connus. Au sujet des propositions relatives aux moments linéaires, M. Poinsot qui a perfectionné les théories mécaniques en y introduisant la considération des couples, a fait observer que la théorie présentée par l'auteur sous la dénomination de moments linéaires (5^{e} et 5^{e} livraisons), ne diffère aucunement d'une partie de la théorie des couples, telle qu'elle est exposée dans son Traité de statique et dans le Mémoire imprimé à la suite de cet ouvrage.

On a inséré dans l'analyse annuelle des travaux de l'Académie l'extrait des différents Mémoires que M. Ampère a composés sur cet important sujet. L'auteur présente aujourd'hui l'ensemble de ses recherches théoriques dans l'ouvrage dont on a déja rapporté le titre, et qui vient d'être publié dans le tome V des nouveaux Mémoires de l'Académie. Cet objet est aujourd'hui trop connu pour qu'il soit utile de reproduire les extraits précédents; et la collection de nos Mémoires offre au lecteur une exposition complète de cette

théorie. Les expériences de MM. OErsted et Arago ; celles qui ont fait découvrir à M. Ampère l'action mutuelle de deux courants électriques et celle du globe terrestre ; les observations relatives au mouvement continu imprimé par l'action d'un courant électrique ; celles qui démontrent l'influence de la diversité des températures ; les nombreuses applications du multiplicateur voltaïque ; les découvertes si remarquables de M. Arago concernant les actions magnétiques des corps en mouvement : tous ces faits qui étaient entièrement inconnus il y a quelques années, composent un ordre spécial de phénomènes et une nouvelle branche de la physique expérimentale.

L'objet principal du dernier ouvrage de M. Ampère est de donner l'ensemble de la théorie de l'électricité dynamique. Il réduit les effets composés à une seule action élémentaire, qui est celle de deux particules de courants électriques. Il montre que cette action ne dépend pas seulement de la distance des deux éléments, mais encore de leur direction, et il déduit des seules expériences les expressions analytiques de la loi suivant laquelle cette force varie. Ces recherches offrent donc, dans leur état actuel, tous les caractères d'une théorie régulière et exacte ; car elle explique et mesure les faits généraux ; elle a même donné lieu d'en prévoir plusieurs ; elle s'accorde avec l'ensemble des phénomènes, et n'a rien que l'on puisse juger contraire à aucune des observations connues.

M. Navier a publié en 1826 la première partie d'un ouvrage intitulé Résumé des leçons données à l'école royale des ponts-et-chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines.

Cet ouvrage est principalement destiné aux élèves qui sortent de l'École polytechnique, et qui suivent les cours de l'École des ponts-et-chaussées; il peut être lu avec fruit par toutes les personnes qui ont étudié les éléments de la statique, et ceux des calculs différentiel et intégral. Les lecteurs y trouveront d'ailleurs une réunion de résultats d'expérience beaucoup plus complète que dans tout autre ouvrage. Depuis la création de l'École des ponts-et-chaussées, M. Navier est le premier des professeurs attachés à cet établissement qui ait publié les leçons dont il était chargé. Il se propose de faire suivre cette première partie de deux autres qui seront consacrées aux questions relatives à la conduite des eaux et à l'établissement des machines. Nous regrettons de ne pouvoir faire connaître cette année avec toute l'étendue nécessaire l'objet de cet ouvrage. On se bornera à indiquer les divisions générales, et nous exposerons avec plus de développement dans les analyses subséquentes les nombreuses questions que l'auteur a considérées. Aucun sujet n'a des rapports plus multipliés avec les applications des arts.

Dans la première section, l'auteur traite de la résistance des corps solides; il a joint à l'exposition des règles les résultats de toutes les expériences connues; il les présente avec assez de détails pour dispenser de recourir aux ouvrages originaux, dont la plupart sont écrits en langues étrangères et insérés dans diverses collections scientifiques. La seconde section est consacrée aux conditions de l'équilibre et de la résistance des massifs formés de matières adhérentes, et aux règles pour l'établissement des murs de revêtement des terres.

Les lois de l'équilibre des voûtes sont le sujet de la troisième section. La quatrième, qui forme seule plus de la moitié du volume, traite de l'établissement des constructions en charpente. L'auteur a beaucoup ajouté dans cette partie aux recherches qui avaient été faites jusqu'à présent sur des sujets analogues, et qui ne portaient que sur les cas les plus élémentaires. Il considère l'équilibre des prismes solides soumis aux conditions les plus diverses, et il examine aussi les cas où les pièces résistantes sont formées de plusieurs parties assujetties entre elles de différentes manières, ou qui sont consolidées ou prolongées par des armatures.

L'auteur traite ensuite des appareils destinés à enlever ou à supporter des poids tels que les tréteaux, les écoperches, les chèvres, les portes d'écluse droites ou courbes, les cintres en charpente, les planchers.

Les questions de ce genre n'avaient encore été approfondies dans aucun des ouvrages destinés à l'instruction des ingénieurs. On pourrait juger, par exemple, de ce que l'auteur a ajouté à cette partie de la science, en comparant l'article qui concerne les portes d'écluse à ce que l'on trouve dans l'ouvrage de Bélidor, et dans des Mémoires manuscrits de divers auteurs. Le sujet de l'article 13^{e} et dernier est la résistance des parois des vases qui contiennent un fluide soumis à une certaine pression. De nouvelles expériences qui ont été faites par l'auteur sur la force de cohésion de la tôle de fer et de cuivre, du plomb et du verre, donnent le moyen d'appliquer les formules à l'évaluation de la force des vases qui sont employés le plus communément dans les arts ou pour les appareils de physique expérimentale.

Recherches statistiques.

Les travaux statistiques les plus importants sont ceux qui ont pour objet l'étude des sources principales de la richesse publique : M. Moreau de Jonnès a continué cette année son travail relatif à l'état du commerce au XIX^e^ siècle. Il a joint à son ouvrage précédent un tableau des relations commerciales de la France pendant l'année 1824. L'auteur fait connaître, d'après des documents officiels, l'étendue et la valeur des exportations et des importations comparées à celles de l'année 1823, et il indique la part que prennent, dans les unes et dans les autres, le commerce national et celui de l'étranger, et la quantité des productions agricoles et des produits industriels dont elles sont formées. Il montre sur quels objets de nos arts et de nos fabriques s'est portée la faveur du choix dans les marchés des deux hémisphères, et quel accroissement a reçu la consommation des matières exotiques que mettent en œuvre nos manufactures. Pour mieux faire apprécier les progrès de notre industrie, et l'extension à laquelle notre commerce était parvenu en 1824, l'auteur a comparé les transactions de cette année à celles qui avaient lieu en 1788, et il a indiqué la valeur qu'ont maintenant les exportations et les importations des quatre grandes puissances maritimes. Les résultats de ce travail doivent fixer l'attention des publicistes, et ils appartiennent à l'histoire du siècle.

Le commerce du coton et la fabrication des tissus de cette matière ont pris une telle étendue, que cette industrie est devenue pour l'Europe une cause majeure de ri-

chesses. Il suffit, pour l'apprécier, de comparer le produit qu'en retirent les Iles Britanniques et la France à celui des mines d'or et d'argent des deux hémisphères. Le résultat de cette comparaison met dans tout son jour l'importance de ce genre d'industrie dont les progrès ont été si rapides.

L'ouvrage de M. Moreau de Jonnès vient d'être traduit à Milan, et le gouvernement de ce pays en a favorisé la publication.

Le gouvernement anglais a fait une application importante des recherches statistiques dans l'examen des modifications qu'il pouvait convenir d'apporter aux lois restrictives du commerce du blé. On a d'abord cherché à reconnaître la quantité de céréales entreposées dans les principaux marchés de l'Europe, et l'on a fait voir que leur masse est beaucoup moindre qu'on ne le pensait, et que la production des blés dans les contrées septentrionales n'est point assez grande ni d'un prix assez inférieur pour nuire à l'agriculture des pays qui, comme la France et l'Angleterre, en restreignent l'importation dans de justes limites.

M. Moreau de Jonnès a présenté l'extrait de ce travail, et il y a joint de nouvelles recherches qui lui sont propres. Les faits ultérieurs n'ont point infirmé les conséquences qui résultaient des énumérations statistiques. La valeur des grains dans les entrepôts de la Baltique loin de s'abaisser de plus en plus, s'est élevée de plus d'un quart depuis le printemps de 1826, et la concurrence qu'ils opposaient à l'exportation de nos céréales a diminué progressivement.

Rapports adoptés par l'Académie.

M. Cauchy a fait, au nom d'une commission, le rapport dont nous insérons l'extrait, et qui a pour objet un Mémoire de M. Guillaume Libri.

Ce dernier auteur a traité dans divers ouvrages avec un succès très-remarquable les questions les plus difficiles de l'analyse mathématique. Pour donner une juste idée de ses nouvelles recherches, nous empruntons les expressions mêmes de M. le rapporteur.

« L'Académie nous a chargés, MM. Fourier, Ampère et moi, de lui rendre compte d'un Mémoire de M. Guillaume Libri sur la théorie des nombres. L'auteur rappelle d'abord une formule qu'il a donnée précédemment, et à l'aide de laquelle on exprime par une intégrale aux différences finies le nombre des solutions d'une équation déterminée, ou du moins le nombre de celles qui sont inférieures à une certaine limite; puis il développe cette intégrale en séries, et présente une nouvelle formule qu'on peut employer pour déterminer par approximation, dans beaucoup de cas, chaque terme de la série obtenue. Cette nouvelle formule est digne de remarque : on la démontrerait très-facilement si l'on commençait par transformer l'intégrale aux différences finies en une intégrale définie double, ce que l'on peut toujours faire à l'aide du théorème de M. Fourier, ainsi que l'un de nous l'a observé dans le Bulletin des Sciences de la Société Philomatique. L'auteur remarque ensuite que ces équations qu'on appelle indéterminées, sont plus que suffisantes pour déterminer les valeurs des inconnues, quand on exprime en ana-

lyse toutes les conditions auxquelles ces inconnues doivent satisfaire. »

Après ces observations, l'auteur fait voir comment la méthode par laquelle on détermine les racines égales des équations numériques qui renferment une seule inconnue peut être étendue à une équation indéterminée; puis il établit des principes spécialement applicables aux équations qui sont linéaires par rapport à l'une des inconnues, et que M. Gauss a nommées congruences. Cette partie de son Mémoire est féconde en résultats remarquables : ils sont indiqués dans la suite du rapport. Les conclusions de ce rapport ont été adoptées par l'Académie : elles portent que ce Mémoire de M. Guillaume Libri fournit de nouvelles preuves de l'esprit d'invention qui distingue ses travaux, et qu'il mérite d'être approuvé par l'Académie et inséré dans le recueil des Savants étrangers.

Une commission, composée de MM. Legendre et Cauchy (rapporteur), a rendu compte d'un Mémoire de M. Frizon, relatif à diverses formules algébriques. L'objet de ce Mémoire est d'exprimer immédiatement : 1° la somme des puissances semblables des racines d'une équation en fonction de ses coefficients; 2° l'une quelconque des fractions approximatives d'une fraction continue en fonctions des numérateurs et des dénominateurs des fractions particulières. La commission propose et l'Académie a adopté les conclusions suivantes : que le Mémoire de M. Frizon montre un esprit familiarisé avec la partie de l'analyse qui a pour objet la théorie des combinaisons, et que l'auteur mérite les encouragements de l'Académie.

MM. Legendre et Poinsot (rapporteur) ayant été nom-

més commissaires pour l'examen d'un ouvrage présenté par M. Bardel, et intitulé *Éléments d'arithmétique*, l'Académie a adopté les conclusions de ce rapport. Elles sont ainsi exprimées : « Cet ouvrage nous a paru en général composé « avec beaucoup de soin, de méthode et de clarté. Les raisonnements s'appuient sur des exemples très-simples, qui « rendent les démonstrations claires et sensibles. Vos commissaires pensent qu'avec quelques réductions et de légers « changements, indiqués dans le rapport, ce traité peut devenir utile, surtout à cette classe nombreuse de personnes « dont les études mathématiques ne vont point jusqu'à l'algèbre, et pour qui une arithmétique aussi développée est « d'un grand avantage. »

M. Puissant, connu depuis long-temps de tous les géomètres par des ouvrages et des recherches qui ont perfectionné l'étude de la géodésie, a présenté, le 2 janvier 1826, un Mémoire sur la détermination de la figure de la terre par les mesures géodésiques et astronomiques. Une commission, composée de MM. Legendre et Mathieu (rapporteur), a rendu compte de ce travail. Nous insérons ici le rapport dont l'Académie a adopté les conclusions. Cette pièce contient les remarques les plus utiles et les plus clairement exprimées concernant les observations et les méthodes géodésiques.

Le Mémoire que M. Puissant a présenté à l'Académie contient quatre paragraphes dont on va successivement faire connaître l'objet.

Dans le premier, l'auteur indique les opérations géodésiques de la nouvelle carte de France qui sont susceptibles d'être appliquées à la recherche de la figure de la terre. Les chaînes de triangles dirigées de l'est à l'ouest et du nord au

midi, qui forment le canevas général de cette carte, fournissent en effet des arcs de parallèles et de méridiens qui se rattachent à la méridienne de Dunkerque, et qui s'appuient encore sur des bases mesurées directement. Si l'on ajoute aux mesures géodésiques de ces arcs les déterminations astronomiques nécessaires pour les bien orienter et pour avoir leurs amplitudes, on aura en effet des éléments qui pourront être employés avec avantage à la recherche de la figure de la terre. Les opérations géodésiques et astronomiques ont déja été exécutées sur le parallèle moyen et sur le parallèle qui va de Brest à Strasbourg, et M. Puissant a cherché des formules propres à en déduire avec facilité les résultats les plus importants.

Quand on cherche la différence de longitude des extrémités en divisant l'arc comme on l'a fait pour le parallèle moyen, on a l'avantage d'obtenir plusieurs arcs partiels qui, comparés entre eux, fourniraient quelque lumière sur la courbure du parallèle, s'ils étaient parfaitement déterminés. Mais alors on a besoin du temps absolu dans chaque station où l'on observe les signaux du feu, et l'on sait combien il est difficile de l'obtenir avec une certaine précision par des hauteurs absolues d'étoiles. On peut donc craindre une petite erreur sur chaque arc partiel, et doit-on toujours compter sur une heureuse compensation pour arriver à un arc total exact? M. Puissant préfère avec raison la méthode par laquelle, au moyen d'une suite de signaux de feu, on transmet rapidement le temps d'une extrémité à l'autre de l'arc. Ici on ne dépend plus du temps absolu dans les stations intermédiaires, il suffit de pouvoir compter sur la marche des chronomètres pendant une dizaine de minutes. On n'a be-

soin du temps absolu qu'aux deux extrémités où l'on peut établir des lunettes méridiennes, pour l'obtenir avec toute la précision possible. Cette méthode a été employée avec succès l'été dernier, pour déterminer la différence de longitude de Strasbourg à Paris, puis de Paris à Brest et à Greenwich. Elle acquerrait encore plus de précision si l'on substituait aux feux de poudre et aux fusées, des lentilles à échelons comme celles que M. Fresnel a construites pour les phares. Dans une même nuit, on pourrait observer un grand nombre d'occultations de la lumière des lentilles. Ces éclipses artificielles seraient d'ailleurs bien plus instantanées que ne peuvent l'être des explosions de poudre. Au reste, quel que soit le moyen que l'on emploie, il est bien à craindre que l'on ne parvienne jamais à déterminer l'amplitude d'un arc de parallèle avec une précision comparable à celle de la mesure géodésique. En effet, un dixième de seconde en temps correspond à un arc de 1″,5 qui vaut sur la terre 32 mètres, à la latitude de 45°. Dans une détermination aussi délicate que celle de l'amplitude, on ne peut guère répondre d'un dixième de seconde de temps ou de 32 mètres, et l'on peut admettre que la longueur d'un arc de parallèle qui traverse toute la France est connue à moins d'un mètre. Ainsi on ne croit pas exagérer en disant que, sur le parallèle moyen, les erreurs d'amplitude sont trente fois plus grandes que celles de la triangulation. Si un moyen aussi direct de déterminer l'amplitude laisse une pareille incertitude, que ne doit-on pas craindre quand on veut la déduire des observations azimutales? Pour atténuer des erreurs inévitables, et qui sont si disproportionnées entre elles, il importe d'étendre les arcs le plus possible, comme on l'a fait pour le parallèle moyen

qui va déja des côtes de France à Milan, et qui aboutira bientôt jusqu'à Fiume; et pour le parallèle de Strasbourg à Brest, qui vient de se prolonger jusqu'à Munich, et qu'on a le projet d'étendre encore de sept degrés en le prolongeant jusqu'à Czernovicz.

Dans le second paragraphe, M. Puissant se propose de calculer le développement d'un arc de parallèle qui traverse un réseau de triangles, et de l'assujettir à la mesure de deux bases. Si l'on conçoit, par les extrémités d'un côté de triangle, deux méridiens terrestres, ils intercepteront sur le parallèle un arc que M. Puissant calcule par une formule de sa géodésie, et qui dépend de la longueur de ce côté, de son azimut, puis des normales et des latitudes à ses deux extrémités. On aura le développement du parallèle en réunissant les portions qui correspondent à chaque côté. Comme on ne peut observer l'azimut et la latitude que dans un petit nombre de points du réseau, l'auteur donne des formules qui servent à calculer ces deux éléments de proche en proche pour tous les sommets intermédiaires. Ces formules, qui conviennent à la terre considérée comme un ellipsoïde de révolution, dépendent aussi du rayon de l'équateur et de l'excentricité des méridiens. Après avoir obtenu l'arc du parallèle en prenant les côtés des triangles qui joignent les sommets situés au sud, on pourra le calculer en passant par les sommets qui sont au nord. Ce second résultat servira de vérification au premier. Dans ce développement, l'arc de parallèle est supposé une courbe plane : pour le suivre exactement sur le sphéroïde terrestre, et savoir de combien il s'écarte du parallèle de l'ellipsoïde de révolution, il faudrait mesurer plusieurs latitudes intermédiaires.

Pour juger de la précision de ce mode de développement, l'auteur suppose une erreur assez forte dans l'azimut au point de départ; il calcule ensuite, par les formules différentielles que fournit la trigonométrie sphérique, son influence sur la longueur de l'arc, sur la latitude de son extrémité, sur le dernier azimut, et il ne trouve que de faibles variations.

Quand une chaîne de triangles est comprise entre deux bases mesurées sur le terrain, il est rare qu'en partant d'une de ces bases pour calculer le triangle, on trouve exactement l'autre. La différence est ordinairement fort petite dans les opérations géodésiques que l'on exécute maintenant; et comme les bases se mesurent en général avec plus de précision que les angles, il est assez naturel de chercher les petites corrections qu'on doit appliquer aux angles des triangles de la chaîne pour faire accorder la base calculée avec la base mesurée. Ce n'est qu'après avoir fait ces corrections que l'on peut déduire de la triangulation la longueur exacte de l'arc compris entre les deux bases.

M. Delambre trouvait un tiers de mètre de différence entre la base mesurée à Perpignan et celle qui résultait de 53 triangles de la méridienne calculés en partant de la base de Melun. Il vit que pour la faire disparaître, ou pour trouver une base plus longue d'un tiers de mètre, il faudrait faire augmenter insensiblement les côtés des triangles. Or, comme chaque côté a pour expression un côté adjacent multiplié par le rapport de deux sinus, il *changea les angles de manière à diminuer le sinus qui se trouve au dénominateur et augmenter celui qui est au numérateur.* Ce procédé, qui a bien réussi à M. Delambre, avait cependant besoin d'être étendu et généralisé, afin que le calculateur n'eût pas à redouter des essais pénibles

et arrivât directement aux corrections les plus convenables. C'est précisément l'objet que s'est proposé M. Puissant. Il fait d'abord remarquer que cette question de la détermination rigoureuse d'une ligne géodésique au moyen d'un réseau de triangles qui s'appuie sur deux bases, a été traitée par M. Laplace, dans le troisième Supplément à sa Théorie analytique des probabilités; et que s'il s'en occupe ici, c'est dans l'espoir d'arriver par des considérations élémentaires à une formule suffisamment exacte. Toute la difficulté tient à la loi de probabilité des erreurs des angles, erreurs qui produisent la différence entre la base calculée et la base mesurée. M. Laplace fait voir que cette loi est représentée par une exponentielle, quand les angles ont été mesurés avec le cercle répétiteur; M. Puissant se contente de supposer que les corrections qu'il faut faire aux angles de chaque triangle sont proportionnelles à l'erreur de la somme de ses trois angles sur 180° augmentés de l'excès sphérique. Ce principe admis, il arrive à une formule qui donne le coefficient constant de cette proportionnalité. C'est par ce coefficient qu'il faut multiplier l'erreur en secondes, de chaque triangle, pour avoir la correction des angles. Il passe ensuite aux formules qui fournissent directement la correction d'un côté quelconque, la correction des azimuts des côtés, enfin la correction pour une partie de l'arc ou pour l'arc entier. Toutes ces formules, auxquelles l'auteur parvient effectivement par des considérations élémentaires, sont d'une application très-facile. Voilà un grand avantage; mais il reste encore à légitimer l'hypothèse qui leur sert de base, et à faire voir qu'elles sont d'une exactitude suffisante.

Dans le troisième paragraphe, M. Puissant cherche par la

méthode des moindres carrés l'applatissement de l'ellipsoïde osculateur en un point quelconque de la surface de la terre par la combinaison d'un arc de méridien avec un arc de parallèle.

Il suppose que l'on a la longueur d'un arc de parallèle mesuré sur la terre, ou déduit d'une chaîne de triangles, et qu'on la divise par l'amplitude astronomique de cet arc exprimée en degrés pour avoir la longueur d'un degré moyen de ce parallèle. En divisant la longueur d'un arc du méridien par son amplitude en degrés, on aura aussi le degré moyen. Il égale ensuite chaque degré à son expression analytique dans le sphéroïde elliptique; il obtient deux équations qui ne renferment que deux inconnues, l'aplatissement et le demi-grand axe, ou le rayon de l'équateur, et qui servent à déterminer ces deux éléments de l'ellipsoïde osculateur. Cette combinaison d'un arc de parallèle et d'un arc de méridien est tout-à-fait analogue à celle de deux arcs mesurés dans la direction du méridien à des latitudes très-différentes.

Quant l'arc de parallèle se compose de plusieurs arcs, qui ne sont pas proportionnés aux amplitudes astronomiques observées, M. Puissant cherche, par la méthode des moindres carrés, le sphéroïde osculateur qui satisfait le mieux à l'ensemble des observations de longitude. Alors chaque arc partiel, divisé par son amplitude, donne une valeur particulière pour le degré moyen. En déterminant la valeur la plus probable par la méthode des moindres carrés, il trouve en même temps les erreurs des amplitudes observées. Si ces erreurs surpassent celles que l'on peut admettre dans les observations de longitude, le parallèle n'est pas un cercle, et le sphéroïde osculateur n'est pas de révolution. C'est le degré moyen ainsi obtenu que l'auteur compare au degré du méridien pour

déterminer l'aplatissement, comme nous l'avons dit plus haut.

M. Puissant avait été conduit à ces formules lorsqu'il fut question, au Dépôt de la guerre, d'exécuter les calculs relatifs au parallèle moyen. Il était naturel qu'il présentât ici l'application qui en été faite à cette grande opération.

L'arc qui va de Marennes, près de Bordeaux, à Milan, et qui embrasse plus de 800 mille mètres, se compose de quatre arcs qui ne sont pas exactement proportionnels aux amplitudes déterminées par des signaux de feu. M. Puissant cherche d'abord la valeur la plus probable du degré de ce parallèle, et il le trouve d'environ 10 mètres plus fort que celui que l'on obtiendrait en divisant l'arc total par son amplitude; il calcule ensuite les erreurs des amplitudes observées; les plus fortes sont $-0'',5$ et $+0'',4$ en temps: comparant enfin ce degré moyen aux arcs du méridien mesurés dans l'Inde et en France, il trouve les aplatissements $\frac{1}{291}$ et $\frac{1}{276}$.

M. Puissant passe dans le quatrième paragraphe à la détermination des longitudes terrestres par les observations azimutales.

Lorsque sous une latitude connue on a mesuré, à partir du méridien et vers l'ouest, par exemple, une portion de la perpendiculaire à ce méridien, on peut calculer la latitude, la longitude et l'azimut de l'extrémité de la perpendiculaire par des formules que M. Legendre a données dans les Mémoires de l'Académie pour 1787, et qu'il a reproduites en 1799 dans l'ouvrage intitulé *Méthode analytique pour la détermination d'un arc du méridien*. En combinant ensemble l'expression de la longitude et celle de l'azimut, on trouve entre

ces deux quantités une relation que M. Puissant a tirée de la Mécanique céleste. Il l'applique à la partie de la perpendiculaire située à l'est du méridien, et il arrive enfin à une formule qu'il considère comme nouvelle.

Cette formule approximative, qui est sensiblement indépendante de l'aplatissement, donne la différence de longitude entre les points extrêmes de la perpendiculaire à la méridienne, quand on connaît la longueur de cette ligne et les azimuts, déduits des observations astronomiques faites aux extrémités.

M. Puissant cherche ensuite la différence de longitude, toujours en fonction de l'azimut, par les formules rigoureuses de la trigonométrie sphéroïdique; et il trouve que la formule approchée peut s'étendre, vers la latitude de 45°, jusqu'à 10° de longitude, sans que l'on ait aucune erreur sensible à craindre.

Ainsi cette formule donnera avec précision les petites différences de longitude, quand on aura exactement les azimuts des points extrêmes. Mais un azimut peut être altéré, et par les erreurs inévitables dans les observations astronomiques qui donnent l'inclinaison d'un côté du dernier triangle sur le méridien, et par les erreurs des angles des triangles qui servent à déterminer la longueur et la direction de la ligne géodésique. Et comme l'erreur qui affecte définitivement l'azimut en produit une encore plus grande sur la longitude, puisqu'elle se trouve multipliée par la cosécante de la latitude, il est bien à craindre que la méthode des azimuts ne donne pas les différences de longitudes avec une précision suffisante pour une recherche aussi délicate que celle de la figure de la terre.

Quand on calcule successivement, comme on le fait au Dépôt de la guerre, les longitudes et les latitudes des sommets des triangles et les azimuts des côtés avec un certain aplatissement, on peut se dispenser du calcul de la perpendiculaire; il suffit alors d'appliquer à l'azimut géodésique calculé la correction nécessaire pour avoir l'azimut observé, et d'ajouter à la longitude géodésique la correction correspondante à celle de l'azimut.

M. Puissant rapporte l'application qu'il a faite de ce procédé à la détermination des différences de longitudes entre Clermont-Ferrand, le mont Colombier et Milan, par les azimuts observés dans ces trois endroits. En partant de l'azimut de Clermont, on a trouvé, par les calculs géodésiques, les azimuts de Milan et du mont Colombier très-peu différents de ceux qui ont été observés directement; en sorte que les longitudes obtenues par les calculs géodésiques n'exigeaient que des corrections de $3'' \frac{1}{2}$ et $1'' \frac{1}{2}$ pour avoir les longitudes par les azimuts. L'arc du parallèle moyen, compris entre Milan et la méridienne de Paris, divisé par l'amplitude ainsi déduite des azimuts, lui donne un degré moyen qui le conduit à un aplatissement d'environ $\frac{1}{305}$. Par l'arc qui ne va que jusqu'au mont Colombier, il trouve un aplatissement de $\frac{1}{182}$, qui est bien plus fort que le précédent. M. Puissant conclut des résultats actuels que, dans une recherche aussi délicate, les moindres erreurs sur les azimuts donnent lieu à des conséquences tout-à-fait opposées. » Et il dit en terminant, « que la détermination des longitudes, par la méthode très-directe des feux, est préférable, à certains égards, à la méthode des azimuts. »

Conclusions. Dans le Mémoire que nous venons d'examiner, M. Puissant a eu particulièrement en vue de réunir toutes les formules nécessaires pour discuter les mesures géodésiques et les observations astronomiques qui ont été faites sur un parallèle terrestre, et en déduire tous les résultats qu'elles peuvent fournir sur la grandeur et la figure de la terre. Quelques-unes sont reproduites telles qu'elles se trouvent dans son Traité de géodésie et dans la Connaissance des temps, ou avec des changements qui en rendent l'application plus facile. Dans d'autres, il a présenté sous une forme nouvelle et mieux adaptée à son sujet des formules connues. C'est d'après ces formules que M. Puissant avait communiquées à M. le colonel Broussaud, que tous les calculs du parallèle moyen qui va de Marennes à Milan, ont été exécutés au Dépôt de la guerre. Elles ont conduit à tous les résultats numériques de cette grande opération; ainsi, toute la partie théorique du Mémoire qui a été lu le 11 juillet dernier par MM. Broussaud et Nicollet, sur le parallèle moyen, appartient à M. Puissant. Nous ne proposons pas à l'Académie d'insérer le Mémoire de M. Puissant dans le volume des Savants étrangers, parce qu'il est tellement lié à son Traité de géodésie, qu'il en est devenu un supplément nécessaire. Nous savons, d'ailleurs, qu'il doit être imprimé dans le Mémorial du Dépôt de la guerre.

Un ouvrage remarquable, intitulé *Théorie du Navire*, par M. le marquis de Poterat, a fixé l'attention de l'Académie. Elle a adopté le rapport détaillé qui lui a été fait par M. Dupin, nommé commissaire. Le rapport a été adressé à S. E. le ministre de la marine et des colonies, qui avait té-

moigné le désir qu'il fût procédé à cet examen. On voit par cet exposé, dit le savant rapporteur, que l'ouvrage de M. de Poterat a nécessité des recherches laborieuses et profondes. L'auteur montre un talent ingénieux dans l'art de concilier les recherches approximatives de la théorie avec les faits de la pratique; il a fait disparaître des défauts graves d'un ouvrage célèbre. Sous ces divers points de vue, il a rendu aux études de la marine un véritable service, et mérite la reconnaissance des personnes qui se livrent à ces études.

M. le professeur Pouillet, dont les recherches s'étendent à toutes les branches de la physique, a présenté un Mémoire sur l'électricité des gaz et sur une des causes de l'électricité atmosphérique. MM. Gay-Lussac, Dulong et Ampère (rapporteur), ont présenté à la suite d'une exposition très-détaillée les conclusions suivantes, que l'Académie a adoptées. « Nous pensons qu'il résulte du travail de M. Pouillet une explication plus complète du phénomène de l'électricité atmosphérique, la connaissance des causes qui produisent les anomalies qu'avaient présentées les expériences de divers physiciens sur les phénomènes électriques dus à la combustion du carbone et de l'hydrogène, et la détermination précise de l'espèce de l'électricité que manifeste le produit de cette combustion, telle qu'elle suit de la théorie. Nous croyons que ce Mémoire mérite d'être imprimé dans le recueil des Savants étrangers. »

L'Académie a entendu la lecture d'un Mémoire présenté par M. William Rawson, concernant les nouveaux procédés dont M. Perkins fait usage pour former de la vapeur à un haut degré de tension, et pour appliquer cette vapeur au mouvement des machines.

Une commission, composée de MM. Arago, Dulong et Girard (rapporteur), a rendu compte de ce Mémoire, et en a indiqué les résultats, en distinguant les conséquences qui paraissent constatées par des expériences authentiques, de celles dont on n'a donné jusqu'ici aucune preuve régulière.

L'auteur pose d'abord en principe que si l'on enferme dans une boîte métallique, dont les parois sont douées d'une force suffisante, une certaine quantité d'eau qui en occupe toute la capacité intérieure, la température de cette eau pourra s'élever de plus en plus, sans qu'elle se réduise en vapeur, attendu qu'il n'y a dans l'intérieur du vase aucun espace libre où cette vapeur puisse se développer. Il pose également en principe que si l'on pratique à l'une des parois de cette boîte remplie d'eau ainsi échauffée, un orifice qui communique extérieurement avec un réservoir où l'on ait fait le vide, ou qui soit rempli d'air atsmosphérique plus ou moins dilaté, l'eau sortira par cet orifice à l'état de vapeur élevée à un degré de tension plus au moins considérable.

L'appareil de M. Perkins a pour objet d'appliquer à la mécanique usuelle les deux faits qui viennent d'être indiqués. M. le rapporteur décrit ici avec beaucoup de détail et de clarté les différentes parties de cet appareil.

On connaît, par cette description, que la pression exercée introduit, à l'extrémité supérieure de la partie appelée générateur, un volume d'eau à l'état liquide, précisément égal à celui qui sort à l'état de vapeur par son extrémité inférieure. On conçoit aussi comment le mouvement du piston produit le jeu de la presse hydraulique, et celui des différentes soupapes qui entrent dans la composition de l'appareil.

Quels seraient maintenant les avantages de la machine que l'on a décrite?

Suivant l'auteur du Mémoire, ces avantages sont : 1° La production d'une force plus considérable; 2° la possibilité de maîtriser cette force; 3° la simplification du mécanisme; 4° la diminution de son volume; 5° la sûreté dans l'emploi de la vapeur; 6° enfin, l'économie de l'eau et du combustible. Il rapporte, en effet, qu'il suffit d'un cylindre de neuf pouces de diamètre pour une machine de Perkins de la force de soixante-dix chevaux; tandis que dans le système ordinaire de basse pression, un cylindre de cette dimension ne convient qu'à des machines de deux chevaux de force; que, par le seul effet de la dilatation du métal dont sont formées les diverses pièces de l'appareil, leurs joints deviennent parfaitement étanches; qu'une machine de Perkins, d'une force donnée, n'excède pas en volume le quart d'une machine ordinaire. Il fait remarquer que la différence essentielle entre cet appareil et les anciennes machines consiste en ce que, dans celles-ci, pour obtenir un effet déterminé, on fait agir la vapeur à un faible degré de tension sur une très-grande surface de piston; tandis que dans celui-là, on fait agir sur une petite surface la vapeur à un haut degré d'élasticité.

Il ajoute que la force expansive de l'eau portée au plus haut degré de température, tant qu'elle reste à l'état liquide, peut être aisément surmontée par la résistance des parois du vase de métal dans lequel elle est renfermée, et que les accidents de rupture qui ont lieu dans les machines ordinaires sont occasionnés surtout par la grande étendue des surfaces sur lesquels la vapeur exerce son action; de telle sorte, par exemple, que dans une machine ordinaire de la

force de 70 chevaux, 3000 pieds cubes de vapeur agissent sur une surface de 1000 pieds carrés, tandis que dans une ma-machine de Perkins de la même force, 10 pieds cubes de vapeur seulement agissent sur une surface de 15 pieds. Quant à l'économie de l'eau nécessaire à son entretien, l'auteur assure que la machine de Perkins ne consomme par heure et par force d'un cheval qne 8 litres d'eau, tandis que les machines ordinaires à basse pression en consomment plus de 700 litres pour produire le même effet dans le même temps.

Enfin, selon l'auteur, l'économie de combustible ne serait pas moins importante; car une machine de Perkins de la force de 70 chevaux ne consommerait par heure qu'un boisseau et demi de charbon, tandis qu'une machine ordinaire de même force en consommerait 13 boisseaux dans le même temps.

Il conviendrait que toutes ces assertions fussent appuyées sur des expériences authentiques, et même que les résultats fussent rendus incontestables par le témoignage des personnes qui auraient eu quelque intérêt à les contredire. Jusqu'à présent, ajoutent MM. les commissaires, les expérences nous paraissent manquer de garantie, si ce n'est toutefois dans les applications qui ont été faites de l'appareil de Perkins à la balistique.

M. William Rawson a joint à son Mémoire le récit des expériences qui ont été faites en Angleterre sur le fusil à vapeur de Perkins, en présence du duc de Wellington et d'un comité composé d'officiers d'artillerie et du génie.

Il résulte d'une de ces expériences, qui est aussi rapportée dans divers recueils scientifiques, qu'une balle de plomb,

lancée de 33 mètres de distance par un fusil à vapeur, perça onze planches de bois de sapin très-dur, d'un pouce d'épaisseur, qui étaient espacées d'un pouce les unes des autres. Quant à présent, voilà à quoi se réduisent les épreuves officielles auxquelles la machine de Perkins a été soumise. L'auteur du Mémoire annonce l'intention de mettre incessamment sous les yeux de l'Académie un appareil semblable à celui dont la description vient d'être donnée. On aura alors les moyens de vérifier les faits annoncés, et de constater par des observations les avantages que ces faits semblent promettre. On ne peut jusque-là qu'exprimer le désir de connaître bientôt les nouvelles expériences dont la machine de M. Perkins deviendra sans doute l'objet. Elles serviront à éclairer l'importante théorie des machines à vapeur, qui a souvent fixé l'attention de l'Académie.

Une commission, composée de MM. de Prony, Fresnel et Navier (rapporteur), a été chargée d'examiner un nouveau système de barrage et de vannes, qui a pour objet de faciliter la navigation des rivières : nous insérons ici l'extrait du rapport que l'Académie a adopté.

M. Sartoris, concessionnaire des canaux du Duc d'Angoulême et des Ardennes, qui s'occupe avec beaucoup de zèle des objets relatifs à l'amélioration de la navigation intérieure, a présenté à l'Académie un nouveau système destiné à faciliter la navigation des rivières, et qui paraît propre à remplacer avec avantage les pertuis ou les barrages à poutrelles et à vannes qui sont employés généralement. Ces derniers appareils comportent une construction peu solide et une manœuvre longue et difficile; tandis que d'après le nouveau mode de barrage dont il s'agit, sur lequel il est nécessaire

toutefois que l'expérience prononce en dernier ressort, la construction serait beaucoup moins exposée aux dégradations, et la manœuvre considérablement simplifiée.

Les difficultés que l'on rencontre dans l'établissement de la navigation sur les rivières, consistent principalement dans les variations considérables que subit le volume des eaux, dans les diverses saisons de l'année, et même dans chaque saison, par l'effet des crues momentanées ; et dans la nécessité de donner passage, pendant l'hiver, aux débâcles des glaces. Il est nécessaire que, pendant la durée de la navigation, le passage de l'eau s'opère par des ouvertures dont on puisse faire varier à volonté l'étendue, et que, lorsque la navigation est interrompue dans l'hiver, les grandes eaux et les glaçons s'écoulent sans altérer les ouvrages, et sans inonder les campagnes voisines. M. Sartoris a cherché à remplir ces conditions en construisant, dans une direction perpendiculaire à l'axe du lit, deux portions de digue ou déversoirs, ayant chacune une longueur à-peu-près égale à la moitié de la largeur de ce lit. L'une de ces digues se rattache à la rive droite, l'autre à la rive gauche. La première est placée à quelque distance en aval de la seconde, et par conséquent il reste, entre les deux extrémités ou têtes des deux déversoirs, une ouverture parallèle à l'axe du courant, à laquelle on donne une longueur proportionnée à la grandeur de la rivière et au volume d'eau qu'il faudra laisser écouler. Le sommet de ces déversoirs s'élève jusqu'au niveau où l'eau doit être maintenue pour le service de la navigation ; et par conséquent l'eau s'élèverait à ce niveau, si l'ouverture dont on vient de parler était fermée. Si, au contraire, le passage est ouvert, les plus grandes crues, sans surmonter beaucoup les digues, peuvent

y trouver un débouché suffisant. Le moyen qui est employé pour fermer et pour ouvrir promptement, en partie ou en totalité, cet orifice d'écoulement, consiste dans l'emploi d'un *Bateau-vanne,* dont la longueur est égale à la largeur de l'ouverture, et qui s'appuie par le côté contre des poteaux qui sont établis d'espace en espace. L'eau coule entre le fond du bateau et le seuil de l'ouverture; et ce bateau forme une espèce de vanne flottante, dont le poids est supporté par l'eau. S'il est abaissé au-dessous du seuil de l'ouverture, le passage de l'eau est entièrement arrêté : mais si le niveau de l'eau vient à s'élever, le bateau est soulevé; et il s'établit, entre le fond de ce bateau et le seuil, un orifice par lequel l'eau qui excède les besoins de la navigation peut s'écouler. Plus l'eau s'élève, plus cet orifice s'agrandit; en sorte qu'il existe dans cet appareil le principe d'une sorte de compensation, en vertu de laquelle l'eau se procure à elle-même un passage proportionné au volume qui doit être évacué. Il est aisé d'ailleurs de lester convenablement le bateau-vanne, de manière à le maintenir exactement à la hauteur nécessaire. Ce bateau est retiré pendant l'hiver, et mis à l'abri des glaces derrière un abri formé par des poutrelles. Il n'est pas besoin de dire qu'une écluse à sas est établie attenant au barrage, pour faciliter le passage des bateaux lorsque la différence de niveau de l'amont à l'aval est considérable.

L'appareil dont nous venons de donner succinctement l'idée, a paru préférable à ceux qui sont en usage, et réunir à la solidité dans la construction la facilité dans la manœuvre. Mais, en l'approuvant, et en jugeant qu'il était à désirer que l'on en fît l'essai, l'Académie a jugé qu'une longue expérience

était absolument nécessaire pour fixer entièrement les idées sur un objet de cette nature.

MM. Vernet et Gauwin ont désiré soumettre à l'examen de l'Académie un appareil destiné à la formation de la vapeur aqueuse. Cet examen a été fait par MM. de Prony et Navier (rapporteur). Ce système, dont l'idée ne peut d'ailleurs être regardée comme entièrement nouvelle, diffère principalement des chaudières qui sont en usage, en ce que au lieu de présenter à l'action du feu une grande masse d'eau, on place seulement, dans un fourneau beaucoup plus petit, plusieurs tuyaux dans lesquels on injecte à chaque fois précisément la quantité d'eau nécessaire pour produire la vapeur consommée par une course du piston. L'injection est réglée par la marche de la machine. Au moyen de cette disposition, on obtient divers avantages, tels qu'une réduction considérable sur le volume et le poids du fourneau et de la chaudière, une épargne non moins grande sur le combustible et le temps nécessaires pour commencer à échauffer et à mettre en mouvement l'appareil, la facilité de faire varier presque instantanément la quantité et la tension de la vapeur produite, et par conséquent la force de la machine, et enfin l'absence presque totale du danger des explosions. Quant à l'économie du combustible, que les auteurs assurent être considérable, les commissaires avaient commencé quelques expériences destinées à l'apprécier, mais qu'ils n'ont pas été maîtres de pousser assez loin pour être mis à même de prononcer sur ce dernier point. Ils se sont bornés à faire valoir les avantages qui viennent d'être énoncés, et qui sont propres surtout à faciliter l'application de la machine à vapeur au transport des marchandises sur les chemins de fer et sur les

rivières, et à proposer à l'Académie d'accorder ses encouragements à des recherches aussi utiles. Ces conclusions ont été adoptées.

L'administration publique a plusieurs fois consulté l'Académie au sujet de la construction des paratonnerres, et l'examen de cette importante question a donné lieu à une instruction générale que le gouvernement a fait publier. Il s'est présenté une occasion récente d'examiner plus particulièrement la grandeur que l'on peut attribuer au rayon de l'espace où le paratonnerre exerce son action préservatrice. Un de MM. les architectes qui s'occupent de ces constructions avait cru remarquer une opposition entre un article de l'instruction générale et la règle indiquée dans divers traités de physique. S. Exc. le ministre de l'Intérieur a désiré que l'Académie donnât une explication à cet égard. La section de physique a fait connaître, dans un rapport présenté par M. Dulong, que les règles indiquées par les ouvrages cités n'ont rien de contraire au principe énoncé dans l'instruction. On fait observer, dans ce rapport, que le rayon d'efficacité des paratonnerres et les limites de ce rayon ne peuvent être déduits d'aucun calcul théorique. L'espace préservé augmenterait sans doute en donnant plus de longueur à la tige; mais on est obligé de ne pas dépasser certaines dimensions pour que les paratonnerres ne soient pas exposés à être renversés. Pour une longueur donnée, le rayon d'efficacité dépendrait et de la forme et du degré très-variable de conductibilité des diverses parties de l'édifice; conditions qui ne peuvent être soumises à des mesures exactes. L'expérience seule peut donc nous apprendre à quelle distance s'étend l'influence préservatrice d'un paratonnerre.

Dans l'instruction approuvée par l'Académie, on admet qu'une tige de paratonnerre protége efficacement un espace circulaire d'un rayon double de sa hauteur au-dessous du comble de l'édifice. Du moins, on n'a connaissance d'aucun fait bien constaté qui prouve que cette évaluation soit exagérée. Si l'on considère que dans les ouvrages cités, on avait seulement en vue les maisons particulières et les édifices qui ne sont dominés par aucune tour, il sera facile de juger qu'il n'y a point d'opposition entre les règles énoncées dans ces ouvrages et les termes de l'instruction. On n'a donc pas abandonné un ancien système pour en adopter un nouveau, comme le pense l'auteur du Mémoire qui fait le sujet de ce rapport. On peut dire seulement qu'il eût été plus convenable d'exprimer la règle d'une manière générale, ainsi qu'on l'a fait dans l'instruction de l'Académie.

On termine le rapport en faisant remarquer que les règles pratiques développées avec tous les détails suffisants dans l'instruction de l'Académie, sont celles qui résultent de l'état actuel de la science; et qu'il n'y aurait présentement aucun motif qui dût porter à modifier ces règles : mais il ne s'ensuit pas que l'on ne puisse acquérir de nouvelles connaissances qui donneraient lieu à quelques changements. C'est pour cette raison que l'Académie a souvent manifesté le désir d'être régulièrement informée de tous les accidents que l'on n'aurait pu prévenir. C'est au moyen de ces documents authentiques que l'on parviendra à des règles de plus en plus conformes aux connaissances positives que la science aura procurées.

La Société d'Agriculture de Lyon ayant adressé au gouvernement un rapport sur l'usage des paragrêles, et sur les

résultats de quelques essais faits l'année précédente dans le département du Rhône, S. Exc. le Ministre de l'Intérieur a désiré que l'Académie examinât cette importante question. La section de physique, composée de MM. Lefevre-Gineau, Gay-Lussac, Poisson, Girard, Fresnel et Dulong, a été chargée de faire un rapport à ce sujet. M. Fresnel, rapporteur, a présenté le résultat de cet examen.

La section a pris connaissance avec beaucoup de soin des pièces transmises à l'Académie, des récits publiés dans divers journaux scientifiques, et des expériences semblables faites sur une échelle beaucoup plus grande en Suisse et en Italie: les commissaires n'ont rien trouvé qui puisse décider la question. Les faits ne sont pas assez nombreux ni assez bien constatés pour établir quelques probabilités en faveur des paragrêles.

L'idée de ces appareils préservateurs est fondée sur l'explication que Volta a donnée de la formation de la grêle, c'est-à-dire sur la supposition que l'électricité en est l'agent nécessaire; d'où l'on a conclut qu'en soutirant l'électricité des nuages, à l'aide d'un grand nombre de paratonnerres, on pourrait empêcher la formation de la grêle.

Elle paraît être en effet toujours accompagnée de phénomènes électriques; mais est-il certain que la grêle se forme et se grosisse, comme l'a supposé Volta, entre deux nuages électrisés de manières contraires, qui se renvoient les grêlons jusqu'à ce que le poids de ceux-ci les entraîne vers la terre? et dans cette hypothèse, ne pourrait-il pas arriver souvent que les paragrêles déterminassent la chute des grêlons, s'ils avaient assez de puissance pour désélectriser les nuages?

Les plus grands paragrêles employés jusqu'à présent sont des arbres ou des perches de 40 pieds de hauteur, armés d'une pointe de laiton qui communique avec la partie humide du sol au moyen d'un fil métallique : on ne pourait donner plus de hauteur à ces perches, sans les exposer a être facilement renversées par le vent, à moins qu'on n'employât dans leur construction et leur établissement des précautions qui augmenteraient beaucoup la dépense. Il n'est guère probable que des paratonnerres aussi peu élevés puissent soutirer l'électricité des nuages de grêle, dont la hauteur doit être considérable.

La marche de ces orages étant ordinairement très-rapide, on ne doit pas espérer de prévenir la formation de la grêle par le moyen des instruments proposés, même en les supposant capables de soutirer l'électricité des nuages, à moins d'en couvrir à la fois une vaste étendue de pays. Aussi l'Académie des Sciences, en faisant observer dans une note de son instruction sur les paratonnerres, que s'ils étaient assez multipliés ils préviendraient peut-être la formation de la grêle, les supposait-elle répendus sur la surface entière de la France, et élevés de plus de cent mètres au-dessus du sol. Il est permis de croire qu'en pareils cas ils exerceraient un effet sensible sur l'état électrique des nuages. Mais il y a loin de cette supposition presque impossible à réaliser, aux essais tentés jusqu'à présent pour préserver quelques cantons de la grêle.

Les membres de la section de physique n'affirmeront pas cependant que les appareils employés ne peuvent point empêcher la formation de la grêle : ils pourraient encore moins répondre de leur succès. C'est une question sur laquelle l'expérience seule peut prononcer.

La plupart des phénomènes météorologiques sont encore enveloppés d'obscurité; on est loin d'en connaître toutes les causes : ainsi l'hypothèse de Volta sur la formation de la grêle, quoique très-ingénieuse et très-plausible, ne repose pas sur des bases aussi certaines que les théories des autres branches de la physique. L'atmosphère est un vaste laboratoire, dans lequel beaucoup de circonstances importantes et de causes très-actives échappent à l'attention ou aux moyens d'observation des physiciens. Dans les autres phénomènes, objets de leurs recherches, ils sont maîtres des circonstances, et les simplifient ou les changent à volonté, pour interroger la nature ou en recevoir des réponses plus faciles à interpréter. Quand ils étudient les variations de l'atmosphère, ils sont forcés, au contraire, de prendre les phénomènes tels que le hasard les leur présente, sans pouvoir même observer toutes les causes des effets très-compliqués qu'ils ne voient que de loin. Il n'est donc pas surprenant que la météorologie soit la branche de la physique la moins avancée, et qu'elle se prête encore aussi peu aux calculs et aux prévisions de la théorie.

L'Académie doit être naturellement portée à conseiller au gouvernement de tenter des expériences qui peuvent contribuer aux progrès de la science; mais elle ne doit pas lui dissimuler dans cette circonstance combien le succès paraît incertain. A la vérité, favorable ou non, le résultat en sera toujours utile, s'il décide une question qui intéresse l'État à un haut degré; mais la difficulté est d'obtenir de l'expérience une réponse décisive. Il faudrait couvrir de paragrêles une grande étendue de pays, et recueillir avec soin chaque année les faits observés par les témoins oculaires les plus éclairés,

et surtout les plus exempts de préventions. Il est probable qu'on n'aurait réuni un nombre de faits suffisants pour savoir à quoi s'en tenir sur l'efficacité des paragrêles, qu'après un laps de temps de dix années au moins.

Il conviendrait peut-être, avant d'entreprendre des essais aussi dispendieux, de vérifier par des expériences préliminaires la théorie sur laquelle repose l'espoir de se préserver des ravages de la grêle avec ces appareils; car il ne paraît pas impossible d'atteindre ce but par des moyens moins coûteux et plus décisifs, comme avec des cerfs-volants ou des ballons qu'on lancerait dans les nuages orageux. Après une discussion générale, l'Académie a adopté les conclusions de ce rapport : elles portent que la théorie électrique de la grêle n'est pas assez solidement établie, et l'efficacité des paragrêles paraît trop incertaine pour qu'on puisse en conseiller l'emploi. Les essais tentés jusqu'à présent n'ont encore donné aucun résultat positif; et pour décider la question par des expériences semblables, il faudrait beaucoup de temps et une dépense disproportionnée à la probabilité du succès.

Dans le cours de la discussion dont on vient d'exposer l'objet, il a été présenté des observations relatives aux sociétés d'assurance; l'Académie, après avoir entendu les propositions qui lui ont été faites à ce sujet, a arrêté que ces remarques verbales seraient rédigées et jointes au rapport de la section de physique. Nous les insérons ici telles qu'elles ont été transmises au gouvernement. Elles ont été rédigées par M. Fourier.

« La théorie que l'on se formerait aujourd'hui sur les causes physiques de la grêle et sur ses rapports avec l'élasticité atmosphérique, est sujette à une incertitude inévitable; et, dans l'état actuel des sciences, ceux qui ont le plus contri-

bué en Europe aux progrès de la physique expérimentale ne pourraient point affirmer que l'emploi des conducteurs appelés paragrêles fût exempt d'inconvénients graves. Ils se bornent à désirer que l'on recueille avec le plus grand soin toutes les observations relatives aux effets de la grêle, à la fréquence de ce fléau, à son étendue, aux lieux qui y sont le plus exposés, à la direction des vents, à l'aspect des nuages, et aux autres détails du phénomène. Si l'on peut un jour proposer des moyens préservatifs, ils seront le fruit d'une longue étude dont les éléments n'ont point encore été rassemblés. On ne possède donc aujourd'hui aucun moyen de prévenir ces désastres : mais les établissements d'assurance rendent les pertes des particuliers presque insensibles. Ils offrent une ressource incontestable et précieuse; et c'est surtout à ce genre d'intempérie qu'on en peut faire une judicieuse application. En effet, le dommage causé par la grêle ne s'étend qu'à une partie assez bornée du territoire. Les différentes contrées y sont toutes exposées, quoique très-inégalement; mais, dans le cours d'une année, le fléau ne frappe qu'un assez petit nombre de cantons. L'Académie des Sciences a conservé dans ses Mémoires la description de quelques faits très-remarquables qui ont été observés en France. Les particuliers intéressés à se prémunir contre les pertes énormes que la grêle peut causer sont en très-grand nombre, et le dommage total a une valeur annuelle assez limitée. Il en résulte que par la voie des assurances mutuelles, ou (ce qu'il est encore plus facile d'établir) par le commerce des assurances à prime, les particuliers peuvent être pleinement garantis et à un prix peu élevé.

« Le rapport de la Société d'Agriculture du département du Rhône annonce la résolution de recourir aux sociétés d'assurances déja formées : cette détermination mérite d'être approuvée et encouragée par le gouvernement. Dans un établissement de ce genre convenablement formé et dirigé, il est vraisemblable que le montant des primes sera inférieur à la dépense des paragrêles. L'effet de plusieurs assurances est évident et confirmé par l'expérience des pays où la société civile a fait de grands progrès. Il suffit de propager parmi les personnes intéressées la connaissance des principes qui doivent servir de fondement à ces établissements. L'Académie des Sciences a appelé depuis long-temps l'attention publique sur ces questions, et il existe en France et en Angleterre des ouvrages classiques où elles sont traitées. Les conséquences se présentent d'elles-mêmes à l'esprit, mais on n'en acquiert une connaissance approfondie que par le secours des théories mathématiques : elles mettent dans tout son jour l'utilité des garanties offertes aux particuliers. Ils acquièrent à peu de frais l'un des plus grands biens qu'un homme raisonnable puisse désirer, la sécurité. Ces établissements sont fondés sur des principes entièrement opposés à ceux des tontines, des loteries, qui excitent l'esprit du jeu et favorisent l'exhérédation. Les progrès du commerce des assurances ont eu dans ces dernières années, sur l'industrie française, une influence très-considérable. Ces garanties ont multiplié des capitaux immenses en les rendant disponibles. Toute application de ces mêmes principes concourt à l'ordre intérieur, et est une nouvelle source de richesses publiques. »

Dans le cours de l'année 1818, l'Académie avait examiné des questions analogues à celles qui se rapportent à l'usage

des paragrêles. MM. Charles et Fourier (rapporteur, qui étaient alors membres de la section de physique, ont rendu compte d'un Mémoire dans lequel l'auteur proposait divers moyens de préserver les récoltes du fléau de la grêle. Nous insérons textuellement cette pièce, afin de rappeler les principes qui ont toujours dirigé l'Académie dans les applications des sciences à l'économie civile.

« L'Académie a chargé M. Charles et moi d'examiner le Mémoire intitulé : *Essai sur les moyens de diminuer la violence des orages, et de prévenir la formation de la grêle.* Le seul titre de cet écrit suffirait pour attirer l'attention; et si le résultat des recherches de l'auteur répondait à ses vues, aucun objet ne serait plus digne de la reconnaissance publique.

« Plusieurs observations indiquent que l'électricité est une des causes principales de la formation de la grêle. L'auteur du Mémoire, en adoptant cette opinion, ajoute quelques explications plus détaillées, dont les unes sont incertaines, et les autres ne se concilient point avec une théorie exacte. Il pense que la grêle se forme toujours par l'effet de la commotion électrique, qui en condensant, dit-il, la vapeur de l'eau, occasionne la congélation; et il en conclut que l'on peut prévenir la production de ce météore, en attirant vers la terre l'électricité surabondante. C'est dans cette vue que l'auteur indique les moyens suivants.

« Il suppose que, dans les lieux où l'orage commence à se former, on élève des aérostats et des cerfs-volants, munis de conducteurs métalliques terminés en pointe. Ces paratonnerres, ainsi transportés dans une région plus voisine des nuées orageuses, recevraient et conduiraient vers le sol l'ex-

cès d'électricité qui s'accumule dans quelques parties de l'atmosphère, et détermine avec les éclats de la foudre la formation de la grêle. Les aérostats seraient retenus par des cordes conductrices, comme celles des cerfs-volants électriques. Les villes et les communes rurales seraient pourvues, autant que possible, d'appareils de ce genre; on les confierait à quelques préposés qui dirigeraient ces manœuvres, et seraient eux-mêmes surveillés par les autorités du lieu.

« Dans la saison où les orages sont plus fréquents, ou pendant une grande partie de cette saison, on conserverait des signaux élevés sur des aérostats, et au moyen desquels les communes pourraient être averties, afin que toutes les manœuvres fussent commencées à temps et suivant une direction convenable.

« L'auteur propose aussi, comme moyen accessoire, d'élever avec des ballons non attachés au sol un assemblage de corps conducteurs, par exemple de l'eau contenue dans des bocaux de verre, dont les seules surfaces intérieures communiqueraient entre elles par des chaînes métalliques. Il est persuadé qu'une partie de l'électricité surabondante des nuages passerait dans ces appareils et s'y condenserait, en sorte qu'on diminuerait par-là l'intensité de la cause physique de la grêle.

« Le Mémoire dont on vient de donner l'extrait ne contient aucune observation nouvelle. Il se réduit à des vues générales dénuées de preuves, et qui ne peuvent guère devenir l'objet d'une discussion approfondie. L'auteur ayant désiré instamment qu'il fût fait un rapport exprès sur cet objet de son travail, vos commissaires n'ont pu se dispenser d'exposer avec un peu plus de détail les motifs de leur opinion.

« Les conditions qui rendent les résultats des sciences applicables à la société, et leur donnent un vrai caractère d'utilité publique, sont plus rares et plus difficiles à réunir qu'on ne le pense communément. Il faut d'abord que ces résultats soient déduits d'une théorie admissible, ou, ce qui est la même chose, de l'ensemble des faits bien observés et comparés entre eux pour découvrir leurs principes communs. Il faut prévoir ensuite les difficultés de l'exécution, les inconvénients, et surtout les dangers qu'elle pourrait entraîner : toutes ces difficultés doivent être résolues par des moyens précis, qui ne laissent aucune incertitude. Il est encore nécessaire de comparer les avantages que l'on serait assuré d'obtenir, avec les dépenses que l'application exige : cette considération ne doit jamais être omise, toutes les fois que l'on propose d'appliquer aux usages civils les conséquences théoriques des sciences : or, les vues que l'auteur présente dans son Mémoire ne satisfont à aucune des conditions que l'on vient d'énoncer. La théorie qu'il admet est au moins incertaine et insuffisante; et, quant à l'application, l'auteur paraît n'avoir considéré ni les difficultés, ni les inconvénients, ni les dépenses. Le Mémoire n'indique aucun moyen de rendre praticable cet usage d'aérostats, retenus par des cordes dans une atmosphère agitée par les approches des orages. Il serait inutile d'insister sur les difficultés évidentes de ces manœuvres, et sur celles qu'il y aurait à prolonger pendant toute une saison l'emploi de ces ballons stationnaires qui serviraient de signaux. Quant à ceux qu'on propose d'abandonner aux vents, après les avoir chargés d'un assemblage de corps conducteurs, dans la vue de recevoir et de condenser une partie de l'électricité des nuages, nous

sommes obligés de remarquer que l'auteur se forme à cet égard une opinion contraire aux faits les plus constants. Un appareil de ce genre, dont la surface extérieure ne communiquerait pas avec le sol, n'est rien moins qu'un condensateur. La propriété que ce nom exprime exigerait une disposition entièrement différente. Au reste, en comparant l'effet que l'auteur a le dessein de produire aux divers moyens dont il recommande l'emploi, on est d'abord porté à les trouver insuffisants et disproportionnés avec l'étendue de la cause. On ne peut lever cette incertitude que par des observations faites avec beaucoup de soin, et il ne suffirait pas de citer l'usage des paratonnerres, car le résultat de cet usage est de préserver des impressions de la foudre les objets compris dans un espace extrêmement borné, tandis que le but de l'auteur est de prévenir la formation même du météore. Et pour citer ses propres expressions, *le problème, réduit à ses termes les plus simples, consiste à soutirer de l'atmosphère orageuse la dose excédante de fluide électrique nécessaire à la production de la grêle et à la formation des tempêtes, et à réduire ainsi les orages extraordinaires à la condition de ceux où la grêle ne se forme point*,

» L'emploi des cerfs-volants électriques assujettis à toutes les conditions qu'exige ce genre d'expérience, nous procurera peut-être un jour des connaissances nouvelles et très-précieuses sur l'électricité atmosphérique. Et de toutes les vues de l'auteur, c'est celle qui s'accorderait le mieux avec les faits connus.

« D'après les mêmes principes, il serait utile de vérifier jusqu'à quel point l'usage très-multiplié des paratonnerres, dans un même canton, pourrait influer sur la formation ha-

bituelle des orages, comme l'ont pensé quelques physiciens; mais si la societé doit un jour retirer de nouveaux avantages de ces instruments, ces avantages seront sans doute, comme tous les autres bienfaits des sciences, le fruit de recherches persévérantes et d'une observation assidue de la nature.

« Si le Mémoire dont nous avons pris connaissance ne contient point la solution de la question difficile que l'auteur s'est proposée, nous pouvons du moins assurer qu'il n'y a aucune partie de cet ouvrage où l'on ne remarque un vif désir de concourir au bien public. Des recherches entreprises dans une vue aussi honorable, inspirent toujours une juste considération, même lorsqu'elles ne sont point couronnées du succès.

« Vos commissaires ont apprécié ce motif; mais devant surtout vous présenter le résultat de leur examen, ils n'ont pu se dispenser de proposer la conclusion suivante qui termine ce rapport :

« Que le Mémoire intitulé : *Essai sur les moyens de diminuer la violence des orages, et de prévenir la formation de la grêle*, ne contient aucunes recherches nouvelles fondées sur des observations précises; et que les vues de l'auteur, dans l'état actuel de son travail, ne sont point appuyées de preuves suffisantes qui puissent déterminer l'approbation de l'Académie. »

On n'a pu comprendre dans les analyses précédentes l'extrait d'un rapport fait à l'Académie sur une expédition nautique dont les sciences ont retiré des avantages importants. Nous voulons parler du voyage de découvertes exécuté dans les années 1822, 1823, 1824 et 1825 sous le com-

mandement de M. Duperrey. La commission chargée de rendre compte des résultats de cette expédition était composée de MM. de Humboldt, Cuvier, Desfontaines, Cordier, Latreille, de Rossel et Arago (rapporteur); nous insérons ici la première partie de cette pièce : elle est relative aux sciences mathématiques; les autres articles du rapport, savoir, celui qui concerne la collection géologique et qui est de M. Cordier, et l'article de zoologie, rédigé par M. Cuvier, ont aussi été publiés en même temps que la première partie, dans les Annales de chimie et de physique, tom. XXX, pag. 337.

M. le rapporteur fait d'abord mention des nombreux voyages qui ont été exécutés depuis le retour de la paix, dans l'intérêt des sciences et de la navigation. Il rappelle les cartes de la Méditerranée et de la mer Noire du capitaine Gautier, les travaux du capitaine Roussin sur les côtes d'Afrique et du Brésil, l'expédition du capitaine de Freycinet, les opérations hydrographiques dirigées par M. Beautemps-Beaupré, et cite ces résultats comme des monuments durables de la protection éclairée que le ministère de la Marine accorde aux entreprises utiles.

MM. Duperrey et Durville, qui avaient donné des preuves éclatantes de leurs talents et de leur zèle, le premier pendant la circumnavigation de l'Uranie, l'autre comme collaborateur du capitaine Gautier, présentèrent vers la fin de 1821 le plan du nouveau voyage. Les espérances du gouvernement, qui approuva ce projet, et celles des amis des sciences, ont été complètement réalisées.

Itinéraire. — La *Coquille* appareilla de Toulon le 11 août 1822. Le 22 du même mois, elle mouilla sur la rade de Sainte-

Croix de Ténériffe, d'où il partit le 1er septembre, faisant route pour la côte du Brésil. Dans sa traversée, M. Duperrey prit connaissance, le 5 octobre, des petits îlots de Martin-Vaz et de la Trinité; le 16, la *Coquille* jeta l'ancre au mouillage de l'île Sainte-Catherine : elle y séjourna jusqu'au 30. Le 18 novembre, elle atteignit le port Louis des Malouines, situé au fond de la Baie-Française, d'où elle mit sous voiles le 18 décembre pour doubler le cap Horn; elle visita ensuite sur la côte occidentale d'Amérique le port de la Conception au Chili; celui du Callao au Pérou; enfin le port de Payta, situé entre l'équateur magnétique et l'équateur terrestre. L'absence de toute relation diplomatique entre la France et les gouvernements républicains de l'Amérique du Sud, n'apporta aucun obstacle aux opérations de M. Duperrey : sur la côte du Chili, comme au Pérou, les autorités allèrent avec empressement au-devant de ses moindres désirs.

La *Coquille* appareilla de Payta le 22 mars 1823; elle longea dans sa route l'archipel Dangereux, et relâcha d'abord à Tahiti le 3 mai, et ensuite à Borabora, qui fait également partie des îles de la Société. En quittant ce dernier point, l'expédition se dirigea vers l'ouest, prit successivement connaissance des îles Salvage, Eoa (dans le groupe des Amis), Santa-Cruz, Bougainville, Bouka, et atteignit la Nouvelle-Irlande, où elle mouilla dans la baie de Praslin le 11 août.

Après une relâche de neuf jours, l'expédition quitta le port Praslin, pour se rendre à Waigion. Nous parlerons tout-à-l'heure des observations qu'elle fit dans la traversée et durant son séjour dans le hâvre d'Offak, d'où elle partit le 16 septembre. Le 23, M. Duperrey jeta l'ancre à Cajeli (île Bourou); le 4 octobre, il aborda à Amboine, où il reçut

de M. Merkus, gouverneur des Moluques, l'accueil le plus empressé et tous les secours dont il avait besoin. Le 27 octobre, la *Coquille* remit sous voiles, se dirigeant du Nord au Sud ; elle prit connaissance de l'île du Volcan; traversa le détroit d'Ombay ; longea les îles situées à l'ouest de Timor; fit la reconnaissance de Savu, de Benjoar, et quitta définitivement ces parages pour se rendre au port Jackson. Les vents contraires ne permirent pas à M. Duperrey de ranger la côte occidentale de la Nouvelle-Hollande, comme il en avait eu le projet ; ce ne fut que le 10 janvier 1824 qu'il doubla la pointe méridionale de la terre de Van-Diemen ; le 17, la corvette était amarrée dans Sydney-Cove. M. le général Brisbane, gouverneur de la Nouvelle-Hollande et correspondant de l'Académie, reçut nos voyageurs avec l'empressement le plus amical, et mit à leur disposition tout ce qui pouvait contribuer au succès des opérations dont ils étaient chargés.

En quittant Sydney, le 20 mars 1824, après une relâche de deux mois, l'expédition fit voiles pour la Nouvelle-Zélande, où elle aborda le 3 avril, dans la baie des Iles. Les travaux qu'elle devait y exécuter furent terminés le 17. Dans les premiers jours de mai, la *Coquille* parcourait déja dans tous les sens l'archipel des Carolines. La mousson d'Ouest l'obligea d'abandonner ces parages vers la fin de juin 1824; elle se dirigea alors sur l'extrémité nord de la Nouvelle-Guinée, fit, durant sa route, la géographie d'un bon nombre d'îles peu connues ou mal placées, et atteignit le hâvre de Dory le 26 juillet; quinze jours après, la corvette mit de nouveau sous voiles pour se rendre, en traversant les Moluques, à Java Elle jeta l'ancre dans le port de Sourabaya le 29 août, en

partit le 11 septembre; arriva le mois suivant à l'Ile-de France, où ses opérations la retinrent du 31 octobre au 16 novembre; elle séjourna à Bourbon du 17 au 23 du même mois, et fit voile ensuite pour Sainte-Hélène. La relâche de M. Duperrey dans cette île dura une semaine. Il en partit le 11 janvier de l'année courante, jeta l'ancre à l'Ascension le 18; y exécuta rapidement les observations du pendule et des phénomènes magnétiques, et quitta définitivement ces établissements anglais le 27, après avoir reçu des commandants et des officiers des deux garnisons tous les secours désirables. Le 24 avril enfin, M. Duperrey entra dans la rade de Marseille.

Durant cette campagne de *trente-un mois et treize jours*, la *Coquille* a parcouru 25000 lieues. Elle est revenue au point de départ, sans avoir perdu un seul homme, sans malades et sans avaries. M. Duperrey attribue en grande partie la bonne santé dont son équipage a constamment joui, à l'excellente qualité de l'eau conservée dans les caisses en fer, et aussi à l'ordre qu'il avait donné d'y laisser puiser à discrétion. Quant au rare bonheur qu'a eu la *Coquille* d'exécuter un si long voyage sans avaries ni dans ses mâts, ni dans ses vergues, ni même dans ses voiles, s'il a dû tenir à un concours de circonstances extraordinaires, sur lequel il serait imprudent de compter toujours, on doit aussi reconnaître que de telles chances ne s'offrent qu'à des marins consommés. Ajoutons encore que M. Duperrey et ses collaborateurs avaient eu, en 1822, l'avantage de trouver à Toulon, dans la personne de M. Lefébure de Cerizy, un ingénieur du plus grand mérite, qui présida au radoub et à l'installation de la corvette avec toute la sollicitude d'un véritable ami.

Cartes et plans levés pendant la campagne de la Coquille.

Les travaux hydrographiques exécutés pendant la circumnavigation de la *Coquille* sont déja complètement dessinés et n'attendent plus que le burin du graveur : ils forment 53 cartes ou plans, dressés par les meilleures méthodes. Nous allons en présenter ici l'énumération, en citant au fur et à mesure les noms des officiers à qui on en est redevable.

Sur la côte du Brésil, le *plan* des îlots de Martin-Vaz et de la Trinité a été dressé avec beaucoup de soin par M. Bérard.

Sur celle du Pérou, le même officier a fait le *plan très-détaillé* du mouillage du Payta et la *carte* des côtes adjacentes, depuis Colan, situé à peu de distance de l'embouchure du Rio-de-Chira, jusqu'à l'île de Lobos.

La *carte générale* de l'archipel Dangereux a été dressée par M. Duperrey lui-même ; la *carte particulière* de l'île Clermont-Tonnerre appartient à M. Bérard ; les *plans* des îles d'Augier, Freycinet et de Lostange ont été levés avec un soin très-remarquable par M. Lottin.

M. Duperrey a profité de sa navigation au milieu des îles de la Société pour rectifier plusieurs graves erreurs qu'on remarque dans toutes les cartes de cet archipel.

M. Bérard a levé, dans l'île de Tahiti, avec son habileté accoutumée, le *plan* du mouillage de Matavaï. Le *plan* des îles Moutou-iti et Moupiti et *celui* du mouillage de Papaoa sont de M. Blosseville : ils font également honneur à son zèle et à son expérience.

Dans la Nouvelle-Irlande, MM. Bérard, Lottin et Blosse-

ville ont levé conjointement et dans les plus grands détails le *plan* du port Praslin et de l'anse aux Anglais, le *plan* du cap Saint-George, et la *carte* du détroit de même nom, qui sépare la Nouvelle-Irlande de la Nouvelle-Bretagne.

En quittant la Nouvelle-Irlande, la *Coquille* a fait une reconnaissance détaillée des îles Schouten, sur lesquelles on n'avait jusqu'ici que des notions un peu confuses : M. Duperrey en a dressé la *carte*. Le hâvre d'Offak, dans l'île Waigiou, dont l'intérieur était peu connu, a été l'objet d'un travail spécial auquel tous les officiers ont pris part. M. Bérard a fait la *carte* de la portion de côte de la Nouvelle-Guinée comprise entre Dory et Auranswary ; le *plan* du hâvre de Dory se fonde sur les observations réunies de MM. Bérard, Lottin et de Blois. La *carte* de la côte, entre Dory et le cap de Bonne-Espérance de la Nouvelle-Guinée, est de M. Lottin ; c'est également à cet officier qu'on sera redevable de la *carte* des îles Yang, situées au nord de Rouib.

Des traversées effectuées suivant des directions très-diverses dans les Moluques ont fourni à M. Duperrey les éléments d'une nouvelle *carte* de cet archipel, et de celle du détroit de Wangi-Wangi, à l'est de l'île de Boutoun. L'amiral d'Entrecasteaux n'avait vu que les côtes nord des îles Savu et Benjoar, situées ou sud-ouest de Timor ; M. Bérard a tracé une grande partie des côtes méridionales. La *carte* du détroit d'Ombay et de l'île du Volcan est également dressée d'après les observations du même officier. Celle de l'île Guébé appartient à M. de Blois.

Dans la Nouvelle-Zélande, les travaux de la *Coquille* n'ont eu pour objet que l'extrémité nord de l'île Eaheinomauve : ils forment quatre planches. La première fait connaître la

configuration de toute la côte N.-E. : elle est de M. de Blois ; la seconde représente la baie des Iles, d'après les travaux réunis de tous les officiers ; la troisième offre le *plan* de la baie Manawa, par M. Bérard ; la quatrième enfin est le *plan* détaillé de la rivière de Kédékédé, dressé sur les observations de M. de Blosseville.

Les îles isolées de Rotumah, de Cocal et de Saint-Augustin ont été levées par MM. Bérard et Lottin.

Dans l'archipel des îles Mulgraves, dont M. Duperrey a dessiné la *carte générale*, M. de Blosseville a effectué la reconnaissance des îles King's-mill, Hopper, Wood et Henderville ; et M. de Blois, celle de l'île Hall, d'un archipel de cinq îles, et enfin des îles Mulgraves proprement dites de Marchall.

Le vaste archipel des Carolines, jusqu'à présent si mal connu, a été le principal théâtre des opérations géographiques de la *Coquille*. La *carte générale* que M. Duperrey en a dressée rectifiera beaucoup d'erreurs. L'île de Benham y est représentée d'après la reconnaissance qu'en a faite M. de Blosseville. L'île Ualan, que le capitaine américain Crozier avait nommé *Strong*, et à laquelle M. Duperrey a restitué le nom que lui donnent les habitants, mérite un intérêt tout particulier. Durant une relâche de quinze jours, les officiers de la corvette l'ont parcourue dans tous les sens ; ils y ont trouvé d'assez grands ports : l'un d'eux, que les naturels appellent *Lélé*, un autre qui a reçu le nom de la *Coquille*, sont dessinés dans l'atlas d'après les opérations très-détaillées de MM. Bérard, Lottin et de Blois.

M. de Blois a fait à part une reconnaissance complète des îles de Tougoulon et Pélélap, qui sont probablement les Mac-

Askill de certaines cartes, et celle des îles Mougoul, Ougai et Aoura, qui furent découvertes le 18 juin. C'est encore à cet officier qu'on devra le *plan* détaillé du groupe assez étendu d'Hogoleu, dont le P. Cantova avait anciennement parlé, et au milieu duquel la *Coquille* naviguait le 24 juin 1824. La reconnaissance faite par M. Lottin des îles Tametain, Fanadik et Holap, rattache dans ces parages les opérations de la *Coquille* à celles de l'*Uranie*.

Les trois dernières feuilles de l'atlas si riche dont nous venons d'offrir l'analyse, représentent les mouillages de Sainte-Hélène et de Sandy-Bay, et l'île de l'Ascension, d'après les observations de tous les officiers.

On ne perfectionne pas moins les cartes quand on les débarrasse d'îles, d'écueils, de bancs de sable qui n'existent pas, que l'orsqu'on y insère des terres nouvellement découvertes. L'expédition de la *Coquille* aura rendu plus d'un service à cet égard.

Suivant la plupart des géographes, il y a, non loin des côtes orientales du Pérou, un écueil nommé le *Trépied*. M. Duperrey l'a infructueusement cherché : la *Coquille* a navigué à pleines voiles dans les lieux mêmes où le *Trépied* est ordinairement dessiné.

En prolongeant les côtes de la Nouvelle-Guinée, M. Duperrey a fait avec beaucoup de soin, mais sans succès, la recherche des îles que Carteret avait appelées *Stephens*. Suivant lui, ces îles, encore représentées dans nos cartes, seraient les îles de la Providence de Dampier, situées à l'ouverture de la baie de Geelving : c'est aussi l'opinion du capitaine Krusenstern, et l'on ne peut disconvenir qu'elle a maintenant une grande probabilité. Il paraîtra néanmoins fort étrange que

Carteret se soit trompé de près de 3 degrés sur son estime.

Nos cartes les plus modernes placent un groupe d'îles nommées les *Trials,* en face de la terre de Witt par 20° de latitude sud et 100° de longitude occidentale; M. Duperrey, qui aurait attaché un grand prix à déterminer leur position, n'a pas pu les trouver.

Dans l'archipel des Carolines, les doubles emplois sont très-nombreux : M. Duperrey montre parfaitement que l'île Hope, que l'île Teyoa, que les groupes de Satahual et Lamureck n'existent point dans les positions qu'on leur assigne. Peut-être lui sera-t-il quelquefois difficile d'appliquer exactement ces anciens noms aux îles dont il a fixé la place. Au reste, l'inconvénient n'est pas grave ; tout était si inexat dans les cartes de cet archipel, que le travail de la *Coquille* équivaut à une première découverte.

Observations astronomiques.

Dans un voyage comme celui de la *Coquille*, où les relâches devaient être partout de très-courte durée, les observations astronomiques ne pouvaient avoir pour objet que le perfectionnement de la géographie. Ces observations, dans chaque port, se composent de hauteurs du soleil et d'étoiles propres à vérifier la marche des chronomètres; de nombreuses séries de hauteurs circumméridiennes faites avec le cercle répétiteur astronomique et destinées à donner des latitudes; enfin, d'une multitude de distances de la lune au soleil, aux étoiles et aux planètes, prises avec le cercle répétiteur à réflexion. L'examen que nous avons fait de la partie de ce travail déja complètement rédigée, nous en a

donné l'opinion la plus favorable. Tous les officiers de la *Coquille* y ont également concouru; nous devons néanmoins faire ici une mention particulière de M. Jacquinot, qui, chargé par le commandant de la surveillance des chronomètres durant tout le voyage, a rempli cette minutieuse tâche avec un zèle et une exactitude dignes des éloges de l'Académie.

Observations relatives à la détermination de la figure de la terre.

M. Duperrey était muni de deux pendules invariables en cuivre, qui avaient déja servi dans le voyage de l'*Uranie*. Ils ont été observés à Paris avant le départ et depuis le retour de l'expédition; à Toulon, pendant qu'on préparaît le bâtiment; aux Malouines, par 54° 31′ 43″ de latitude sud; au port Jackson, sur la côte orientale de la Nouvelle-Hollande; à l'Ile-de-France et à l'île de l'Ascension, entre les tropiques. Notre confrere, M. Mathieu, a déja calculé les observations des Malouines et celles de Paris. Il en a déduit cette importante conséquence, en opposition avec une opinion longtemps accréditée, que les deux hémisphères terrestres nord et sud ont à très-peu près la même forme. Celles de ces observations qu'on n'a pas encore eu le temps de discuter se rattachent à des questions non moins curieuses. Il résulte, par exemple, des opérations de M. Freycinet, qu'il existe à l'Ile-de-France une cause d'attraction locale tellement intense, qu'elle y altère la marche d'une horloge de 13 ou 14 secondes par jour. On conçoit combien il devient intéressant de rechercher, dans les mesures de M. Duperrey, si l'influence accidentelle a été aussi manifeste.

Magnétisme.

Les phénomènes du magnétisme terrestre, malgré plus d'un siècle de recherches, sont encore enveloppés dans une grande obscurité. M. Duperrey s'en est occupé, pendant toute la durée de son voyage, avec l'attention la plus soutenue, soit à la mer, soit dans les relâches. Ses journaux renferment une multitude d'observations de déclinaison, d'inclinaison, d'intensité, et de variations diurnes de la déclinaison, faites par les meilleures méthodes. La Commission a pensé qu'en présentant ici un aperçu rapide des progrès que la science peut attendre de ce grand travail, elle remplirait les intentions de l'Académie.

Il existe, comme on sait, sur le globe, une courbe le long de laquelle l'aiguille aimantée se place horizontalement. Cette courbe, qu'on a appelée l'*équateur magnétique*, a été naguère l'objet des recherches de MM. Hansteen et Morlet. Quoique ces deux physiciens aient fait usage des mêmes données, ils sont cependant arrivés sur quelques points à des résultats légèrement différents. Dans la carte du savant Norwégien, comme dans celle de notre compatriote, l'équateur magnétique est, en totalité, au sud de l'équateur terrestre entre l'Afrique et l'Amérique. Le plus grand écartement de ces deux courbes en latitude, correspond à environ 25° de longitude occidentale : il est de 13° ou 14°. Dans la première carte on trouve un nœud, en Afrique, par 22° de longitude orientale; la seconde le place 4° plus à l'occident. Suivant MM. Hansteen et Morlet, si l'on part de ce nœud en s'avançant du côté de la mer des Indes, la ligne sans inclinaison s'éloigne rapidement vers le nord de l'équateur terrestre, sort de

l'Afrique un peu au sud du cap Gardafui, et parvient, dans la mer d'Arabie, à son *maximum* absolu d'excursion boréale (environ 12°), par 62° de longitude orientale. Entre ce méridien et le 174ᵉ degré de longitude, la ligne sans inclinaison se maintient constamment dans l'hémisphère boréal. Elle coupe le presqu'île de l'Inde, un peu au nord du cap Comorin; traverse le golfe du Bengale en se rapprochant légèrement de l'équateur terrestre dont elle n'est éloignée que de 8°, à l'entrée du golfe de Siam; remonte ensuite un tant soit peu au nord; est presque tangente à la pointe septentrionale de Bornéo, traverse l'île Paragua, le détroit qui sépare la plus méridionale des Philippines de l'île Mindanao, et sous le méridien de Waigiou se trouve de nouveau placée à 9° de latitude nord. De là, après avoir passé dans l'archipel des Carolines, l'équateur magnétique descend rapidement vers l'équateur terrestre, et le coupe, d'après M. Morlet, par 174°; et suivant M. Hansteen, par 187° de longitude orientale. Il y a beaucoup moins d'incertitude sur la position d'un second nœud situé aussi dans l'Océan-Pacifique : sa longitude occidentale doit être de 120° environ; mais tandis que les recherches de M. Morlet l'ont conduit à admettre que l'équateur magnétique, après avoir seulement *touché* l'équateur terrestre, s'infléchit aussitôt vers le sud, M. Hansteen suppose que cette courbe passe dans l'hémisphère nord, sur une étendue d'environ 15° de longitude, et revient ensuite couper de nouveau la ligne équinoxiale à 23° de distance de la côte occidentale d'Amérique. Du reste, pour qu'on ne s'exagère point cette discordance, nous devons dire que, dans son excursion boréale, la courbe sans inclinaison de M. Hansteen ne s'éloigne pas de l'équateur terrestre de

plus d'un degré et demi, et qu'en définitive cette ligne et celle de M. Morlet ne sont nulle part à deux degrés de distance l'une de l'autre dans le sens des cercles de latitude.

Ces divers résultats se rapportent à l'équateur magnétique de l'année 1780. Est-il survenu, depuis lors des changements notables, soit dans la forme de cette courbe, soit dans la position de ses nœuds? Nous ne doutons pas, disent les commissaires, que les travaux de M. Duperrey, réunis aux excellentes observations de M. Freycinet, n'éclaircissent complètement cette question; votre commission doit se borner à vous présenter ici ce qu'elle a pu déduire d'un premier aperçu.

La *Coquille* a coupé six fois l'équateur magnétique. Deux des points dont elle a ainsi déterminé directement la position, sont situés dans l'Océan atlantique par 27° 19′ 22″ et 14° 20′ 15″ de longitude occidentale, et par 12° 27′ 11″ et 9° 45′ 0″ de latitude sud. Dans la carte de M. Morlet, les latitudes des points de la ligne sans inclinaison correspondants à 27° $\frac{1}{4}$ et 14 $\frac{1}{3}$ de longitude occidentale, sont respectivement : 14° 10′ et 11° 36′. La ligne sans inclinaison semble donc, sur le premier point, s'être rapprochée de l'équateur terrrestre de 1° 43′, et, par le méridien du second, de 1° 51′. La carte de M. Hansteen donne, à fort peu près, les mêmes différences.

Dans la mer du Sud, près de la côte d'Amérique, M. Duperrey a trouvé d'abord en allant du Callao à Payta, et ensuite pendant sa navigation entre Payta et les îles de la Société, deux points de l'équateur magnétique, dont voici les coordonnées.

Longit. 83° 38′ O. Latit. 7° 45′ S.
Longit. 85° 46′ O. Latit. 6° 18′ S.

Dans les cartes de MM. Hansteen et Morlet, les latitudes sont d'environ un degré *plus petites*. Ici la différence est en sens contraire de celle que nous avons trouvée dans l'Océan atlantique : vers les côtes du Pérou, l'équateur magnétique semble donc *s'être éloigné* de l'équateur terrestre.

Passons enfin aux deux points déterminés directement pendant la circumnavigation de la *Coquille*, dans la partie boréale de la ligne sans inclinaison. M. Duperrey a trouvé pour leurs coordonnées :

Longit. 170° 37′ 24″ E.... Latit. 0° 53′ N.
Longit. 145° 2′ 38″ E.... Latit. 7° 0′ N.

Ces latitudes sont *plus petites* sur les cartes qui représentent l'équateur de 1780. Dans la partie de l'Océan équinoxial correspondant aux Carolines et aux îles Mulgraves, la ligne sans inclinaison semble donc maintenant *s'éloigner* de l'équateur terrestre.

Des variations en apparence si contradictoires, s'expliqueront néanmoins très-simplement, même sans qu'il soit nécessaire d'admettre un changement de forme dans l'équateur magnétique, pourvu que l'on suppose que cette courbe est douée d'un mouvement de translation qui, d'année en année, la transporte progressivement et en masse de l'orient à l'occident. De 1780 à l'époque actuelle, cette rétrogradation des nœuds, pour qu'on pût en déduire la valeur numérique des changements observés dans les latitudes, ne devrait guère être au-dessous de 10°. Si la rapidité de ce déplacement était regardée comme une objection, on remarquera que les observations directes de la position des nœuds conduisent, à fort peu près, aux mêmes résultats. M. Duperrey a

trouvé, en effet, un nœud de la courbe par 172° environ de longitude orientale : sur la carte de M. Hansteen, ce nœud est placé au 184ᵉ degré. Dans la mer du Sud, le nœud tangent de M. Morlet, les deux nœuds de M. Hansteen, se trouvent entre le 108ᵉ et le 126ᵉ degré de longitude occidentale. Des observations fort exactes faites à bord de l'*Uranie*, en 1819, et que M. Freycinet a eu la bonté de communiquer, portent ce nœud jusqu'au 132ᵉ degré de longitude. on trouve enfin, dans un ouvrage du capitaine Sabine, publié depuis quelques semaines seulement par ordre du Bureau des longitudes de Londres, une observation qui montre d'une manière non moins évidente que le point d'intersection des deux équateurs, qui était situé en Afrique, dans l'intérieur des terres, et assez loin de la côte en 1780, s'est avancé de l'orient à l'occident jusque dans l'Océan atlantique. L'observation dont on vient de parler a été faite à l'île portugaise de Saint-Thomas. M. Sabine y a trouvé, en effet, en 1822, pour la valeur de l'inclinaison, 0° 4′ S. L'équateur magnétique passe donc actuellement par cet île dont la latitude est 24′ N., ou seulement quelques minutes plus à l'occident. Son point d'intersection avec l'équateur terrestre est à 5° environ de longitude orientale, tandis que, d'après les observations de 1780, MM. Morlet et Hansteen l'ont placé 13° au moins plus à l'est.

D'après ces divers rapprochements, l'existence d'un mouvement de translation dans l'équateur magnétique est très-probable. M. Morlet l'avait déja indiqué, mais avec la juste défiance que des mesures d'inclinaison obtenues saus changement des pôles de l'aiguille devaient lui inspirer. Aujourd'hui on pourra obtenir, à cet égard, une certitude com-

plète, en discutant sous le même point de vue l'ensemble des observations d'inclinaison faites en pleine mer dans les régions équinoxiales. Les journaux tenus à bord de l'*Uranie* et de la *Coquille* renferment tous les éléments de ce travail, l'un des plus importants que l'on puisse maintenant entreprendre sur les phénomènes du magnétisme terrestre. Il paraîtrait, en effet, que c'est la forme et la position de la ligne sans inclinaison qui règlent d'un pôle à l'autre, dans quel sens, en chaque lieu, les variations annuelles de l'aiguille aimantée se manifesteront. Cette conjecture, en tant qu'il est question du changement d'inclinaison, se trouve consignée dans l'intéressant Mémoire de M. Morlet, auquel l'Académie, il y a déja quelques années, a donné de son approbation. Si l'on appelle latitude magnétique d'un point, la distance angulaire de ce point à la ligne sans inclinaison mesurée sur le méridien magnétique considéré comme un grand cercle, on trouvera en général, suivant M. Morlet, que l'inclinaison de l'aiguille *diminue* là où le mouvement de translation de l'équateur tend à *diminuer* la latitude magnétique; et qu'elle *augmente*, au contraire, partout où la latitude magnétique *s'agrandit*. Quelques lieux, tels que la Nouvelle-Hollande, Ténériffe, etc., lui paraissaient néanmoins faire exception. Les observations recueillies dans les voyages de l'*Uranie* et de la *Coquille* ont permis de soumettre cette règle à un plus grand nombre de vérifications, et de reconnaître qu'elle s'accorde avec l'expérience d'une manière fort remarquable, même dans les stations que M. Morlet avait exceptées. On voit de cette manière que si l'inclinaison sud *augmente* rapidement à Sainte-Hélène pendant que l'inclinaison nord *diminue* rapidement

à l'Ascension, c'est parce que, dans son mouvement de translation, l'équateur magnétique, qui s'éloigne sensiblement de la première de ces îles, s'approche, au contraire, de la seconde, qu'elle finira même par atteindre en peu d'années. Le méridien magnétique du Cap prolongé vers le nord, passe à une petite distance d'un des nœuds vers l'ouest : dès-lors l'inclinaison y doit *augmenter* rapidement, et c'est aussi ce que montrent les observations de Cook, de Bayly, de King, de Vancouver et de M. Freycinet. A l'île de Tahiti, Bayly, Wales et Cook trouvèrent, en 1773, 1774 et 1777, une inclinaison de l'aiguille d'environ 30°; M. Duperrey déduit de ses mesures 30° 36; le changement annuel est donc presque insensible : mais aussi le méridien magnétique de Tahiti rencontre la ligne sans inclinaison très-près de son *maximum* de latitude, c'est-à-dire, dans un point où cette courbe est presque parallèle au méridien terrestre. Le rapide changement d'inclinaison à la Conception du Chili, déduit de la comparaison des mesures de Malaspina et de M. Duperrey; la petitesse, au contraire, de ce mouvement aux îles Sandwich, qui paraît résulter des observations de Bayly, de Cook, de Vancouver et de M. Freycinet, n'offrent pas une confirmation moins frappante de la règle.

Si une discussion exacte des observations de l'aiguille horizontale montrait, comme cela paraît être au premier aperçu, qu'en chaque lieu les changements de déclinaison peuvent aussi se rattacher à la position de l'équateur magnétique, l'étude du mouvement de cette courbe acquerrait une nouvelle importance. C'est une recherche dont MM. Freycinet et Duperrey possèdent tous les éléments, et qui nous paraît digne de fixer leur attention. La commission se borne ici

à faire remarquer qu'il résulte des observations de ces deux officiers, comparés à celles de Cook et de Vancouver, que la déclinaison, soit à Tahaïti au sud des deux équateurs, soit aux îles Sandwich, par une latitude boréale, est maintenant aussi peu variable que l'inclinaison.

L'expédition maritime de l'*Uranie* est la première pendant laquelle on ait étudié les oscillations diurnes de l'aiguille aimantée horizontale. Les précieuses observations rapportées par M. Freycinet ont établi d'une manière incontestable, qu'entre les tropiques l'étendue de cette oscillation est sensiblement moindre que dans nos climats. On paraissait pouvoir aussi en déduire que dans l'hémisphère austral, *quel que soit le sens de la déclinaison*, l'extrémité nord de l'aiguille se meut vers l'est aux mêmes heures où nous la voyons en Europe marcher vers l'ouest. Ce fait, à son tour, amenait à la conséquence qu'entre l'Europe et les régions où M. Freycinet avait observé, il devait se trouver des points dans lesquels la variation serait absolument nulle. Il restait seulement à déterminer si ces points appartenaient à l'équateur magnétique ou à l'équateur terrestre. La seconde supposition ne pouvait guère se concilier avec l'existence à Rawack d'une variation diurne de trois à quatre minutes : car ce port, situé dans les terres des Papous, n'a que $0^{\circ}\ 1'\ \frac{1}{2}$ de latitude sud. Néanmoins il paraissait désirable, pour dissiper toute incertitude, qu'on observât le phénomène entre les deux équateurs. Tel a été le principal objet de la relâche de M. Duperrey à Payta. Dans cette ville, située au nord de l'équateur magnétique et au sud de l'équateur terrestre, l'extrémité nord de l'aiguille, observée avec un microscope, se mouvait, comme en Europe, de l'orient à l'occident, depuis

huit heures du matin jusqu'à midi. Ce déplacement angulaire était très-petit; mais sa direction, sur laquelle les observations ne laissaient aucune incertitude, paraissait autoriser la conséquence que tout le long de l'équateur magnétique l'aiguille horizontale n'éprouve pas de variations diurnes. Dans d'autres stations placées comme Payta, à l'île de l'Ascension, par exemple, on a pu voir cependant que cette conclusion aurait été prématurée. Le phénomène est plus complexe qu'on ne l'imaginait. Peut-être les changements de déclinaison du soleil qui, en Europe, occasionnent de si grandes variations dans l'amplitude des oscillations diurnes, amènent-ils, suivant les saisons sous les tropiques, des mouvements de l'aiguille dirigés en sens inverse. Des observations ultérieures faites dans des mois et des lieux convenablement choisis, lèveront ces doutes. Ainsi nous paraîtrait-il très-utile que l'Académie voulût bien, dès ce moment, recommander cette recherche d'une manière spéciale à l'attention des navigateurs, surtout si, comme on l'annonce, une nouvelle expédition de découvertes doit bientôt sortir de nos ports.

La commission ajoute que M. Duperrey a donné son attention aux expériences d'où l'on peut déduire les intensités comparatives du magnétisme terrestre en divers lieux, et qu'il s'est également occupé des observations propres à faire connaître les corrections dont les éléments magnétiques obtenus en pleine mer pourront être susceptibles. Il lui a semblé qu'en général ces corrections seront très-petites. MM. les commissaire sont craint que l'étendue de ce rapport ne parût excessive; mais l'Académie a entendu avec une vive satisfaction des détails aussi précieux; elle y trouve un té-

moignage du soin avec lequel on lui expose des travaux qui intéressent éminemment l'État et les sciences.

Météréologie.

La météréologie se sera enrichie, par l'expédition de la *Coquille*, d'un journal où, pendant trente-un mois consécutifs et sans qu'il y ait une seule exception, on a noté six fois par jour l'état de l'atmosphère, sa température, sa pression, et la température de la mer. Dans les relâches, à Payta, par exemple; à Waigiou, sous l'équateur terrestre; à l'Ile-de-France, à Sainte-Hélène, à l'Ascension, entre les tropiques; nos navigateurs ont eu l'incroyable patience d'observer le thermomètre et le baromètre de quart d'heure en quart d'heure, le jour et la nuit, pendant des semaines entières. Tant de soins ne seront pas perdus; des observations aussi minutieusement exactes, aussi détaillées, fourniront de précieuses données sur la loi qui lie les températures atmosphériques correspondantes aux différentes heures de la journée; sur la valeur de la période barométrique diurne et nocturne; sur les heures des *maxima* et des *minima*, etc. Grace à l'extrême complaisance que M. Delcros, ingénieur-géographe très-distingué, a bien voulu avoir, à la prière de l'un des commissaires, d'aller à Toulon comparer les instruments de la *Coquille* à un baromètre qui lui appartient, et dont l'accord avec celui de l'Observatoire se maintient depuis plusieurs années, on pourra décider, ce qui au reste n'est presque plus une question depuis qu'on a reçu en Europe les observations de MM. Boussingault et Riveiro, si la pression moyenne de l'atmosphère est la même dans tous les climats.

Depuis les célèbres voyages de Cook, personne ne doute

plus que l'émisphère sud ne soit en masse notablement plus froid que l'hémisphère nord ; mais à quelle distance des régions équinoxiales la différence commence-t-elle à être sensible ? Suivant quelle loi s'agrandit-elle à mesure que la latitude augmente ? Quand ces questions auront été complètement résolues, on pourra soumettre à une discussion exacte les causes diverses auxquelles ce grand phénomène a été attribué. La recherche de M. Duperrey aux Malouines montrera déja que par 51° ½ de latitude, la différence du climat est très-grande. Nous voyons en effet qu'au mouillage de la Baie-Française, du 19 au 30 novembre 1822, les températures moyennes de l'atmosphère et de la mer furent respectivement :

+ 8°, 0 et + 8°, 2 centigrades. Le mois suivant, du 1^er^ au 18, on trouva :

+ 10°,0 et + 9°,4. On peut donc adopter + 9°,0 centigrades pour la température moyenne des Malouines, dans les trente jours qui précédent le solstice d'été de ces régions. Londres se trouve précisément sous la latitude de la Baie-Française : or la température moyenne des douze derniers jours de mai et des dix-huit premiers jours de juin, d'après les tabeaux publiés par la Société royale, est d'environ 15° centigrades : c'est 6° de plus qu'aux Malouines.

La recherche de la direction et de la vitesse des courants mérite, au plus haut degré, de fixer l'attention des navigateurs. Les observations météorologiques ne sont pas moins propres à hâter les progrès de cette branche importante de l'art nautique, que la méthode généralement employée par les marins, et qui consiste à comparer des latitudes et des longitudes déterminées astronomiquement, avec les latitudes

et les longitudes correspondantes, déduites de l'observation de la boussole et du loch.

Les eaux d'une certaine région, quand elles sont transportées par un courant dans une région plus ou moins voisine de l'équateur, ne perdent dans le trajet qu'une partie de leur température primitive. L'Océan se trouve ainsi sillonné par un grand nombre de rivières d'eau chaude et d'eau froide, dont le thermomètre manifeste l'existence et indique jusqu'à un certain point la direction. Tout le monde connaît les recherches de Franklin, de Blagden, de Williams, de M. de Humboldt, sur le courant équinoxial, qui, après s'être réfléchi dans le golfe du Mexique, après avoir débouché par le canal de Bahama, se meut du S. au N., à une certaine distance de la côte orientale d'Amérique, et va, sous le nom de *Gulph-Stream*, tempérer le climat de l'Irlande, des îles Shetland et de la Norwège. A l'autre extrémité de ce vaste continent, le long des côtes du Chili et du Pérou, un courant rapide dirigé du sud au nord porte au contraire jusqu'au Callao les eaux froides du cap Horn et du détroit de Magellan. La température *anomale* de l'Océan, dans le port de Lima, avait déja été remarquée dans le seizième siècle. Acosta dit en effet (liv. II, chap. 2, pag. 70), qu'on peut rafraîchir les boissons au Callao en les plongeant dans l'eau de mer; mais c'est M. de Humboldt qui a prouvé le premier, par des expériences exactes, que cette température accidentelle est l'effet, du moins en grande partie, d'un courant méridional, dont la limite est le cap Blanc : plus au nord, dans le golfe de Guayaquil, il n'en a point trouvé de traces. Les nombreuses observations recueillies sur la *Coquille*, soit pendant sa navigation le long des côtes du Chili et du Pérou, soit durant son séjour à la Conception, à Lima et à Payta,

fourniront sur ce curieux phénomène d'importantes données. A Payta, par exemple, la température de l'air était en général de 5, de 6 et même quelquefois de 7° centigrades supérieure à celle de la mer. La différence moyenne de ces températures, déterminée par treize jours d'observation dans le mois de mars, s'élève à 5°: pendant la relâche au Callao on a trouvé aussi une différence dans le même sens; mais elle est plus petite qu'à Payta, ce qu'on n'aurait peut-être pas prévu. Les journaux tenus dans toutes les autres ports, celui de la Conception du Chili excepté, n'offrent rien de semblable: l'eau et l'atmosphère, sur une moyenne de dix jours d'observation, donnent à fort peu près le même degré.

La considération des températures *absolues* ne fournirait pas une preuve moins certaine de l'existence de ce courant d'eau froide. Au port de Calloa, du 26 février au 4 mars, les températures moyennes de l'air et de la mer furent respectivement 21°3 et 19°1 centigrades. Au large, à 800 lieues des côtes, sous la même latitude, comme aussi sous une latitude plus grande, on trouva, du 7 au 10 avril, 25°,9 et 25°6.

A Payta, du 20 au 22 mars, les températures moyennes de l'air et de l'eau que nous déduisons des journaux de la *Coquille* sont 25°,1 et 20°,0. Ici, le courant n'exerce plus, comme on voit, une très-grande influence sur la température de l'atmosphère près de la côte; mais il est encore de 6 ou 7 degrés plus froid que l'Océan à pareille latitude dans tout autre parage.

On s'est livré à cette discussion de quelques-unes des observations météorologiques rapportées par M. Duperrey, afin de montrer combien il serait désirable qu'elles fussent imprimées en entier: les sciences physiques et l'art nautique lui-même en tireraient un grand parti. Le rapport contient la re-

marque suivante: « Qu'il nous soit permis toutefois d'exprimer le regret que nous avons éprouvé, en ne trouvant point dans des journaux si riches, si précieux, quelques observations de la température de la mer à de grandes profondeurs. Cette recherche, qui se rattache d'une manière si directe à celle de l'existence des courants sous-marins, n'aurait cependant pas retardé d'un quart d'heure la navigation de la *Coquille*, puisqu'en général il eût suffi d'attacher un thermomètre à la sonde toutes les fois qu'on la jetait à la mer. Si des expériences aussi intéressantes ont été complètement négligées par M. Duperrey et ses collaborateurs, c'est uniquement, il est presque superflu de le dire, à cause qu'ils manquaient des moyens de les faire avec exactitude. Il n'y avait pas, en effet, à bord de la corvette, un seul de ces ingénieux thermomètres qui marquent par des index les *maxima* et les *minima* de température auxquels ils ont été exposés.

Rarement une expédition de découvertes quitte nos ports sans que l'Académie soit consultée par l'autorité, même sans qu'on la charge de rédiger des instructions; nous pensons qu'elle ne contribuerait pas d'une manière moins efficace aux progrès des sciences, si elle faisait préparer à l'avance, par les plus habiles artistes, quelques-uns des instruments de physique dont les navigateurs peuvent avoir besoin. Si l'Académie, comme nous l'espérons, daigne donner suite à la proposition que nous avons l'honneur de lui faire, non seulement elle n'aura plus à l'avenir à signaler aucune lacune dans les travaux qu'on lui soumettra, mais elle contribuera à répandre l'esprit de recherche et le goût de la précision, parmi cette brillante jeunesse, pleine de talents et de zèle, qui peuple nos ports. »

Marées.

Les observations de marées, dans la rapide navigation de la *Coquille*, ont eu pour objet principal la recherche de l'heure de l'*établissement* des ports. Les journaux de l'expédition renferment tous les éléments de ces déterminations. Sur quelques côtes, M. Duperrey a remarqué qu'il n'y avait qu'une seule marée dans les vingt-quatre heures. Des observations semblables se trouvent consignées dans les ouvrages de plusieurs anciens navigateurs; peut-être même sont-elles maintenant assez multipliées, pour qu'il soit possible d'arriver à quelque conclusion intéressante sur les causes locales qui modifient aussi notablement le phénomène général. C'est une discussion à laquelle M. Duperrey a l'intention de se livrer.

Pendant l'observation des marées, quand le temps était calme, on faisait régulièrement, à bord de la *Coquille*, des expériences destinées à déterminer jusqu'à quelle profondeur il serait possible de voir, dans le cas où le fond de la mer aurait une nuance blanche bien prononcée : c'était en quelque sorte une mesure de la transparence de l'eau. L'appareil employé se composait d'une planche de 2 pieds de diamètre, peinte en blanc, et portant un poids attaché de manière qu'en descendant dans le liquide, elle demeurait horizontale. Les résultats, comme on pouvait s'y attendre, ont été très-dissemblables. A Offak, dans l'île Waigiou, par un temps calme et *couvert*, le 13 septembre, le disque disparut quand il fut descendu de 18 mètres (55 pieds). Le lendemain 14, le ciel étant *serein*, on ne cessa de voir le même

disque qu'à la profondeur de 23 mètres (70 pieds). Au port Jackson, les 12 et 13 février (il est facile de reconnaître qu'ici la date a de l'importance), on n'a jamais pu voir la planche à plus de 12 mètres (36 pieds) de profondeur, par un calme plat. La moyenne à la Nouvelle-Zélande, en avril, a été d'un mètre moindre. A l'île de l'Ascension, en janvier, sous des circonstances favorables, les limites extrêmes, dans une série de onze expériences, sont 28 et 36 pieds. Nous avons rapporté ces résultats, parce qu'ils se rattachent à d'intéressantes questions dont les naturalistes se sont beaucoup occupés il y a quelques années.

Les parties suivantes du rapport concernent la collection géologique et la zoologie. Cette pièce, que l'Académie a adoptée et transmise au gouvernement, est terminée par l'article suivant.

Botanique.

Dans le partage que les officiers attachés à l'expédition de M. Duperrey avaient fait entre eux des divers sujets de recherches dont ils devaient s'occuper, M. Dumont-Durville se trouva naturellement chargé de la botanique. Les riches collections de plantes et d'insectes qu'il avait rapportées, en 1820, de ses campagnes dans l'archipel Grec et dans la mer Noire, montraient déja tout ce qu'on pouvait attendre de son zèle et de son expérience. Quoique M. Durville, en sa qualité de commandant en second de la corvette, se trouvât obligé de veiller, dans les ports, à tous les minutieux détails relatifs aux approvisionnements; quoique la surveillance de l'équipage formât aussi une partie assujettissante de ses fonctions, cet officier, grace à la bonne harmonie qui a constamment

régné sur la *Coquille*, a pu, sans que le service en souffrît, concilier les devoirs de son grade avec les recherches scientifiques. Les régions humides des Malouines; la Silla brûlante de Payta; les îles de Tahiti et Borabora; les plaines de Bathurst au-delà des Montagnes-Bleues; l'archipel des Carolines, sont successivement devenus l'objet de ses explorations. L'herbier qu'il a rapporté se compose de près de 3ooo espèces; sur ce nombre on estime qu'il y en a environ 4oo nouvelles. Plusieurs autres, quoique déja connues, sont rares et ne se trouvent pas dans les collections du Muséum d'histoire naturelle.

M. Durville, au reste, ne s'est pas contenté de recueillir les plantes qui s'offraient à ses regards; il les a analysées et décrites avec soin. Celles dont les organes trop délicats n'auraient pas pu être conservés, ont été dessinées sur les lieux avec beaucoup de succès par M. Lesson. Les flores particulières des diverses contrées où la *Coquille* a relâché feront connaître dans quels rapports numériques les familles, les genres et les espèces s'y trouvent distribués. On ne voit pas, par exemple, sans surprise que, dans une étendue de plus de 4ooo lieues, dans toute la zone *intertropicale*, depuis l'Ile-de-France jusqu'à Otahiti et beaucoup au-delà, sur les îles comme sur les continents, le règne végétal offre un très-grand nombre d'espèces identiques; tandis que les îles de Sainte-Hélène et de l'Ascension, situées aussi sous cette zone dans l'Océan Atlantique, produisent des espèces qui leur sont particulières, et qu'on ne retrouve ni au Brésil, ni en Afrique, par les mêmes latitudes.

M. Durville, ayant eu l'attention de noter autant que possible le degré de fréquence relative de chaque espèce végétale,

dans tous les terrains qu'il a parcourus, aura ainsi fourni à ceux qui s'occupent spécialement de la géographie botanique de précieuses données. Les notes dont ses herbiers sont accompagnés, sur l'utilité de certaines espèces de plantes dans l'économie domestique, sur la nature et l'élévation du sol où elles croissent, sur les noms qu'elles portent dans les diverses îles, ne sont pas moins curieuses. Ajoutons que durant son voyage M. Durville avait envoyé au Muséum divers paquets de graines : les espèces qui en proviennent y sont maintenant cultivées. Les objets nombreux recueillis et observés par cet officier étendront notablement le domaine des sciences naturelles, et lui assurent la reconnaissance de tous ceux qui les cultivent.

Relation historique.

Les documents que rapporte l'expédition sur les mœurs et les habitudes des diverses peuplades des Carolines, sur les indigènes de la Nouvelle-Zélande, sur les habitants d'Otahiti, si différents aujourd'hui de ceux que Cook et Bougainville y trouvèrent, ont paru pleins d'intérêts. Les vocabulaires des langues de ces îles que M. Duperrey a recueillis sont très-nombreux. On en doit quelques-uns aux propres recherches de nos voyageurs. Le plus grand nombre leur a été communiqué par les missionnaires anglais. Ces vocabulaires exciteront au plus haut degré la curiosité de ceux qui cherchent à retrouver comment la migration des peuples s'est opérée dans la vaste étendue de la mer du Sud. L'on devra à M. Gabert, agent comptable, auquel les langues européennes sont devenues familières, des renseignements curieux sur l'état du commerce et de l'industrie des colonies

visitées par la *Coquille*. Quant aux traits physiques des habitants de ces divers archipels, ils sont représentés dans une série de 43 portraits exécutés avec beaucoup de talent, à l'aide de moyens optiques, par M. Lejeune. La ressemblance, d'après le témoignage unanime des officiers de la *Coquille*, est plus parfaite qu'on ne l'avait jamais obtenue par d'autres méthodes. On doit encore à M. Lejeune 57 dessins de costumes; 40 petits tableaux; 83 vues ou paysages; enfin, 59 dessins représentant des armes, des ustensiles de ménage et divers autres objets. L'auteur de ce riche portefeuille n'avait été embarqué sur la *Coquille* que comme amateur. Un dessinateur en titre et soldé eût difficilement montré, comme on voit, plus de zèle et d'activité. Personne n'aura de doute sur l'heureux parti qu'on tirera de plusieurs de ces dessins pour orner la relation historique du voyage, quand nous aurons annoncé que M. le général Lejeune veut bien consentir à devenir, dans ce travail, le guide de son neveu. M. Bérard, dont nous avons eu déja si souvent l'occasion de signaler l'activité, a dessiné avec un succès très-remarquable toutes les espèces de pirogues dont se servent les habitants des nombreux archipels de la mer du Sud. C'est un travail complet en son genre, et qui fournit plus d'une occasion d'admirer à quel point le besoin et une longue expérience suppléent aux connaissances scientifiques.

Conclusion.

L'Académie trouvera, dans les analyses qui précèdent, la preuve que le voyage de la *Coquille* mérite d'occuper un rang distingué parmi les plus brillantes expéditions scienti-

fiques exécutées, soit par la marine française, soit par celles des autres nations. La Commission n'a qu'un vœu à émettre, c'est qu'une publication prompte et détaillée mette le monde savant en possession des richesses aussi nombreuses que variées dont on est redevable au zèle, au talent et à l'infatigable activité de M. Duperrey et de ses collaborateurs.

La publication des résultats de cet important ouvrage a été entreprise et poursuivie avec beaucoup de soin. Trois livraisons relatives à la zoologie ont déja paru (fin de mai 1827); les observations magnétiques, celle du pendule, sont livrées à l'impression pour le recueil de la connaissance des temps; la partie géographique est terminée, et ne tardera point à être rendue publique. La plupart des cartes sont gravées : il en est de même des dessins qui sont joints à la relation historique.

M. Paul-Laurent, ancien élève de l'école Polytechnique, professeur de dessin à l'école forestière de Nancy, a proposé un nouveau moyen de suppléer à la gravure sur cuivre, et de multiplier promptement et à peu de frais les empreintes d'un dessin. Son procédé consiste à calquer le dessin avec une pointe sèche, sur une feuille transparente de gélatine rendue insoluble par une dissolution de sulfate de fer oxidé. Deux commissions ont successivement pris connaissance des essais présentées par M. Laurent : elles ont reconnu que les résultats sont très-remarquables, et qu'ils promettent à l'histoire naturelle, au dessin des machines et des appareils ou de l'architecture et des ornements, un procédé expéditif pour représenter fidèlement des détails compliqués ou des traits d'un dessin original. Ce procédé demande de nouvelles re-

cherches ; il reste à vaincre des difficultés d'exécution, mais il tend à perfectionner l'art dans ses applications usuelles. L'Académie, qui a vu avec satisfaction cette ingénieuse tentative, continuera de s'intéresser au succès de l'auteur.

M. Augustin Coront a soumis à l'examen de l'Académie un nouveau métier propre à tisser toutes sortes d'étoffes par le seul effet d'un mouvement de rotation continu. MM. Dupin, Navier et Molard (rapporteur) ont rendu compte du résultat de cet examen. Avant d'exposer les particularités que l'on remarque dans le nouveau mécanisme de M. Coront, on indique dans le rapport la première origine des inventions de ce genre : elle est due à l'un des membres les plus célèbres de l'ancienne Académie des sciences de Paris, Jacques de Vaucanson. Ce grand mécanicien a résolu le premier, et de la manière la plus complète, l'ingénieuse question qui avait pour objet de produire des étoffes de toute espèce par le seul effet d'un mouvement continu de rotation résultant d'un moteur quelconque. Les écrits périodiques de ce temps (novembre 1745) on fait connaître avec beaucoup de détail cette invention surprenante. Ils rapportent que cette nouvelle merveille de l'art consiste dans une machine, au moyen *de laquelle un cheval, un bœuf ou un âne font des étoffes bien plus belles et bien plus parfaites que les meilleurs métiers.* Ont ajoute que l'auteur n'a d'abord travaillé que pour faire toutes sortes d'étoffes unies comme le taffetas, le gros de Naples, le sergé, le satin ; mais que bientôt après il trouva les moyens de rendre les nouveaux ouvriers de sa création également habiles pour la fabrication des étoffes façonnées. Le métier dont il s'agit a été légué par l'auteur au gouvernement de France, et il est déposé dans le Conservatoire des Arts et Métiers.

Le rapport dont nous donnons l'extrait cite la description qui fut alors publiée, et complète cette description. Il rappelle d'autres inventions qui furent aussi examinées et approuvées par l'Académie des Sciences de Paris.

Il résulte de cette exposition, que l'on ne pourrait pas considérer comme une découverte nouvelle l'établissement des métiers propres à tisser les étoffes au moyen d'un moteur quelconque, et qui produit sans le secours de la main,

1° Le jeu des lisses;

2° Le lancement de la navette dans les deux sens;

3° Le coup de chape ou du battant, et son repos pendant le passage de la navette;

4° L'action du frein de la grande ensouple en opposition avec le coup du battant;

5° La marche progressive de l'étoffe à mesure qu'elle est tissée.

Dans cet état de choses, le mérite d'un métier à tisser, du genre de ceux qui ont été soumis à l'examen de la Commission, ne peut consister que dans le choix des divers mécanisme déja employés pour produire les effets que l'on vient d'énoncer.

Les métiers de M. Coront, examinés sous ce point de vue, ont été jugés d'une combinaison simple, facile à exécuter, d'un entretien peu dispendieux; et très-bien appropriés à leur objet. On a remarqué que le peigne est porté par une espèce de chariot, qui se meut dans un plan horizontal pour opérer la pression de la trame; que le lancé de la navette dans les deux sens est produit par un mécanisme aussi simple qu'ingénieux, et qui a l'avantage de ne point frapper brusquement les taquets qui chappent la navette, mais

de les conduire par un mouvement uniformément accéléré, à l'imitation de la main de l'ouvrier qui fait usage de la navette.

M. Coront emploie sur l'un de ses métiers la mécanique à la Jacquart, qui produit une étoffe façonnée par le foulage d'une seule marche, recevant l'impulsion de l'autre moteur en même temps que toutes les parties du métier. Les commissaires ont joint au rapport un échantillon de l'étoffe façonnée, dont la fabrication a eu lieu en leur présence. L'Académie a adopté les conclusions proposées : elles portent que M. Coront a le mérite d'avoir produit un métier à tisser peu dispendieux, d'une facile exécution, et très-susceptible d'être porté à un degré satisfaisant de perfection, à mesure que l'expérience lui en démontrera la nécessité.

HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE.

ANALYSE

Des Travaux de l'Académie royale des Sciences, pendant l'année 1826.

PARTIE PHYSIQUE.

Par M. le Baron CUVIER, Secrétaire Perpétuel.

MÉTÉOROLOGIE.

M. Moreau de Jonnès a communiqué à l'Académie la notice des tremblements de terre qui ont eu lieu aux Antilles en 1826.

Le premier s'est fait sentir à la Martinique le 7 janvier, à sept heures du matin; il s'est formé de deux secousses consécutives; la dernière a été très-violente.

Le second a eu lieu le 2 mai à minuit 35 m.; le mouvement d'oscillation du sol a été long et assez fort.

Le dernier tremblement de terre est arrivé le 12 août, à cinq heures du matin. On n'a ressenti au fort Royal qu'une seule secousse très-prolongée.

Des vents de nord de la plus grande force ont commencé à souffler en janvier 1826, dans la mer des Antilles, et leur domination a duré plus de deux mois et demi. Ils ont tellement abaissé la température, que l'Archipel a éprouvé un hiver singulièrement froid.

CHIMIE.

Nous avons parlé l'année dernière des expériences de MM. Debussy et le Canu sur la distillation des corps gras, qui leur ont fait connaître que l'on obtient, par ce moyen comme par la saponification, les acides margarique et oléique. Cette année ils ont généralisé leurs observations et sont arrivés à ce résultat remarquable, que les corps gras susceptibles d'être changés en savon par les alcalis, sont aussi ceux qui donnent des acides par la distillation, et que ceux qui ne peuvent être saponifiés ne donnent point d'acides par cette voie.

Dans un travail particulier sur l'huile de Ricin, ils ont reconnu qu'elle donne des acides, et même qu'elle en donne de trois sortes, et en la saponifiant ils les ont retrouvés; mais les acides leur ont paru différer de ceux de tous les autres corps gras. Le premier, qu'ils nomment ricinique, est fusible à 22° au-dessus de la congélation de l'eau. Un autre, qu'ils appellent stéaro-ricinique, se cristallise en belles paillettes et ne se fond qu'à 130°. Le troisième, qu'ils appellent oléo-ricinique, demeure au contraire liquide à plusieurs degrés au-dessous

du point de la congélation de l'eau. Les acides sont volatiles, plus ou moins solubles dans l'alcohol, et complétement insolubles dans l'eau. Ils forment avec diverses bases, surtout avec la magnésie et l'oxide de plomb, des sels dont les caractères sont très-distincts. L'huile de Ricin, qui ne donne ni acide oléique ni acide margarique, ne contient donc ni oléine ni stéarine, et elle est d'une nature particulière.

En effet, soit qu'on la distille ou qu'on la convertisse en savon, elle donne des résultats qui lui sont propres. Lorsqu'on l'a distillée par exemple après que les huiles volatiles et les acides ont passé dans le récipient, il reste dans la cornue un acide solide équivalent aux deux tiers de son poids, blanc jaunâtre, boursoufflé, semblable à de la mie de pain, qui brûle aisément sans se fondre, qui n'est soluble que dans les alcalis, et qui forme avec eux une sorte de savon. Les auteurs croient qu'on pourrait en tirer un vernis propre à être employé sur les tôles qui doivent subir une assez forte chaleur.

On se souvient de la découverte de l'iode, faite en 1813 dans le varec par M. Courtois, et des propriétés remarquables que MM. Gay-Lussac et Humphry-Davy ont reconnues à cette substance.

M. Balard, préparateur de la faculté des Sciences de Montpellier, en traitant par le chlore la lessive des cendres de fucus et l'eau-mère des salines, en y ajoutant de la solution d'amidon comme on le fait pour y reconnaître l'iode, s'aperçut qu'outre la matière bleue produite par l'union de l'iode et de la solution d'amidon, il se montrait une matière d'une odeur vive et d'un jaune-orangé, d'autant plus intense que

le liquide qu'il observait était plus concentré. On peut obtenir séparément cette matière, soit en distillant l'eau-mère après l'action du chlore, et en condensant par le froid les vapeurs rutilantes qu'elle fournit, soit par un procédé plus compliqué mais plus productif, en l'enlevant à l'eau par l'éther, à l'éther par la potasse, en mêlant cette potasse avec du peroxide de manganèse, en versant sur le mélange de l'acide sulfurique étendu d'eau, enfin en recueillant encore les vapeurs qui se dégagent. Ses propriétés semblent annoncer un principe particulier. En masse, elle paraît d'un rouge foncé; sa liquidité se conserve jusqu'à 18° au-dessous du point de congélation; elle est très-volatile et bout à 47°; son odeur ressemble beaucoup à celle du chlore; sa densité est triple de celle de l'eau; dissoluble dans l'eau, dans l'alcohol, dans l'éther, elle détruit les couleurs comme le chlore et se comporte de même avec l'hydrogène et avec l'oxygène, avec les oxides alcalins. Combinée avec le gaz hydrogène percarburé, elle produit un liquide oléagineux d'une odeur éthérée très-suave.

L'auteur lui a donné le nom de brôme, tiré de Βρῶμος, mauvaise odeur. Il l'a soumise à des essais analogues à ceux que M. Gay-Lussac a faits sur l'iode.

M. Dumas a obtenu des composés dans lesquels entre cette substance, et de nature assez semblable à ceux que l'on obtient de l'iode, entr'autres des brômites métalliques et des hydrobrômates alcalins.

M. Sérullas, continuant à suivre la même marche, a obtenu de l'hydrocarbure de brôme et de l'éther hydrobrômique.

M. Liebig a retiré cette même substance de l'eau-mère

de quelques salines d'Allemagne, et en a aussi fait l'objet de quelques expériences.

En 1813, à l'époque où M. Gros entreprit de décorer la coupole de Sainte-Geneviève de la magnifique composition dans laquelle il a déployé un talent si admirable, MM. Thénard et Darcet furent consultés sur la méthode à suivre pour fixer la peinture à l'huile sur la pierre et préserver des chefs-d'œuvre d'une prompte destruction : ils jugèrent que le moyen le plus sûr était de faire pénétrer dans la pierre un corps gras liquéfié par la chaleur, qui en se réfroidissant remplirait tous les pores et offrirait au pinceau de l'artiste un fond de la même nature que les couleurs qu'il avait à y appliquer. Ils composèrent cet enduit d'une partie de cire jaune et de trois parties d'huile, cuite avec un dixième de son poids de litharge. On chauffa successivement et fortement toutes les parties de la coupole au moyen d'un grand réchaud de doreur, et l'on y appliqua le mélange chauffé lui-même à la température de l'eau bouillante. A mesure que la première couche s'imbibait, elle était remplacée par une autre, jusqu'à ce que la pierre refusât d'en absorber : les murs une fois bien imprégnés, bien unis et bien secs, furent reconverts de blanc de plomb délayé dans l'huile, et c'est sur cette couche blanche que le grand peintre a exercé ses pinceaux. Onze années d'épreuve ont prouvé que les vues de ces chimistes avaient été heureuses : leur enduit ne met pas seulement la peinture à l'abri de l'humidité, il prévient encore l'embu ou cette inégalité d'éclat qui est occasionée par le plus ou moins d'absorption de l'huile, et il dispense ainsi le peintre de vernir son tableau. On a préparé de même les quatre pendentifs de la coupole inférieure qui doivent être

peints par M. Gérard. L'enduit les a pénétrés à trois et quatre millimètres et demi.

Ce procédé peut être employé sur le plâtre comme sur la pierre ; et il le préserve même, lorsqu'il est exposé au dehors, de l'action de l'air et de l'humidité. Un bas-relief en plâtre enduit à moitié de la composition de MM. Thénard et Darcet a été exposé pendant très-long-temps sous des gouttières ; tout ce qui était enduit s'est conservé, tandis que le reste a été rongé, dissous, et que les figures y sont devenues méconnaissables.

On a parfaitement assaini, par des enduits semblables, des appartements au rez-de-chaussée que le salpêtre avait rendus inhabitables, même en été ; on y a employé de la résine au lieu de cire, ce qui rend le mélange beaucoup moins cher.

En mêlant à l'enduit des savons métalliques, on peut donner au plâtre telle couleur que l'on veut. Il n'est pas douteux que l'on pourra s'en servir pour des statues de plâtre, et les rendre presque aussi inaltérables par les éléments que si elles étaient de marbre ou de bronze.

Une des industries les plus profitables qui aient été données à la France par des chimistes, est celle d'extraire la soude du sel marin : toutes nos fabriques de savon, nos verreries, obligées autrefois d'importer pour beaucoup de millions de soude tirée de plantes marines qui croissent sur les côtes d'Espagne, l'obtiennent maintenant de fabriques placées à côté d'elles et qui exploitent le produit inépuisable de nos mers.

A la vérité, l'impôt dont est chargé le sel qui se consomme

dans l'intérieur, aurait anéanti cette industrie dès sa naissance, puisque le sel lui-même avant toute préparation aurait été plus cher que la soude étrangère; aussi le gouvernement livre-t-il depuis long-temps en franchise aux fabricants de soude les sels qui leur sont nécessaires; on comprend que des hommes peu délicats ont dû être tentés d'abuser de cet avantage; l'énormité de l'impôt fait qu'il y a plus de profit à revendre en fraude ce sel qu'à l'employer à sa destination; et l'administration aurait voulu obtenir un moyen qui, sans empêcher que le sel qu'elle livre ne fournît de la soude, le rendît cependant impossible à détourner pour la consommation ordinaire, et la dispensât ainsi de la surveillance qu'elle est obligée d'exercer sur ceux auxquels elle l'a livré.

Il y avait une autre question fort intéressante pour l'art de la verrerie.

On peut employer pour faire le verre le sulfate de soude résultant de la première opération que l'on fait sur le sel marin au moyen de l'acide sulfurique, et sans avoir besoin de décomposer ce sulfate et d'en extraire la soude, extraction qui exige des travaux compliqués et beaucoup de combustible et de main-d'œuvre. L'économie s'élèverait à 70 pour cent de la dépense que le fabricant de verre fait maintenant pour se procurer la soude pure, et la diminution de prix qui en résulterait pour le verre de vitre irait à 30 pour cent; mais le sulfate de soude peut aisément être converti en sel marin au moyen du muriate de chaux, et il s'agissait encore de savoir si l'impôt sur le sel ne rendrait pas cette conversion plus lucrative que l'emploi du sulfate dans la verrerie.

Les calculs de MM. Thénard et Darcet ont prouvé que le profit serait trop peu considérable pour tenter les fabricants, tandis que la permission accordée depuis long-temps aux fabricants de soude d'exporter le sulfate, donnait aux verriers étrangers un grand avantage sur les nôtres. Le seul moyen avantageux de fraude aurait été que les fabricants de soude eussent livré au commerce du sulfate de soude qui aurait contenu encore une quantité notable de sel marin en nature. Mais il est aisé de constater ce fait, en décomposant jusqu'à une certaine proportion le sulfate de soude par le muriate de chaux, et en essayant le résidu par le sulfate de baryte. Les commissaires de l'Académie ont indiqué des moyens précis de s'assurer qu'il n'y reste pas un dixième de sel, proportion dans laquelle la fraude ne serait plus profitable.

Sur ce rapport, le gouvernement a accordé aux fabricants de verre les facilités que l'on réclamait pour eux.

Une troisième question de chimie, qui intéressait beaucoup le commerce dans ses rapports avec le fisc, était de déterminer par des moyens sûrs les proportions respectives de laine et de fil, de coton ou de soie, qui entrent dans les étoffes mêlées de ces substances; le motif de cet intérêt est pris de la loi des douanes qui accorde des primes très-différentes à l'exportation des tissus de laine pure ou mélangés des autres substances.

S'il ne s'agissait que d'étoffes blanches et composées d'une part de laine, et de l'autre de fil ou de coton, l'ébullition prolongée dans la soude caustique en dissolvant toute la laine donnerait un moyen simple de résoudre le problème; mais

la soie, matière animale, se dissout comme a laine dans les alcalis caustiques, et le coton ou le fil deviennent solubles lorsqu'ils ont été teints par certains procédés.

On n'a donc point encore découvert de procédé qui réponde à tous les cas.

Lors de la reconstruction du théâtre de l'Odéon après son dernier incendie, l'administration exigea, pour retarder ou amoindrir les effets d'un nouvel accident, que le théâtre fût séparé de la salle par un gros mur qui n'aurait d'ouverture que celle de la scène; et l'on avait proposé de compléter cette mesure au moyen d'un rideau de tôle que l'on pourrait baisser au moment où, soit le théâtre, soit la salle, prendrait feu. L'on espérait de pouvoir préserver ainsi l'une des deux moitiés du bâtiment; mais M. Darcet fit observer que ce rideau prendrait bientôt une chaleur rouge, qu'il deviendrait ainsi lui-même un moyen de propager l'incendie, qu'en même temps il empêcherait de jeter de l'eau de la partie intacte de l'édifice dans la partie enflamée; enfin, et surtout, qu'il empêcherait un courant d'air qui se manifeste d'ordinaire quand c'est le théâtre qui prend feu, de la salle vers le théâtre, et qui en refoulant les flammes du côté où elles ont commencé, est très-favorable soit à la sortie des spectateurs, soit même à la préservation de la salle. Il proposa d'y substituer un rideau de toile métallique qui, sans avoir aucun de ces inconvénients, suffirait pour empêcher les flammèches et les débris enflammés de tomber d'une partie de l'édifice dans l'autre.

Cette mesure, adoptée en partie dans le temps à l'Odéon, vient de l'être complètement au théâtre de la Nouveauté, et il est à désirer qu'elle le soit bientôt dans toutes les salles de

spectacle. Dans le cas où un incendie éclaterait de manière à ce que l'on désespérât de sauver la partie incendiée, M. Darcet recommande d'y ouvrir à l'air autant d'issues qu'il sera possible, afin de déterminer plus puissamment le courant, dont il attend un effet si favorable pour la partie opposée.

MINÉRALOGIE.

M. Karsten, membre du conseil des mines de Prusse, et correspondant de l'Académie, a publié sur les combustibles minéraux un ouvrage d'une grande importance, dont il a été présenté un extrait à l'Académie par M. Héron de Villefosse, l'un de nos académiciens libres.

Ces combustibles sont connus sous les noms de bois fossile, de lignite, de houille, d'antracite et de graphite, selon qu'ils s'éloigent davantage de leur état primitif qui paraît avoir été le bois, et que par une décomposition progressive ils s'approchent plus ou moins complètement de l'état de charbon pur. Dans chacun de ces genres, dans celui de la houille surtout, il y a encore de grandes variétes pour la quantité du carbone que chaque sorte peut contenir, et pour celles de l'hydrogène, de l'oxigène et des terres qui s'y trouvent unies; et de là résultent des différences de la plus grande importance dans la pratique. La chaleur qu'une houille peut fournir est d'autant plus grande que le carbone y domine davantage; mais la facilité avec laquelle on l'allume, la flamme qu'elle donne, le gaz propre à l'éclairage que l'on peut en tirer, sont dans une raison contraire : c'est en général la proportion de l'hydrogène qui en est la mesure. De ces différentes proportions résultent aussi des différences dans le *Coke*, c'est-à-dire dans la houille carbonisée, qui prend tantôt une forme

pulvérulente, tantôt une forme boursoufflée, et tantôt une forme compacte; et l'on comprend encore que selon les différents usages que l'on veut faire de ce coke, il est bon de choisir la houille qui le donne sous la forme convenable. Enfin, ce qui importerait par-dessus tout dans la connaissance de ces minéraux, ce serait de pouvoir juger d'avance, et d'après leur aspect extérieur, de leur composition et des qualités qu'ils manifesteront, soit dans les préparations auxquelles on les soumettra, soit dans les emplois que l'on sera dans le cas d'en faire.

C'est à tracer ces règles que M. Karsten a consacré son travail : il décrit chaque sorte de ces divers combustibles; fait connaître la forme que prennent leurs cokes, et leurs analyses soit avant, soit après la carbonisation; ce qui lui donne les moyens d'indiquer le parti le plus avantageux que l'on peut tirer de chaque sorte.

M. de Villefosse a mis d'autant plus d'intérêt à faire connaître cet ouvrage à la France, que dans la prodigieuse activité que prennent nos ateliers et nos fabriques, dans celle que les mines de houille vont recevoir des grandes entreprises destinées à faciliter le transport de ce minéral, il devient chaque jour plus intéressant pour les consommateurs d'en apprécier sûrement les diverses qualités.

GÉOLOGIE.

M. le comte Andréossy, académicien libre, s'est occupé d'un travail qui intéresse à la fois la géologie, la géographie, l'hydraulique et l'art des fortifications; ce sont les dépressions que la surface du globe éprouve entre les chaînes des monta-

gnes, ou en travers de leurs crêtes, seuls passages par lesquels puissent être conduits les canaux artificiels et points principaux que l'ingénieur doit prendre en considération dans les ouvrages destinés à la défense d'un pays.

Il trouve que ces dépressions considérées topographiquement sont toujours comprises entre quatre cours d'eau opposés deux à deux, qui se réunissent latéralement aussi deux à deux, pour se rendre par un cours commun dans leurs récipients respectifs, sans toutefois qu'elles donnent origine à ces cours d'eau : différentes en cela des cols, qui sont aussi des dépressions dans le faîte d'une chaîne principale, mais à l'origine de deux cours d'eau opposés; et ce caractère les fait reconnaître aisément, sur les cartes où les rivières sont bien indiquées. Ces dépressions sont limitées dans l'espace par une courbe concave dont le point le plus bas est en même temps le point le plus élevé d'une courbe convexe perpendiculaire à la première, et le point où ces deux courbes se rencontrent est le point de partage des canaux navigables. Tel est le Valdieu, entre les Vosges et le Jura, où le passage du canal du Rhône au Rhin pouvait se faire par la ligne la plus courte et avec le plus petit nombre d'écluses. Offrant en même temps la communication la plus directe entre le débouché du Rhin à Bâle, et l'intérieur de la France, cette dépression devait fixer l'attention des ingénieurs; et c'est avec une grande prévoyance que Vauban y avait placé la forteresse de Belfort, et que l'on s'occupe aujourd'hui d'en agrandir et d'en renforcer la citadelle.

Le fond de la mer a ses dépressions comme la surface des continents, et tel est le fond du détroit du Pas de Calais. Le point qui correspond à la profondeur de seize brasses

en fait le seuil ; à partir de là dans les deux directions, la mer devient à la fois plus profonde et plus large ; et si les eaux s'abaissaient de soixante-deux brasses, on aurait à découvert entre la France et l'Angleterre une dépression semblable à celle qui sépare les Vosges et le Jura. Les rivières qui maintenant se jettent de part et d'autre dans cette mer, se réuniraient deux à deux en suivant les lignes de la plus grande pente dans un canal commun : les unes, telles que la Stoure et l'Aa, coulant vers le nord ; et les deux autres, le Rother et le Vimereu, vers le sud.

Si au contraire les eaux s'élevaient de deux cents mètres, et de manière à découvrir la dépression que l'on observe entre la montagne Noire, qui est une branche des Cevennes, et le revers de la chaîne secondaire des Pyrénées, dépression où est le point de partage du canal de Languedoc, elle deviendrait un détroit maritime plus ou moins semblable à celui de Calais.

L'auteur, après ces considérations purement topographiques, traite des dépressions sous le point de vue minéralogique. Ayant examiné avec M. Daubuisson celle où est le point de partage du canal de Languedoc, et qui est formée par des branches des Cevennes et des Pyrénées, il a trouvé du côté des Cevennes des granits, des gneiss, des marbres salins, des schistes, etc. ; du côté des Pyrénées, des grès à pâte calcaire, des marnes arénacées, des poudingues à pâte marneuse ; et dans l'intervalle déprimé, des terrains de sédiment ou mollasses, contenant du calcaire commun.

La dépression d'entre les Vosges et le Jura lui a offert des phénomènes analogues : du côté des Vosges sont des

porphyres. des grauwackes, des grès rouges; du côté du Jura, des calcaires de différentes sortes; et le calcaire oolitique du Jura forme encore le seuil de la dépression, et y est superposé aux terrains des Vosges.

M. Andreossy conclut de ces circonstances que ces dépressions de la surface du globe ont été produites par des courants qui ont agi dans deux sens différents; et il considère l'ensemble des cours d'eau du globe comme l'image du ruissellement des eaux à l'époque où les continents ayant été mis à découvert, elles se précipitèrent vers leur récipient commun. Il se propose, au reste, de reproduire et d'étendre ces considérations dans un ouvrage général sur les inégalités de la surface de la terre, ouvrage que des occupations obligées l'ont souvent forcé d'interrompre, mais auquel il compte bientôt mettre la dernière main. Les géologistes ne l'attendront pas avec une moindre impatience que les géographes et les ingénieurs.

PHYSIQUE VÉGÉTALE.

Les végétaux dont les racines doivent être plongées dans la terre, dirigent vers le centre du globe la radicule de leur embryon; et depuis long-temps les physiciens recherchent la cause déterminante de ce mouvement, qui tient sans doute, à quelques égards, à la gravitation, mais dans lequel il entre nécessairement aussi quelque autre action de la part du végétal lui-même. La radicule du gui ne présente pas ce phénomène : elle se dirige vers les corps sur lesquels la graine de cette plante parasite est collée; en sorte qu'en fixant des grains de gui sur la surface d'une sphère, on voit toutes les

radicules se diriger vers le centre de cette sphère. M. Dutrochet a établi, par des expériences dont nous avons rendu compte en 1821, que cette direction spéciale est le résultat d'une action vitale; et il pensait que l'attraction des corps sur lesquels la graine du gui se trouve fixée, en était la cause déterminante. Mais plus récemment, en plaçant des graines de gui dans une obscurité complète, il s'est aperçu que leurs radicules n'observaient plus aucune direction fixe vers les corps sur lesquels elles étaient attachées; et il en a conclu que leur direction vers ces corps a pour seule cause déterminante, la tendance que manifeste la radicule du gui à fuir la lumière. Fixé sur un corps opaque, l'embryon du gui dirige sa radicule vers ce corps, parce que c'est de ce côté seulement que ne lui arrive point la lumière affluente de tous les autres côtés.

Le même naturaliste a fait des expériences d'un intérêt encore plus général et propres à éclaircir non seulement la physiologie végétale; mais celle de tous les corps organisés; leur objet était surtout de trouver à l'ascension de la sève, une cause qui ne fût point susceptible des mêmes objections que celles qui ont été imaginées jusqu'à ce jour, telles que la capillarité des vaisseaux, la contractilité de leurs parois, l'évaporation à la surface, et autres semblables, dont le peu de fondement lui paraissait démontré, parce qu'il n'en est aucune dont on ne puisse prouver l'insuffisance. Le hasard lui fit remarquer que les capsules de certaines moisissures se remplissaient d'eau au travers de leurs parois, pendant qu'elles expulsaient par leur orifice une substance plus dense qu'elles contenaient auparavant. Ce fait éveilla aussitôt ses idées, et il

chercha à le reproduire plus en grand. Des cœcums d'oiseaux plongés dans l'eau, quoique liés au bout ouvert, se remplirent de ce fluide; ouverts, l'eau y pénétrait par leurs parois en chassant devant elle les matières qu'ils pouvaient contenir, telles que du chyme ou du lait; et ces phénomènes duraient tant que ces matières n'étaient pas putréfiées : alors l'inverse avait lieu, l'eau intérieure était chassée au dehors, et le petit intestin devenait flasque.

M. Dutrochet eut alors l'idée de fermer, au moyen d'un des cœcums, l'extrémité inférieure d'un tube rempli d'eau gommée, et de le plonger à demi dans l'eau. Le liquide ambiant suivit la route accoutumée : il pénétra dans l'intestin, et avec assez de force pour soulever l'eau gommée, et la faire monter jusqu'à ce qu'elle s'écoulât par l'extrémité supérieure du tube.

En variant ces expériences, M. Dutrochet est arrivé à cette conséquence générale, que toutes les fois que deux liquides de densité différente sont séparés par une membrane organique, le moins dense se porte avec force du côté où est le plus dense, et que la cavité où était ce dernier se remplit et devient ce qu'en physiologie l'on nomme *turgide;* à moins toutefois que la nature chimique des liquides ne s'y oppose, l'alcalinité en certains cas produisant le même effet que la moindre densité. M. Dutrochet nomme *endosmose* cette tendance d'un liquide à pénétrer dans l'intérieur d'une cavité organique, et *exosmose* la tendance contraire; et l'on comprend aisément que par le moyen des impulsions et des expulsions que ces tendances doivent produire il lui est aisé de donner des explications plausibles des mouvements qui ont lieu dans les fluides des végétaux; il les applique même aux sécrétions des animaux.

Mais l'endosmose et l'exosmose avaient elles-mêmes besoin d'une explication, et l'auteur la trouve dans l'observation faite il y a quelque temps par M. Porrett, que lorsque deux fluides sont séparés par une membrane organisée, si l'on électrise l'un des deux, il se porte avec force du côté de celui qui n'est pas électrisé; et dans la loi générale de l'électricité galvanique, qu'aussitôt que deux corps de densité différente sont en contact, l'un des deux s'électrise positivement et l'autre négativement.

C'est ainsi qu'il est conduit à conclure que l'électricité est *l'agent immédiat* des mouvements vitaux.

Il fait des applications ingénieuses de sa théorie aux mouvements du sang dans les vaisseaux capillaires, à ceux de la lymphe, et aux sécrétions; l'inflammation et la turgescence érectile sont pour lui des endosmoses portées à un plus haut degré, des hyperendosmoses: il voit, par exemple, la cause de l'inflammation que produit un corps étranger, dans l'hyperendosmose amenée par la densité de ce corps supérieure à celle du sang environnant; et l'action antiphlogistique des cataplasmes et des autres substances humides lui paraît dépendre de l'atténuation qu'elles produisent dans les matières dont la densité excitait une endosmose extraordinaire.

Nous ne suivrons pas l'auteur dans tous les développements de sa doctrine; mais on en trouvera un exposé complet dans l'ouvrage qu'il vient de publier, et qui est intitulé: *l'Agent immédiat du mouvement vital dévoilé dans sa nature et dans son mode d'action chez les végétaux et chez les animaux;* 1 vol. in-8°, Paris, 1826.

Depuis long-temps les botanistes ont remarqué dans la végétation des changements à peu près semblables quant aux nombre des plantes, et quant aux genres et aux espèces auxquels elles appartiennent, lorsqu'ils se sont rapprochés du pôle ou qu'ils se sont élevés vers les sommets des hautes montagnes. Le réfroidissement progressif de la température dispose les végétaux à se ranger sur les divers étages des chaînes, comme aux différentes zones de la terre, et l'une de ces échelles représente l'autre en petit. On comprend néanmoins que cette conformité ne peut pas être complète. Ni la succession des jours et des nuits, ni l'état et le poids de l'air, ni la nature des météores, ni les facilités ou les difficultés de la dissémination des plantes, ne sont les mêmes; et par ces raisons il reste toujours intéressant d'étudier sous ce rapport la végétation des montagnes, surtout celle des pics isolés, dont par beaucoup de causes les caractères doivent être plus prononcés.

C'est ce qui avait engagé M. Ramond, que l'Académie a eu le malheur de perdre il y a seulement quelques semaines, à s'occuper avec une suite toute particulière de la végétation du pic du Midi de Bagnères, sommité de la lisière septentrionale des Pyrénées, elevée de plus de 3,000 mètres au-dessus de la mer, et qui se trouve séparée des sommets semblables les plus voisins par des intervalles rabaissés et longs de deux et trois lieues. M. Ramond y est monté trente-cinq fois en quinze années différentes, et n'a rien négligé pour constater tous les points de sa constitution physique aussi-bien que pour en recueillir tous les végétaux, quelque microscopiques qu'ils soient. La chaleur de l'air s'y porte rarement en été au-dessus de 16 ou 17°; mais son sol schisteux et noirâtre s'é-

chauffe bien davantage, et il élève quelquefois le thermomètre à 35°, lorsque l'air libre ne le fait monter qu'à 4 ou 5. A cet échauffement du sol se joint la vivacité de la lumière, la transparence de l'air. L'évaporation que cette transparence provoque fait vivement contraster la froideur des nuits avec la chaleur des jours; les neiges n'y sont nulle part perpétuelles, et toutefois ce n'est guère qu'après le solstice qu'il commence à s'y montrer des fleurs : la floraison devient générale pendant le mois d'août, et se soutient pendant celui de septembre; passé le 15 octobre il n'y a plus rien; l'automne y finit quand le nôtre commence. Tout le reste de l'année appartient à l'hiver; mais pendant un été si court, la température varie encore souvent et brusquement par l'influence des plaines environnantes : souvent au milieu du plus beau jour on voit le sommet du pic s'entourer de nuages, et sa surface se couvrir d'une gelée blanche ; et c'est surtout par ces vicissitudes que le climat des montagnes doit se différencier de celui des régions arctiques, où tout concourt à donner aux phénomènes atmosphériques une continuité qu'ils ne peuvent avoir dans nos montagnes.

Tel est un résumé fort court du tableau animé que M. Ramond a tracé de ce site singulier. Il le fait suivre de l'énumération des plantes qu'il y a recueillies. Malgré le peu d'étendue de l'espace, elles sont au nombre de 133 espèces : 71 plantes ordinaires, et 60 cryptogames ; encore l'auteur ne se flatte-t-il pas de n'en avoir pas laissé échapper quelqu'une de ces dernières, d'autant que la facilité que la plupart ont de croître partout, les rendait moins importantes pour l'objet qu'il se propose. Parmi ces cryptogames il y a 51 lichens; les hepatiques, les mousses, les fougères, n'ont

fourni que 11 espèces. Parmi les autres plantes que M. Ramond croit avoir à peu près toutes recueillies, une seule a la consistance d'un arbrisseau; c'est un très-petit saule (*salix retusa*); des arbres ne pourraient résister aux ouragans de ces cimes; rien n'y subsiste, dit M. Ramond, que ce qui rampe, ce qui se cache ou ce qui plie. Parmi les herbacées, il n'en est que cinq d'annuelles; toutes les autres sont vivaces. Les plantes annuelles n'ont qu'une existence précaire dans une région dont les intempéries compromettent tour-à-tour la fécondation des germes, la maturation des fruits, la germination des graines; les plantes vivaces au contraire peuvent attendre les jours favorables. Ces plantes appartiennent à 50 genres et à 23 familles. Les composées seules forment un sixième du total; les cypéracées et les graminées un septième; les crucifères, les caryophyllées, chacune un douzième; les lysimachies, les joubarbes, les saxifrages, les rosacées, les légumineuses, autant de dix-huitièmes. A l'exception de quelques espèces communes, ces plantes sont généralement étrangères aux contrées limitrophes, mais il s'en retrouve une partie sur les Alpes; une autre partie est propre à la chaîne des Pyrénées, et il en est plusieurs que l'on ne revoit que dans les régions polaires; il y en a jusque dans l'île Melville, découverte récemment par le capitaine Parry; la flore de cette île n'offre que 117 espèces, mais qui y sont dans des rapports très-différents : les cryptogames en font les deux cinquièmes; les cypéracées et les graminées prennent plus du quart du restant.

M. Turpin, qui joint à un grand talent pour dessiner les plantes une connaissance fort approfondie de leur organi-

sation, a présenté des vues générales sur leur composition élémentaire : il n'admet point ces alternatives de vie végétale et animale, ni surtout ces réunions d'êtres séparés pour en former un seul, que les observations de MM. Girod-Chantrans, Bory Saint-Vincent, Gaillon et autres naturalistes, semblent indiquer dans certaines espèces d'une organisation inférieure; il ne pense pas qu'un être organisé qui a eu son centre particulier d'organisation, puisse s'unir à d'autres pour former par juxtaposition un être plus compliqué ; et il considère les faits dans lesquels ces apparences de réunion ont eu lieu, comme des cas particuliers d'une théorie générale qu'il établit sur la végétation. Tout végétal lui paraît composé de vésicules ; le végétal le plus simple, formé d'une vésicule unique, ou ce qu'il nomme *globuline*, lui paraît se trouver dans ces croûtes légères et vertes qui se montrent sur les murs humides, sur les verres de l'intérieur des serres chaudes, et que les botanistes ont nommées *lepra*. Elles ne se composent que d'une agrégation de vésicules qui, bien que rapprochées, ont chacune leur existence indépendante, et qui se reproduisent par des vésicules plus petites formées dans leur intérieur, d'où elles sortent lorsqu'elles ont atteint le développement nécessaire. D'autres de ces *lepra* offrent des globulines attachées et comme enchaînées à des filaments: les *monilies*, les *conferves* ne sont que des globulines attachées les unes au bout des autres, et dont chaque vésicule devient une capsule, une prison pour de la globuline plus petite qui naît dans son intérieur; c'est ce que l'auteur nomme de la *globuline captive*. L'intérieur du peridium des lycoperdons, les capsules des jungermannes et des marchantia ne contiennent que de ces globulines captives. Il en est

de même du pollen des anthères : ce que l'on a nommé *aura seminalis* consiste dans ces globulines captives qui s'échappent. Le tissu cellulaire tout entier des végétaux ne se compose que de globulines qui en contiennent d'autres, ou, comme M. Turpin s'exprime, que de vésicules mères dont chacune est une sorte d'ovaire rempli d'ovules ; ce sont ces petits ovules qui constituent la matière verte des feuilles, et qui produisent en général toutes les couleurs dont se parent les diverses parties des végétaux. C'est par le développement continuel, par le sur-ajoutement de ces jeunes vésicules, que le tissu végétal s'accroît sur tous les points et dans tous les sens. En soudant côte à côte par la pensée plusieurs conferves simples, on aura une lame d'ulva : la feuille réduite à sa partie essentielle n'est qu'une lame, une écaille, qui en s'articulant, en se découpant, en se repliant, donne toutes les parties du végétal ; les papilles, les poils simples et cloisonnés, ne sont que des extensions des vésicules placées à la surface. Ce sont des extensions pareilles du pollen, favorisées par l'humidité du stigmate, que M. Adolphe Brongniart a considérées comme des pénis végétaux, et dont il vient de donner une histoire si curieuse. Lorsque l'on a cru voir la matière verte de l'intérieur des articulations des conferves s'agréger pour former ces globules qui en sortent et qui les reproduisent, c'est qu'une vésicule avait grandi aux dépens des autres qui s'étaient oblitérées ; et l'avortement de tant de corps reproducteurs n'a rien d'improbable, puisque nous en voyons sans cesse des exemples en grand dans les fruits de tant d'arbres et de plantes. On a désigné trop vaguement sous le nom de matière verte ces substances qui se montrent dans les eaux croupissantes ; ce

sont tantôt des globulines, tantôt de véritables animaux microscopiques, et non une matière sans forme et sans limites. Enfin, dans l'idée de l'auteur, c'est parce que la globuline comme corps reproducteur existe dans l'intérieur de tous les tissus végétaux, que ces tissus donnent naissance à ce que l'on nomme des embryons adventifs; qu'il peut naître des bulbes, des bourgeons sur des feuilles; et que ces embryons détachés des feuilles mères peuvent devenir des végétaux en tout semblables à ceux qui les ont produit. On comprend qu'il restera toujours à demander comment chacune de ces vésicules isolées emporte toujours avec elle le type de la plante dont elle est sortie, et par quelle force les vésicules qui naissent de celle-là, ou, comme dit l'auteur, qui s'y surajoutent, sont toujours contraintes de se ranger dans un ordre et de se renfermer dans un espace semblables à ceux de cette première plante; mais c'est là le mystère de la génération, qu'aucune de nos théories n'est encore parvenue à percer.

Depuis 20 ans et plus, M. Du Petit Thouars a publié presque chaque année les observations qu'il a faites sur la physiologie végétale; mais ses résultats contrariant quelques unes des opinions reçues, ils n'ont pas été répandus autant que l'auteur pouvait l'espérer, et il s'en est présenté de semblables à d'autres observateurs qui les ont cru nouveaux et qui les ont publiés comme tels; mais il est arrivé plus d'une fois que l'on n'en a rencontré qu'une partie, en sorte que, suivant M. Du Petit Thouars, on a mêlé des erreurs aux vérités qu'il avait précédemment reconnues.

C'est pour détruire ces erreurs, plutôt que pour réclamer

la priorité de ses découvertes, qu'il a entrepris de faire un résumé de ses travaux.

Il a rappelé que, des 1805, il avait annoncé que les pousses du tilleul se trouvent arrêtées par le desséchement subit du sommet de la jeune branche et par sa séparation, qui arrive six semaines ou deux mois après le premier développement du bourgeon qui lui avait donné naissance; que, poursuivant cette idée, il l'a étendue à toutes les plantes, et en a fait le sujet d'un Mémoire (lu le 7 octobre 1816) où, sous le titre de *Terminaison des plantes*, il a fait voir que le bourgeon est une série de feuilles qui paraît avoir la faculté de se développer indéfiniment; qu'une série pareille existe aussi bien dans la plante annuelle que dans l'arbre le plus vivace; qu'on peut l'observer dans le *mouron*, par exemple, aussi bien que dans le chêne; mais que par des causes qui paraissent accidentelles, quoiqu'elles aient toujours lieu, elles se trouvent arrêtées dans leur carrière : dans les herbes annuelles, en périssant en entier; dans les arbres, tantôt par une décurtation comme dans le tilleul et le lilas, tantôt par la formation d'un nouveau bourgeon terminal comme dans le chêne et le marronnier d'Inde, tantôt enfin parce que leur extrémité est saisie par les premières gelées.

Les palmiers et quelques autres monocotylédones donnent, selon l'auteur, l'exemple de ce que pourrait produire un seul bourgeon par la perpétuité de son développement.

Mais pour établir cette proposition, il lui a fallu étendre la signification du mot bourgeon en l'appliquant à toutes les nouvelles pousses qui paraissent dans l'aisselle des feuilles, qu'elles soient enveloppées d'écailles à leur base ou qu'elles en soient privées.

Un naturaliste distingué par de nombreux et d'excellents travaux, M. Vaucher, a observé de nouveau cette décurtation du tilleul et d'autres arbres, et il en a fait le sujet d'un Mémoire; mais en même temps, s'en tenant à l'ancienne définition du bourgeon, donnée par Ray et Linnæus, non seulement il a refusé des bourgeons aux herbes, aux arbres des pays équatoriaux; il en a refusé même aux conifères, parce qu'il a pensé que les écailles qui couvrent leurs nouvelles pousses n'ont rien de commun avec celles des autres arbres.

Sans s'arrêter à discuter ce point, M. Du Petit Thouars s'est borné à faire connaître une particularité de la végétation des *pins* qui peut être utile pour leur culture : c'est que, contre l'opinion vulgaire, lorsque le sommet du scion terminal ou de la flèche est supprimé, du milieu des couples de feuilles les plus voisins de la plaie, il sort une proéminence ou un véritable bourgeon qui donne de nouveaux scions; mais au lieu d'écailles, il s'y montre des feuilles vertes et acérées, de l'aisselle desquelles sortent de nouveaux couples de feuilles. On a donc eu raison de regarder ces couples de feuilles, ou les pinceaux du pin du Nord, comme de véritables bourgeons.

M. Du Petit Thouars avait suivi l'opinion le plus généralement répandue parmi ses prédécesseurs pour la sortie des racines, en soutenant que les nouvelles racines sortent indifféremment de toutes les parties des anciennes, sans qu'il y ait de lieu déterminé pour leur sortie; mais divers naturalistes ont avancé depuis qu'il existe des parties prédestinées à la manifestation des racines, des espèces de bourgeons souterrains.

Dans un Mémoire plus récent, on a annoncé qu'il se trouve

des organes semblables, non seulement dans les parties enfouies, mais sur les branches les plus élevées. On les voit dans ce qu'on nomme les pores corticaux, ou ce que Guettard nommait des lenticelles.

On a montré que lorsque l'on plonge dans l'eau une bouture de saule, ces pores se crèvent en laissant apercevoir l'intérieur de l'écorce, qui est d'un blanc éclatant et comme farineux. C'est de là que sortent invariablement les nouvelles racines.

Mais M. Du Petit Thouars fait remarquer qu'il avait déja signalé ce phénomène en 1807 dans son sixième essai; il avait reconnu qu'il sort effectivement des racines de ces points. Il en avait vu sortir indifféremment d'autres parties, même sur les saules; mais dans le plus grand nombre des autres arbustes dont il avait mis les boutons en expérience, tels que le sureau et la vigne, les racines sortaient de la partie inférieure ou de la plaie. Il avait donc pensé que dans les *saules*, ce n'est que pour obéir à la loi de moindre résistance, que ces racines sortent par ces pores ou *lenticelles*. Cependant il a trouvé récemment un arbuste qui appuie singulièrement l'assertion contraire.

C'est le *Solanum Dulcamara* ou *Douce amère*. Sa tige est parsemée de tubercules blancs qui paraissent absolument semblables aux lenticelles, mais qui ne s'ouvrent pas. Si l'on enlève l'écorce, on trouve vis-à-vis de chaque mamelon une radicelle détachée du corps ligneux, et qui semble prête à sortir, et cela lui arrive immanquablement au bout de 24 heures, si on en forme une bouture en la plongeant dans l'eau.

Il est certain que dans ce cas, qui paraît unique à l'auteur,

cette *radicelle* est prédestinée à sortir par le mamelon : on ne voit aucune trace d'une partie semblable dans les saules, quelque promptitude qu'ils mettent à pousser des racines ; mais M. Du Petit Thouars présume que c'est le plus grand développement qui caractérise le *solanum radicans.*

C'est encore en citant ses travaux précédents, que M. Du Petit Thouars a entrepris de traiter de l'origine de la *couleur verte* des végétaux. Il se trouve principalement en opposition avec ceux qui récemment ont agité cette question, parce qu'il soutient toujours que deux substances distinctes dès leur origine, composent les végétaux : le *ligneux* et le *parenchymateux.* Il avait déja placé l'individualité végétale dans les fibres ligneuses ; il paraît qu'il voudrait aussi l'accorder à chaque molécule détachée qui doit, par suite de la végétation, former les utricules du parenchyme. Il place la vitalité végétale dans l'action réciproque de ces deux parties. Cela le conduit naturellement à traiter cette autre question : que doit-on nommer *organes* dans les végétaux? Il entre en matière en citant une tentative curieuse. Ayant détaché les embryons ou les *scutelles* de plusieurs grains de maïs encore laiteux, pour reconnaître quels étaient leur poids et leur volume en comparaison du reste, après avoir satisfait sa curiosité sur ce point, l'idée lui est venue de les planter dans cet état, c'est-à-dire privés de téguments et surtout de périsperme, et à sa grande surprise, il les a vus presque tous germer et pousser aussi vigoureusement que les autres ; et ce qui lui a paru plus singulier, c'est que le *scutelle* a été soulevé au-dessus du sol. Il est donc devenu ce qu'on nomme *épigée* au lieu d'être *hypogée*, ce qui est le mode général de toutes les graines monocotylédones. Ce résultat a été d'abord pour

M. Du Petit Thouars une nouvelle preuve que ce scutelle est un véritable *cotylédon*, ensuite que le périsperme n'est pas un aliment indispensable pour la plantule, du moins lors de la germination ; car il était déja porté à le regarder comme le superflu de la substance déposée dans le test de la graine pour fournir la nourriture de cette plantule. Aussi prétend-il qu'il ne s'y trouve pas de fibres ligneuses ni de parenchyme en état utriculaire, ce qui est en opposition avec une nouvelle doctrine.

M. Du Petit Thouars connaissait cette opinion nouvelle ; mais il n'a voulu, dit-il, l'attaquer que par des faits constants. Il examina successivement des grains de maïs à mesure qu'ils avançaient vers la maturité. Les écrasant entre deux verres, il a toujours vu des granules suspendus dans un liquide; mais leur volume s'augmentait en même temps que le test grossissait. Lorsque celui-ci est parvenu à son maximum, l'intérieur était une émulsion visqueuse ; à mesure qu'elle se séchait, il voyait paraître des filaments ; quelques-uns semblaient se réunir en formant des hexagones. Mais lorsque la desssiccation a été complète, au lieu de ces figures régulières, il y a vu des ramifications ; elles ont pris la forme ramifiée semblable à celle des agates arborisées ou à une espèce d'arbre de Diane. Il s'est persuadé que c'était la partie glutineuse qui avait pris cette forme ; il en a conservé des échantillons qui ne lui laissent pas le moindre doute sur ce point.

C'est donc par une opération artificielle que M. Du Petit Thouars est conduit à regarder le périsperme comme un résidu étranger à la végétation ; mais il n'abandonne pas l'observation du cours ordinaire de la nature sur les plantes les plus répandues. C'est ainsi qu'il tire de la compa-

raison de la feuille de capucine avec sa fleur dans l'état ordinaire, une nouvelle preuve de l'une de ses propositions : que la fleur n'est qu'une transformation de la feuille et du bourgeon qui en dépend. Il retrouve par la conformité des faisceaux ligneux dans les deux parties, soit dans leur nombre, soit dans leur conformation, l'origine de toutes les anomalies que présentent leurs fleurs; la nature est venue lui offrir une pleine confirmation de tout ce qu'il avait aperçu à l'apparition d'une *chlorantie* de cette fleur, c'est-à-dire d'une altération par laquelle toutes ses parties sont changées en *feuilles vertes*. M. Dutrochet l'avait déja découverte et annoncée; mais M. Du Petit Thouars étant à même de la suivre pendant deux mois, a pu saisir toutes ses phases. Ce qui lui a paru le plus remarquable, c'est qu'une pointe ou *mucro* qui termine la nervure principale ou médiane seule, devient l'*anthère* dans l'étamine, et le style et le stigmate dans chacune des trois feuilles qui composent le pistil ou l'ovaire. Il a pu suivre encore plus long-temps les changements d'une autre *chlorantie*, celle de la fraxinelle; c'est une des plus anciennement connues, car elle a été décrite et figurée aussi bien que possible par Marchant, dans les Mémoires de l'Académie pour 1706.

La rencontre de ces déviations organiques a été pour M. Du Petit Thouars l'événement le plus heureux qu'il pût éprouver. Il regarderait comme très-important d'en observer au moins une dans chaque grande famille naturelle. Il en possède trois dans les ombellifères qui lui paraissent des plus instructives surtout pour la théorie des insertions.

M. Du Petit Thouars a continué des recherches sur les germinations, et il a trouvé une pleine confirmation de ce

qu'il avait annoncé précédemment, que dans tous les protophylles ou cotylédons développés des plantes dicotylédones, la nervure médiane est composée de deux faisceaux distincts et parallèles. Cela est manifeste dans plusieurs espèces, telle que la mercuriale, par la bifurcation constante qu'éprouve cette nervure à son sommet. Cela arrive aussi par accident. Ainsi il a trouvé sur le *scandix pecten* ou *peigne de Vénus*, qu'un de ses protophylles était profondément bifurqué au sommet; ce qui lui a donné le moyen de confirmer ce qu'il ne faisait que soupçonner, que dans les ombellifères les nervures sont aussi doubles.

M. Du Petit Thouars s'est encore trouvé dans le cas de réclamer la priorité d'une idée par laquelle il terminait l'exposition de sa manière d'envisager l'action réciproque des deux substances composant, suivant lui, tous les végétaux phanérogames, le ligneux et le parenchymateux; il demandait aux physiciens si on ne pouvait pas y reconnaître un appareil galvanique bien combiné, capable d'exercer une action directe sur la marche de la sève. Laissant entrevoir toutes les conséquences théoriques qu'on pourrait déduire de cette action, pour expliquer une de ses assertions : *la sève arrive où elle est demandée*, il se borne pour le moment à attirer l'attention sur cette portion du parenchymateux qui se trouvant à l'extérieur, forme totalement l'enveloppe qu'on connaît sous le nom d'épiderme. Ayant rempli toutes les phases de la végétation, c'est un corps inerte ou impassible. On pourrait, à l'imitation des chimistes, le dire *brûlé;* il sert donc à préserver tout l'intérieur du contact des actions extérieures; de là il résulte que cet *intérieur* est un monde à part, où toutes les lois physiques qui le régissent sont dirigées dans le but de la conservation de l'individu.

BOTANIQUE.

Dans toutes les parties de l'histoire naturelle il s'est trouvé des genres qui sont demeurés pendant quelque temps isolés et ne se rattachaient que faiblement aux familles les plus voisines, mais presque toujours ils ont été des indices de familles nouvelles que des découvertes graduelles des voyageurs ont completées peu à peu.

Tel a été le genre *Brunia* de Linnæus, que M. de Jussieu avait placé d'abord à la suite des rhamnées. Les slaavia, les linconia, l'érasma, le tanméa, sont venus successivement s'y rattacher, et MM. Brown et de Candolle ont composé de ce groupe leur famille des Bruniacées.

M. Adolphe Brongniart vient de soumettre cette famille à un nouvel examen; il y ajoute des genres nouveaux qu'il nomme berzelia, raspalia, berardia et auduinia, et il en trace le caractère général. On y admettait des pétales attachés sous le limbe d'un calice adhérent inférieurement à l'ovaire, et des étamines insérées au même point; suivant M. Adolphe Brongniart, les pétales et les étamines sont insérés non au calice, mais à la partie supérieure et latérale de l'ovaire, un peu au-dessus du point où il s'est séparé du calice. C'est ce qu'on nomme en botanique *insertion épigyne*; et il en résulte que, dans la distributiou adoptée jusqu'à ce jour, elles ne peuvent plus rester près des rhamnées, auxquelles elles ressemblent cependant pour le port. Ce serait près des ombellifères et des araliacées, qui leur ressemblent fort peu, qu'elles devraient se ranger; mais il faut se souvenir que la distribution des familles et des classes, d'aprés les caractères tirés de l'insertion et de la présence ou de la division de la

corolle, n'est pas autant fondée en nature que les familles elles-mêmes.

M. Duvau prépare un grand travail sur le genre des véroniques, l'un des plus nombreux et des plus répandus du règne végétal, remarquable d'ailleurs par les beautés délicates de ses fleurs et des bouquets qu'elles composent. Il a présenté un Mémoire où il passe en revue avec un grand détail toutes les modifications que présentent leur calice, leur corolle, leurs étamines, leur ovaire, leur stigmate, leur fruit et leurs graines. La longueur relative des étamines, le nombre et la forme des graines, le nombre des panneaux dans lesquels se fendent les coques de leur péricarpe, donnent des caractères d'après lesquels leurs nombreuses espèces peuvent être réparties en certains groupes, dont M. Duvau a donné le tableau. Il n'est pas jusqu'aux nervures de la corolle qui ne varient pour le nombre, et cela diversement dans chacun de ses lobes. Ces observations délicates forment une introduction piquante à la description détaillée ou monographie de ce genre que l'auteur fait espérer, et qui, d'après cet exposé préliminaire, intéressera infailliblement les botanistes.

Parmi ces productions marines d'une nature ambiguë, que l'on a rangées tantôt dans le règne animal, tantôt dans le règne végétal, il s'en trouve une de substance presque crétacée, remarquable par des tiges grêles, surmontées de chapiteaux en forme de disques minces, rayonnés et un peu concaves dans leur centre : c'est l'*acetabulum* de Tournefort, le *corallina androsace* de Pallas, le *tubularia acetabulum* de

Gmelin, l'*acétabulaire méditerranéen* de Lamark, l'*acetabularia integra* de Lamouroux. Cette seule énumération de quelques-uns de ses noms montre que les naturalistes les plus récents la regardent comme un polypier. M. Rafeneau-Delile qui l'a suivie avec soin dans les étangs salés des environs de Montpellier, en a pris une autre opinion. On l'y observe souvent en touffes épaisses, soit sur des coquilles, soit sur des tiges à demi décomposées de zostera. A l'état de vie, sa couleur est verte, les cellules rayonnantes de son disque renferment des séries de globules visibles sans microscope. Elle se montre d'abord comme de petits tubercules ou des mamelons verts dont la racine n'est qu'un cal un peu épaissi ; elle devient tubuleuse et s'élève quelquefois à trois ou quatre pouces de hauteur sans développer encore son disque; mais, le plus souvent, dès leur premier alongement, ses tubes présentent des nœuds séparés par de légers étranglements, et l'on voit, sur le contour des parties dilatées, de petites saillies qui sont comme des ébauches de bourgeons disposés en anneaux ; et ces bourgeons se développent quelquefois en rameaux, divisés en deux, plusieurs fois de suite ; les parties ramifiées ne diffèrent point des conferves marines ordinaires : ce sont des tubes fermés à leurs points de jonction et qui renferment une matière verdâtre. A mesure que les tiges s'alongent, elles produisent de nouveaux cercles de rameaux, et en même temps les cercles précédents et inférieurs se détruisent; leurs points d'attache même cessent de paraître. Il arrive enfin que les tubes d'un de ces cercles sont soudés, et forment ainsi un plateau celluleux à compartiments disposés en rayons, qui est d'abord transparent et qui s'élargit jusqu'à la maturité. Souvent il

s'élève du centre de ce plateau une houppe de ramifications flottantes qui ne diffèrent point de celles qu'avait produites la jeune tige. Donati, qui avait aussi observé cette production à l'état de vie, avait considéré ces filaments comme des étamines. La pulpe de l'intérieur des cellules du disque se distribue par degrés en globules qui demeurent renfermés jusqu'à ce que ce disque se rompe par accident ou par vétusté ; ils tombent alors au fond de l'eau, sans y montrer aucun mouvement spontané.

M. Delile soupçonne que ces globules sont les moyens de reproduction de l'acétabulaire, et il espère s'en assurer par de nouvelles expériences. D'après ces faits ; il pense que l'acétabulaire est un végétal de la famille des conferves.

L'analyse chimique faite à sa prière par M. Balard lui a paru confirmer cette classification. Après avoir dépouillé l'acétabulaire de sa partie calcaire par l'acide hydrochlorique étendu d'eau, il en a retiré une matière verte analogue à celle qui colore les feuilles, une gomme et une matière ligneuse. A la distillation l'on en retire à peine une trace sensible d'ammoniaque. Sa cendre se compose presqu'en totalité de carbonate de chaux, mêlé seulement d'un peu de carbonate de magnésie, d'alumine et d'oxide de fer.

Aux grands ouvrages de botanique que les membres et correspondants de l'Académie continuent de publier, tels que les *Plantes usuelles des Brasiliens* et le *Flora Brasiliæ meridionalis* de M. Auguste St-Hilaire, parvenus, le premier à la dixième, le second à la cinquième livraison, sont venus se joindre les *Mémoires sur les légumineuses* par M. de Candolle, dont il a paru sept cahiers, et la *partie*

botanique du voyage de M. Freycinet, par M. Gaudichaud, qui est déja à sa quatrième livraison.

La seconde partie du *Sertum austro-caledonicum* de M. de la Billardière, a paru dès 1825; mais nous croyons devoir en faire mention ici, parce que nous avions involontairement négligé d'en parler l'année précédente. La première partie du même ouvrage a été annoncée dans notre analyse de 1824.

Dans touts ces écrits, l'art du dessin et celui de la gravure prêtent à la science le secours qu'elle devait attendre de la perfection à laquelle ils sont parvenus, et surtout du grand nombre de personnes que l'enseignement prodigué par nos institutions a mises à même de les pratiquer.

M. Achille Richard, fils du célèbre botaniste que l'Académie a perdu en 1821, a mis au jour les deux ouvrages laissés par son père, sur les familles des conifères et des cycadées, et les a complétés par ses propres observations.

ZOOLOGIE.

M. Cuvier a donné des observations sur un genre de reptiles découvert autrefois par Garden et nommé *amphiuma*, mais qui pendant long-temps a été mis en oubli par les zoologistes : son corps est alongé, nu, porté sur deux paires de pieds très-petits, sans ongles; sa bouche a des dents aux mâchoires et au palais; il respire par des poumons semblables à ceux des salamandres; on ne lui a point encore découvert de branchies à aucun âge, quoique son col ait un orifice de

chaque côté par où l'eau qu'il a prise peut s'échapper sans pénétrer dans son œsophage. Outre l'espèce anciennement connue (*amphiuma means*) qui n'a que deux doigts à chaque pied, et qui a été reproduite récemment par MM. *Mitchill* et *Harlan*, l'auteur en décrit une nouvelle dont tous les pieds ont trois doigts, et qu'il nomme *amphiuma tridactylum;* on les trouve l'une et l'autre dans les marais de la Louisiane, où elles passent l'hiver enfoncées dans la vase. On avait supposé qu'elles pouvaient être les adultes des sirènes, autres reptiles qui n'ont que les deux pieds de devant et portent aux côtés du cou des branchies en forme de houppe, comme les petits des salamandres; mais il y a des sirènes autant et plus grandes que les amphiuma; leurs pieds ont quatre doigts; leurs narines, leurs dents sont tout autrement disposées; en un mot, il est certain aujourd'hui que ce sont deux genres distincts d'animaux.

M. Geoffroy St-Hilaire est revenu sur un sujet dont nous avons rendu compte dans notre notice de l'année dernière, savoir : sur les crocodiles qui étaient élevés par les prêtres de de l'ancienne Égypte, et qui, suivant sa manière de voir, formeraient une espèce particulière, à laquelle il proposait d'appliquer le nom ancien de *suchus*. Il a repris ce travail à l'occasion du présent fait par M. Cailliaud, au Muséum d'histoire naturelle, d'un crocodile de sept pieds de long, provenant des catacombes de Thèbes, qui avait été soigneusement embaumé, et qui est encore dans le plus parfait état de conservation. Les vues de M. Geoff. St-Hilaire seront probablement modifiées par l'arrivée d'un autre crocodile aussi embaumé, plus grand, et à quelques égards assez différent du

sujet donné au Jardin du roi par M. Cailliaud. Nous ferons connaître ses derniers résultats dans notre travail de l'année prochaine.

Rien ne prouve mieux les progrès immenses dont l'histoire naturelle est toujours susceptible dans plusieurs de ses parties, que le Mémoire présenté cette année à l'Académie par M. Robineau des Voidy, sur les insectes qui composaient le genre des mouches (*musca*), de Fabricius.

Les genres des insectes à deux ailes n'étaient encore qu'au nombre de dix dans la douzième édition du *Systema naturæ;* mais, en soixante ans, les recherches successives de Fabricius, de M. Latreille et des autres entomologistes, les ont augmentés d'une manière bien rapide : Fabricius les porta à vingt-trois, M. Latreille à cent dix-sept, et M. Meigen à près de quatre cents.

M. Robineau ne s'est occupé que d'un seul des genres de Fabricius, celui auquel l'entomologiste de Kiel avait réservé le nom de musca, et il en a observé et recueilli près de dix-huit cents espèces, dont plus de quatorze cents sont nouvelles; et ce qui est plus remarquable et peut nous donner une idée encore plus grande qu'on ne l'a jamais eue de la prodigieuse richesse de la nature, c'est que la plupart de ces espèces ont été recueillies dans un canton assez borné d'un seul département, celui de l'Yonne. Les points de vue sous lesquels il les a considérés, les particularités délicates d'organisation qu'il y a reconnues dans toutes les parties, surtout dans la bouche, dans les formes de la tête, et dans la composition des antennes, dans les nervures des ailes, dans la disposition de ces petites écailles placées sous la base des

ailes, etc., l'ont mis à même d'y établir des divisions et des subdivisions de plusieurs degrés auxquelles il donne les titres de familles, de sections, de tribus et de genres; et il a cherché à tracer ces subdivisions de manière à leur faire embrasser des espèces qui s'accordent non seulement par les formes, mais encore par les habitudes, par les matières dont elles se nourrissent et les lieux où elles déposent leurs larves. Les genres qu'il établit, dans ce seul ancien genre des musca de Fabricius, qui n'est lui-même qu'un démembrement des musca de Linnæus, vont au nombre effrayant de près de six cents, c'est-à-dire à près de sept fois autant que Linnæus en avait créé pour la classe des insectes tout entière; il n'en donnait que quatre-vingt-six dans sa dernière édition. D'après cette seule indication, l'on doit comprendre qu'il nous serait impossible, à moins d'excéder de beaucoup le volume ordinaire de nos analyses, de donner une idée d'un travail aussi compliqué. Les entomologistes de profession s'empresseront sans doute de l'étudier dans l'ouvrage que M. Robineau a le projet de publier très-prochainement, et dont l'Académie a décidé de faire faire l'impression.

Il ressort des résultats tout semblables d'un grand travail que M. le comte Dejean a fait sur les insectes connus sous les noms de *carabes* et de *cicindèles*. Ces dénominations avaient été appliquées par Linnæus à des coléoptères très-rapides à la course, à mâchoires avancées, tranchantes, dentées, munies de six palpes, et dont le naturel est cruel et carnassier. Il en avait fait deux des quatre-vingt-six genres de sa classe des insectes; et il ne comptait dans les deux, lors de sa dernière édition, que cinquante-sept espèces. Ce

nombre a été successivement augmenté par les recherches des entomologistes, et surtout de M. Bonnelli ; et M. Latreille, dans son dernier ouvrage, *les Familles du règne animal*, avait déja trouvé des caractères suffisants pour les diviser en quatre-vingt-dix-sept genres. Aujourd'hui la seule collection de M. le comte Dejean, à la vérité l'une des plus riches qui existent en insectes coléoptères, contient près de deux mille espèces, et les caractères de détail que ce savant entomologiste a reconnus sur de si nombreux animaux l'ont porté à les distribuer en huit tribus subdivisées chacune en plusieurs genres. Les quatre premières tribus seulement, que M. Dejean a publiées en 2 vol., contiennent soixante-dix genres. Cet ouvrage n'offre pas seulement une distribution méthodique aussi exacte que le permet l'état de la science ; il contient des descriptions de toutes les espèces, assez détaillées pour que l'on puisse espérer d'en fixer la nomenclature, autant du moins que cela est possible sans figures ; des figures mêmes n'y suffiraient pas, si elles n'étaient l'ouvrage d'artistes du premier talent, et si elles ne représentaient les objets par toutes leurs faces.

Tout le monde sait que la soie, qui alimente des industries si nombreuses et fournit à des emplois si agréables et si utiles, n'est pas originaire des pays qu'elle enrichit maintenant, et que ce fut sous Justinien, en l'année 557, que deux moines apportèrent de la Tartarie les œufs de l'insecte qui la produit; mais on se demande comment l'on obtint le mûrier blanc, seul arbre sur lequel cet insecte puisse vivre. Il aurait été trop tard d'en apporter les graines ou les plants en même temps que les œufs; il était nécessaire que les che-

nilles qui devaient sortir de ces œufs trouvassent des arbres propres à les recevoir.

M. Mongez a cherché à répondre à cette question. Il fait remarquer d'abord que l'on n'ignorait point en Grèce que la soie est le produit d'un insecte, et que cet insecte vit sur un arbre; il rappelle même à ce sujet un passage de Pline, d'où il résulte que l'on recueillait dans l'île de Cos des soies produites par des chenilles du térébinthe, du cyprès, du frêne et du chêne, soies que l'abondance et les qualités supérieures de celle du mûrier ont probablement fait tomber en oubli. Il fait souvenir ensuite que, d'après la fable de Pyrame et Thisbé, le mûrier blanc semble n'avoir pas été inconnu aux anciens, puisque ce fut le sang de Pyrame qui teignit les mûres blanches en pourpre :

> . . . Arbor ibi, *niveis* uberrima pomis,
> Ardua *morus* erat. . . . . .

et plus loin,

> Arborei fetus aspergine cædis in atram
> Vertuntur faciem, madefactaque sanguine radix
> Puniceo tingit pendentia mora colore.

Cette conjecture prend d'autant plus de vraisemblance que la scène de cette métamorphose se passe auprès des murs de Babylone, et que d'après un mot de Pline, on voit que l'Assyrie fournissait une soie précieuse, dont on laissait l'usage aux femmes (1). On trouve aussi, dans les *Géoponiques*, un

(1) *Assyria tamen bombyce adhuc feminis cedimus*, Pl. l. XI, c. 23. Brothier et d'autres croient même trouver dans le chapitre 22, une description du bombyx qui produisait cette soie d'Assyrie; mais c'est une erreur.

passage de Diophane, contemporain de Jules-César, où il est dit que si l'on greffe un mûrier sur un peuplier blanc, les mûres deviennent blanches; et, bien que l'assertion n'ait rien de probable, l'on peut en conclure au moins qu'il existait des mûres blanches du temps de Diophane, c'est-à-dire avant l'ère chrétienne, et dans son pays, qui était la Bithynie. L'arbre put aisément se multiplier dans les environs de Constantinople, lorsque l'on connut ses importantes propriétés; mais il paraît qu'il mit beaucoup de lenteur à se répandre plus loin. Il ne fut très-commun dans le Péloponèse, ainsi que le ver à soie, que vers le temps des croisades. Roger, roi de Sicile, s'étant rendu maître d'une partie de cette presqu'île, enrichit ses états de ces précieuses productions, et c'est de Sicile que les contrées plus occidentales les ont tirées par degrés. C'est vers le même temps que le Péloponèse commença à prendre le nom de Morée, et, à ce que croit M. Mongez, plutôt d'après les nombreuses plantations de mûriers blancs que l'on y voyait, que d'après sa forme, semblable, à la vérité, à la feuille de cet arbre, mais qui aurait pu lui faire donner le nom de Morée beaucoup plus tôt. D'autres pensent que Moræa est simplement une corruption de Romœa.

L'Académie a eu communication, par M. Lenormand, d'une observation curieuse de M. Hebenstreit, professeur à

Cet article, tiré d'Aristote, l. v, c. 19, ne se rapporte qu'au bombyx de l'île de Céos : on ne l'a cru relatif à celui d'Assyrie que parce que, dans le commencement de ce chapitre, Pline parle de frelons d'Assyrie, qui font des nids en terre et ne sont autres que nos abeilles maçonnes.

Munich, sur la possibilité d'obtenir des tissus de toute dimension et d'une ténuité sans égale de la chenille de la teigne du bois de Ste.-Lucie (*prunus padus*). Ce petit insecte, à peine long de six lignes, file constamment en marchant et tisse entre les rameaux des espèces de tentes sous lesquelles il s'abrite : si l'on en place un grand nombre sur une feuille de papier recouverte d'une cloche de verre, ils en recouvrent promptement la surface d'une gaze tellement fine, que le moindre mouvement de l'air, que la seule chaleur de la main la soulèvent, et cette gaze est en même temps d'une grande homogénéité et d'une grande blancheur; mais le peu de consistance de cette étoffe d'un nouveau genre ne permet pas d'espérer que l'on puisse en faire un emploi utile.

MM. Audouin et Milne-Edwards ont découvert sur le homard un petit animal parasite de la classe des crustacés, qui ne présente à la vue simple qu'un corps divisé en quatre lobes ou lanières; à la loupe, on s'aperçoit que la première paire de ces lobes est un développement du corselet, et que la deuxième se compose des ovaires. Entre les lobes du corselet est une petite tête obtuse, portant à sa face supérieure deux yeux, deux antennes, et en-dessous des mâchoires cinq paires de pattes ; entre les deux ovaires est une petite queue articulée, et terminée par des soies. Ces jeunes naturalistes ont formé de cet animal un genre qu'ils nomment *nicothoé*. Ce parasite est toujours attaché fort étroitement aux filaments qui composent les branchies du homard. Aucune excitation ne lui fait lâcher prise; on le déchirerait plutôt ; on plongerait le homard dans un liquide délétère,

sans le faire abandonner par le nicothoé. Même lorsqu'on détache celui-ci, il demeure immobile, quoique le mouvement de ses fluides intérieurs prouve qu'il continue de vivre; mais il n'a pas pu être réduit toujours à cet état; il a bien fallu qu'à sa sortie de l'œuf, il cherchât un homard, et sur ce homard un endroit convenable pour y fixer son séjour. Il faut bien aussi, à moins que l'espèce ne soit hermaphrodite, que le mâle sache découvrir et rejoindre la femelle qu'il doit féconder. On a, au reste, la preuve que des changements semblables ont lieu dans un autre parasite de la famille des lernées, découvert par le docteur *Sussiray*, du Havre. Les petits ont des pattes propres à la natation, et avec l'âge ils changent de forme et deviennent immobiles. Chacun sait qu'il arrive aussi quelque chose d'analogue dans les coccus.

D'après l'examen fait par de célèbres naturalistes du corail rouge ordinaire, des gorgones, des alcyons et d'un grand nombre d'autres coraux, l'on a reconnu que leur charpentes pierreuses ou cornées ne sont que les squelettes communs d'animaux composés; qu'elles sont recouvertes, dans l'état de vie, d'une croûte ou enveloppe sensible, et que les hydres ou polypes, qui s'épanouissent sur divers points de cette croûte, et que l'on a pris long-temps pour les fleurs du corail, sont les animaux partiels qui forment par leur réunion l'animal commun, qui ont une nutrition commune, et dont les sensations même se communiquent jusqu'à un certain point à l'ensemble. On en avait conclu que ces animaux partiels devaient, dans tous les lithophytes, ressembler à des hydres; mais il n'en est pas tout-à-fait ainsi : les

observations de M. Lesueur et celles de MM. Eisenhardt et Chamisso ont prouvé que les animaux de plusieurs madrépores lamelleux ressemblent pour le moins autant à des actinies qu'à des hydres.

MM. Quoy et Gaymard, auteurs de la partie zoologique du voyage de M. Freycinet, recueil plein des observations les plus intéressantes sur le règne animal, y ont inséré quelques faits relatifs aux lithophytes, dont ils ont préalablement donné connaissance à l'Académie, et qui ajoutent à nos connaissances sur ce sujet curieux. Les fongies, ou cette subdivision des madrépores composés de grandes lames pierreuses qui se rapprochent vers un centre enfoncé, ou vers un sillon médian, sont simplement enveloppées d'une croûte animale membraneuse rouge, plissée comme les lames, plus épaisses vers le centre ou près du sillon médian, et que l'on ne peut développer sans la déchirer. Il paraîtrait cependant que le centre a une cavité qui est l'organe de la digestion, et que lorsque le disque s'allonge et que le centre devient un sillon, il y a quelquefois deux ou trois de ces cavités. Les caryophyllies, autre démembrement des madrépores, dont les rameaux sont terminés par une étoile orbiculaire, ont cette étoile remplie d'une substance animale, qui produit d'assez longs tubes cylindriques fixés dans les anfractuosités des lames, et dont l'extrémité libre est marquée d'une foule de petits points. MM. Quoy et Gaymard regardent ces productions cylindriques comme les animaux de ce lithophyte; MM. Eisenhardt et Chamisso, qui les ont aussi observées, les prennent au contraire pour les tentacules d'un animal qui serait unique pour chaque étoile, dont cependant ils avouent n'avoir pas vu la bouche centrale. De nouvelles

observations seront nécessaires pour fixer les idées à ce sujet.

Ces savants voyageurs ont fait une étude particulière des animaux de ce lithophyte, composé de tuyaux parallèles que l'on connaît sous le nom d'orgue (*tubipora musica*, *l.*). On les avait crus long-temps de la classe des vers articulés; mais M. Cuvier a reconnu que ce sont des hydres. Leur couleur est d'un beau vert, leur enveloppe pierreuse d'un beau rouge; chacun d'eux est contenu dans un sac membraneux, dont les bords se continuent en se réfléchissant avec ceux du tube pierreux dans lequel il est enfermé, et l'hydre peut ou s'y enfoncer et s'y cacher tout-à-fait, ou se développer et en faire sortir ses tentacules au nombre de huit. Dans le fond du sac pénètrent des filaments chargés de grains qui paraissent être des œufs. Le tube pierreux s'allonge par degrés, et d'espace en espace, il se dilate en un bord horizontal qui, s'unissant à ceux des tubes voisins, forme des cloisons qui unissent ensemble tous ces tuyaux.

MM. Quoy et Gaymard sont repartis cette année pour une autre expédition scientifique, commandée par le capitaine Durville. Un calme qui les a retenus quelque temps dans la baie d'Algésiras, leur a donné occasion d'envoyer à Paris les prémices de leurs récoltes, et ils ont adressé à l'Académie un Mémoire fort intéressant, où parmi plusieurs objets dignes d'attention, ils font connaître une tribu presque entièrement nouvelle de zoophytes, dont chaque espèce à des individus de deux formes, qui se tiennent toujours deux à deux, et en partie enchâssés l'un dans l'autre. M. Bory-St.-Vincent avait déja décrit, mais fort sommairement, un de ces animaux, et M. Cuvier l'avait rangé dans son règne

animal sous le nom de *Diphye*. Ils sont transparents comme du verre, et leur corps est plus ou moins pyramidal ou prismatique. Celui qui est reçu dans l'autre par son sommet, et que l'on pourrait nommer l'antérieur, n'a qu'une cavité, à peu près dans son axe, ouverte en avant et garnie à son orifice de quelques dentelures charnues, et un canal formé le long d'un de ses côtés par deux feuillets saillants de sa surface. Celui qui reçoit, qui enchâsse ce sommet du premier a trois cavités : l'une pour recevoir le sommet ; l'autre ouverte comme celle du premier, avec des pointes ou tentacules charnues à son orifice ; de la troisième sort une espèce de chapelet qui traverse la seconde, passe ensuite dans le canal du premier individu, et pend enfin au dehors. Ce chapelet, vu au microscope, se compose d'une quantité variable de petits suçoirs charnus, et de filaments portant des globules, que l'on peut considérer comme des œufs. Dans l'espèce où il est le plus développé, sa tige traverse une multitude de petites cloches membraneuses, et c'est de chacune de ces petites cloches que pend un suçoir et un filet portant des œufs. On peut détacher ces animaux l'un de l'autre sans leur faire perdre leur vitalité. Ils ne cherchent point alors à se rejoindre, et l'on observe que le postérieur demeure plus longtemps vivace. Les formes des deux corps et leur grandeur relative sont ce qui caractèrise les espèces. Dans celle qu'avait vue M. Bory (la *Diphye*), les deux individus sont pyramidaux, et diffèrent peu pour la taille. Dans une autre, que les auteurs nomment *Calpé*, l'animal antérieur est plus grand, en pyramide à cinq pans ; l'autre, fort petit, est presque cubique. Dans une troisième, nommée *Abyla*, l'animal antérieur est en pyramide à trois pans ; le postérieur plus petit

est en forme de cloche. La quatrième, qu'ils appellent *Nacelle*, a l'animal antérieur en cône ou en pyramide à arêtes très-mousses ; le postérieur, qui lui cède peu pour le volume, peut être comparé à une pantoufle dont la partie du talon serait fourchue. La cinquième, à laquelle les auteurs donnent le nom d'*Ennéagone*, a l'animal antérieur plus petit que l'autre, de forme à peu près globuleuse ; son orifice est entouré de neuf petites pointes : le postérieur est également globuleux, mais plus grand. Enfin, dans la dernière, qu'ils nomment *Cuboïde*, l'animal antérieur est très-petit, à peu près cylindrique, et le postérieur beaucoup plus grand et cubique.

Ce genre de zoophytes appartient à la même famille que les Physalies et les Rhisophores ; mais il présente des questions physiologiques bien particulières. Pourquoi cette réunion constante de deux individus seulement, et de deux individus différents ? Sont-ce des sexes ? sont-ce seulement des parties d'un même animal dont nos observateurs n'ont pas aperçu la liaison organique, parce qu'ils se tenaient par des membranes trop frêles ? Des observations suivies donneront quelque jour la solution de ces problèmes.

Nous avons présenté en abrégé, dans notre analyse de 1822, les idées de M. Bory-Saint-Vincent sur ces êtres microscopiques, qui selon lui prennent, tantôt les apparences de végétaux, et tantôt montrent les propriétés et surtout le mouvement volontaire des animaux ; et, dans celle de 1823, nous avons cité une observation de M. Gaillon, qui semble rentrer dans le même ordre de faits. M. Bory va maintnant beaucoup plus loin, et il établit une espèce de règne à

part, qu'il nomme *Psychodiaires*, et qui réunit, selon lui, de certaines propriétés animales à des propriétés végétales. Il le définit : des êtres végétants, qui ont au-dessus du végétal un sens suffisant pour y introduire un certain degré d'animalité, mais non cette animalité complète qui résulte de l'intellect ajouté à l'instinct. Il y comprend non-seulement les arthrodiées, sur lesquelles avaient porté ses premières observations, mais les polypes d'eau douce, et toutes les végétations qui ont une sorte de floraison animée plus ou moins semblable à ces polypes, comme les sertulaires, etc.; ou une écorce sensible, comme les gorgones; ou enfin ce qu'il appelle une graine agissante, comme il croit l'avoir vue dans ses arthrodiées. Il le divise en *ichnozoaires,* en *phytozoaires* et en *lithozoaires.* Les premiers ne se fixent point, les seconds ont une végétation cornée ou cellulleuse, les troisièmes en ont une pierreuse, et chaque ordre se subdivise, selon qu'il a ou non des hydres, c'est-à-dire des expansions animées analogues aux polypes.

ANATOMIE COMPARÉE.

Nous avons parlé plusieurs fois des ornithorinques, de ces animaux singuliers de la Nouvelle-Hollande, qui joignent une espèce de bec semblable à celui d'un canard, à une conformation d'ailleurs généralement semblable à celle d'un quadrupède.

Parmi les nombreuses singularités de leur organisation se trouve celle du défaut de toute mamelle apparente : en sorte que l'on doute que ces animaux nourrissent leurs petits de lait; et même on a pu voir, dans une de nos

précédentes analyses, que des voyageurs prétendent qu'ils produisent des œufs, et non des petits vivants. M. Meckel, savant professeur d'anatomie à Halle, qui a publié sur l'ornithorinque une discussion anatomique très-détaillée et ornée de beaucoup de belles planches, croit en avoir découvert les mamelles. Il a vu dans une femelle d'ornithorinque, entre les muscles de l'abdomen et la peau, de chaque côté un grand appareil glanduleux presque aussi étendu que ces muscles, et dont les conduits excréteurs aboutissaient tous à un petit disque placé de chaque côté presque à égale distance entre l'extrémité antérieure et la postérieure. C'est à cet appareil qu'il a attribué la fonction de sécréter le lait. M. Geoffroy Saint-Hilaire a pensé au contraire que ce pourrait être un organe analogue à ceux que l'on voit sur les flancs des musaraignes, qui sont surtout fort développés dans les grandes musaraignes des Indes, et qui sécrètent une onctuosité odorante qui caractérise ce genre de petits animaux. C'est une discussion qui ne pourra guère être vidée que par ceux qui observeront l'animal vivant et après le part: cependant M. de Blainville a fait remarquer que le mâle n'ayant point cet appareil aussi développé que la femelle, cette circonstance pourrait paraître favorable à l'opinion de M. Meckel.

Le mâle de l'ornithorinque a le talon armé d'un ergot osseux et corné très-pointu, percé d'un canal par où il paraît qu'il verse dans les plaies que font ses piqûres une liqueur venimeuse. M. de Blainville avait décrit ce canal il y a quelque temps; et M. Meckel, dans sa description anatomique, a bien fait connaître la glande qui produit cette liqueur : elle est volumineuse, placée à la face interne

de la cuisse, au-dessus du genou. Son canal excréteur descend le long de la face interne de la jambe. L'ornithorinque et l'échidné sont jusqu'à présent les seuls quadrupèdes couverts de poils qui produisent une liqueur empoisonnée, et quelques personnes pourront aussi y trouver une raison de douter que ce soient de vrais mammifères.

On connaît deux variétés d'ornithorinque : une plus brune qui a le poil plus rude, et une plus rousse et à poil plus doux, et quelques naturalistes ont voulu en faire deux espèces; mais M. Geoffroy examinant plusieurs individus de ce genre extraordinaire, a trouvé des passages et des combinaisons si nombreuses de ces couleurs et de ces natures de poils, qu'il ne pense pas qu'elles aient rien de spécifique.

M. Frédéric Cuvier, occupé depuis long-temps d'une étude approfondie des organes que les zoologistes emploient pour caractériser les mammifères, a pensé que l'examen du développement des plumes lui donnerait quelques lumières sur le développement des poils; le nombre et la diversité de leurs parties, et le volume de l'organe qui les produit, donnent en effet plus de prise à l'observation.

Malgré leurs variétés de grandeur, de consistance et de couleur, toutes les plumes se composent d'un tuyau, d'une tige et de barbes plus ou moins barbelées elles-mêmes.

L'organe destiné à la production de la plume se présente sous la forme d'un cylindre alongé, qui tient profondément à la peau de l'oiseau par une extrémité nommée l'ombilic. Son

enveloppe la plus extérieure ou sa capsule est composée de plusieurs tuniques emboîtées, dont la plus extérieure est de la nature de l'épiderme; les intérieures sont plus compactes, mais sans organisation apparente. C'est par l'extrémité de cette capsule opposée à l'ombilic que la tige et les barbes doivent sortir. Dans l'axe de la capsule est un noyau, cylindrique aussi, fibreux et de substance gélatineuse, qui adhère à l'ombilic, et qui reçoit par ce point d'adhésion des vaisseaux sanguins abondants. Autour de ce noyau, ou entre lui et l'enveloppe extérieure, sont deux membranes parallèles; une interne, l'autre externe, striées obliquement, ou plutôt réunies l'une à l'autre par des cloisons parallèles, et qui se rendent obliquement d'une ligne longitudinale et supérieure vers une ligne également longitudinale et située de l'autre côté du cylindre. C'est dans les vides longs et étroits qui sont entre ces cloisons, que se dépose la matière des barbes de la plume, et qu'elle se moule en barbes et en barbules à peu près comme l'ivoire des dents se moule entre la membrane externe de leur noyau gélatineux et la membrane interne de leur capsule. La ligne supérieure et lisse, de laquelle partent les stries, reçoit et moule, du côté de la membrane externe, l'écorce cornée du dos de la plume, ou cette bande longitudinale, aux deux côtés de laquelle adhèrent les barbes; et du côté de la membrane interne, la substance même de la tige et la pellicule, cornée aussi, qui la revêt à sa face inférieure. La ligne opposée à celle-là n'a d'autre objet que d'établir une solution de continuité entre les barbes d'un côté et celles de l'autre. Ainsi, tant qu'elles restent dans leur étui, ces barbes se courbent autour du noyau gélatineux, et l'entourent des deux côtés. A mesure que cette tige et les

barbes prennent de la consistance, elles sortent par l'extrémité de la capsule et se montrent au dehors, poussées qu'elles sont surtout par l'accroissement que prend la base du noyau gélatineux, et ce mouvement continue jusqu'à ce que toute la partie barbue de la plume soit sortie. La tige et les barbes sont, comme on voit, des sécrétions des membranes striées qui enveloppent le noyau gélatineux ; mais c'est ce noyau lui-même qui fournit la matière de cette sécrétion. M. Frédéric Cuvier pense que c'est surtout à lui qu'est due cette substance spongieuse qui remplit la tige. A mesure que le développement de la plume a lieu, la sommité du noyau se vide, et il s'y forme un cône ou une espèce de calotte membraneuse qui sort de la capsule en même temps que la portion de tige et les barbes qui lui correspondent. Plusieurs de ces cônes successifs se perdent ainsi, et tombent à mesure qu'ils sortent, de façon qu'il n'en reste point le long de la face interne de la tige. Dans certaines espèces ou dans certaines circonstances la pointe du noyau est double, et alors la tige prend avec elle une des pointes; ce qui fait qu'elle garde dans son intérieur une suite de cônes qui occupent son axe et y forment des cellules; mais en général cet axe se remplit de matière spongieuse, et sa partie inférieure seulement pince ou serre dans son sillon un léger repli du noyau qui l'a formée. Quand tous les sillons où devaient se mouler les barbes et la portion de tige qui les porte ont été remplis par la matière cornée, et que la partie barbue de la plume est terminée, cette matière cornée se répand uniformément autour du noyau, et forme le tuyau de la plume. Par progrès de temps, et lorsque ce tuyau a pris la consistance qu'il devait avoir, le noyau intérieur désor-

mais épuisé, ne laisse pas que de se diviser encore en cônes ou en godets enfilés à la suite les uns des autres; mais ces derniers cônes ne sortent plus au dehors; ce tuyau qui s'est durci, et que la tige ferme à son extrémité opposée à l'ombilic, ne leur laisse plus d'issue; ils restent dans son intérieur, et y forment ce que l'on appelle communément *l'ame de la plume.*

On voit que la formation d'une plume ne diffère en quelque sorte de celle d'une dent que par la nature de la substance qui se dépose entre ses deux tuniques; mais une dent est plusieurs années à se former; il n'en naît que deux séries de suite dans une partie de la mâchoire, et une seule dans l'autre partie; les plumes se développent en quelques jours : elles atteignent dans bien des oiseaux une longueur d'un ou de deux pieds et davantage, et elles renaissent à peu près toutes chaque année; dans beaucoup d'espèces elles se renouvellent même deux fois par an : on conçoit donc quelle énergie l'économie de l'oiseau doit exercer, et tous les dangers que peut avoir pour lui une époque aussi critique que celle de la mue.

PHYSIOLOGIE.

M. Magendie a reconnu par de nombreuses observations, qu'il existe un liquide entre le cerveau, la moelle épinière et les enveloppes membraneuses de ces organes, particulièrement entre la pie-mère et l'arachnoïde; que ce liquide n'est point, comme on l'a cru, un produit de maladie, qu'il est au contraire un caractère essentiel de l'état sain; que dans l'homme adulte il n'y en a jamais moins de deux onces; que souvent, dans les individus d'une stature élevée, sa quan-

tité se porte à cinq onces. Il distend pendant la vie le sac membraneux qui le contient; mais, semblable aux humeurs de l'œil, il s'évapore ou s'absorbe par degrés après la mort, et disparaît en assez peu de temps. M. Magendie le nomme le liquide *céphalo-rachidien;* il pense que son premier usage est de remplir les vides soit du crâne, soit du canal de l'épine, que ni le cerveau ni la moelle épinière ne remplissent pas toujours, à beaucoup près. En effet, il y a d'abord un vide constant et bien connu dans la partie inférieure de l'épine; mais le cerveau lui-même, dans les sujets vieux et maigres, est souvent moins volumineux que la cavité destinée à le contenir. M. Magendie a même observé qu'à cet âge les anfractuosités s'écartent les unes des autres, et qu'il se forme quelquefois à la surface des creux d'un pouce et plus de profondeur. Lorsqu'il arrive au contraire que le cerveau augmente brusquement de volume, comme dans les apoplexies, les membranes se distendent, les circonvolutions se pressent et le liquide disparaît, soit en s'absorbant, soit en se refoulant vers l'épine.

Lorsqu'on enlève ce liquide à un animal vivant au moyen d'une petite ouverture à son crâne, et que l'on referme la plaie, il ne tarde pas à renaître, semblable encore en cela aux humeurs de l'œil. En vingt-quatre heures il est reproduit aussi abondant que la veille; M. Magendie l'a vu sourdre distinctement de la surface de la pie-mère. On comprend en général que son usage doit être de faciliter les mouvements du rachis dans l'épine lorsque le corps se courbe, mais il est d'une nécessité encore plus générale. L'animal que l'on a privé de ce liquide, quelque vigoureux qu'il ait été auparavant, tombe aussitôt dans un état d'hébétement et d'inacti-

vité qui dure jusqu'à ce que le liquide se soit reproduit : quelquefois il a pris une sorte de fureur. Si au contraire on augmente beaucoup sa quantité, en injectant par exemple celui d'un individu dans un autre, on produit, comme par toute autre compression, une apoplexie et une paralysie.

La maladie connue sous le nom de *spina-bifida* est une sorte de hernie produite par le liquide céphalo-rachidien, et c'est aussi à sa surabondance que tiennent l'apoplexie séreuse et l'hydrocéphale aigüe ou chronique. Quand on lui substitue d'autres liquides, tels par exemple que de l'eau ou de l'alcohol, ils produisent sur le système nerveux leur effet connu, mais avec moins de rapidité que lorsqu'on les introduit dans la circulation. Un fait très-remarquable, c'est qu'en très-peu de temps, du prussiate de potasse avalé par un animal a manifesté sa présence dans le liquide spino-rachidien; par où l'on peut juger de la rapidité des communications qui ont lieu dans le corps animé.

M. Magendie s'est assuré que ce liquide s'étend jusque dans les ventricules du cerveau, et que leur cavité communique avec celle de l'épine par une ouverture percée vis-à-vis la fin du quatrième ventricule, à l'endroit que les anatomistes nomment le bec de plume. Cette ouverture, dont aucun anatomiste n'avait parlé et que M. Magendie nomme *l'entrée des cavités cérébrales*, est arrondie, de deux à trois lignes de diamètre, et percée entre les deux artères cérébelleuses postérieures. Dans l'hydrocéphale cet orifice est très-dilaté, ainsi que ceux par lesquels les ventricules communiquent les uns avec les autres. Ce n'est point seulement dans l'état maladif que ces cavités sont remplies de liquide; elles en contiennent au contraire toujours, et peuvent

en renfermer dans l'homme jusqu'à deux onces sans que la santé en soit altérée. Tout annonce qu'il existe en certain cas une sorte de flux et de reflux de ce liquide des ventricules vers l'épine et réciproquement. M. Magendie a vu dans un cadavre, qu'un fluide purulent produit dans l'épine avait pénétré dans les ventricules ; il a vu même dans ces cavités une sérosité sanguinolente qui y était venue de la surface du cerveau. Dans tous les individus qui avaient succombé à un épanchement séreux dans les ventricules, il a trouvé l'aquéduc de Sylvius dilaté, et par conséquent, la communication entre les cavités cérébrales et l'épine très-libre. Une observation curieuse lui a appris que le vice des chevaux connu sous le nom *d'immobilité*, et qui les empêche surtout de faire aucun mouvement en arrière, tient à une surabondance du liquide dans les ventricules, surabondance qui met les animaux dans un état semblable à celui que dans d'autres expériences M. Magendie a vu amener par l'ablation des corps cannelés. Un cheval dans cet état fut heureusement traité par l'application du moxa ; et d'après cette indication, l'auteur a fait plus d'une fois disparaître des symptômes d'épanchements séreux dans la fièvre cérébrale des enfants, par de larges vésicatoires entre les deux épaules et le long de l'épine.

La rétine à tapis musculaire dans lequel presque tous les anatomistes ont placé le siége essentiel de la vue, semblerait devoir être d'une sensibilité exquisse pour tous les corps, puisqu'elle est sensible à la lumière, le plus délié de tous ; mais l'expérience prouve qu'il n'en est pas ainsi. M. Magendie, dans des opérations de cataracte, a plusieurs

fois touché et même piqué la rétine sans que la personne qu'il opérait s'en soit aperçue.

Depuis que M. Geoffroy St.-Hilaire a été conduit à considérer les faits relatifs aux monstres comme des expériences en quelque sorte préparées à l'avance par la nature pour montrer aux physiologistes les moyens qui donnent lieu aux compositions organiques, il a multiplié ses recherches sur ces déviations de l'organisation, et elles ont reçu de nouveaux aliments par de fréquents envois de sujets monstrueux que les hommes de l'art de différents pays ont faits à l'auteur. Il s'est demandé d'abord, si tant de richesses seraient susceptibles d'être énumérées et classées, comme on est dans l'usage de le faire pour les êtres réguliers; et il s'attache à prouver que le procédé des naturalistes, considéré dans son ensemble, convient très-bien aux êtres monstrueux, sauf quelques modifications. Ne se bornant point à traiter cette question théoriquement, il met en pratique les vues qu'il a signalées. Ainsi nous avons vu qu'il a établi des genres de monstruosités qu'il nomme *anencéphales*, *hyperencéphales*, *notencéphales*, *aspalasomes*, *hypognathes*, *thlipsencéphales*, *acéphales*, *rhinencéphales*, *podencéphales*, *hétéradelphes*, *polyops*, *agènes*, *etc.* C'est une sorte de zoologie nouvelle que l'on pourrait appeler zoologie anormale, et placer sur une ligne parallèle à côté de la zoologie des êtres réguliers. Les formes linnéennes, la nomenclature binaire, et généralement tous les moyens d'ordre imaginés par les naturalistes, ont été reconnus applicables par l'auteur à la classification des monstres.

Mais M. Geoffroy ne s'en tient point à ce catalogue métho-

dique; son but est de s'en servir pour pénétrer plus avant dans le labyrinthe de l'anatomie physiologique. C'est ce qu'il fait connaître dans un article historique, où il raconte ce qui a été fait avant lui, et montre ce qui reste à faire.

C'est en effet, suivant l'auteur, un spectacle très-instructif, que celui de l'organisation étudiée dans ses actes irréguliers, de la nature surprise comme dans des moments d'hésitation et d'impuissance. Quiconque, ajoute-t-il, s'est rendu compte de toutes les modifications possibles de l'organisation, reconnaît que les formes diverses sous lesquelles elle se manifeste sortent d'un même type; il ne regarde donc pas ces monstres, avec Aristote, comme des exceptions aux lois générales; il ne croit pas, comme Pline, que la nature les produit pour nous étonner et pour se divertir; mais il les considère comme des ébauches qui ne seraient point achevées, comme représentant des degrés divers d'organisation.

L'auteur avait traité, l'année précédente, des monstres de son genre anencéphale, caractérisés par la privation du cerveau et de la moelle épinière. Leur système osseux est profondément modifié, car, au lieu de se maintenir dans son état tubulaire, chacun de ses éléments, chaque anneau vertébral est ouvert. M. Geoffroy Saint-Hilaire vient de trouver dans les collections d'antiquités égyptiennes de M. Passalacqua un monstre de ce genre qui a été déterré à Hermopolis, dans des catacombes réservées aux animaux, dans des caveaux remplis de singes. Il suppose que les mauvais présages attachés aux produits monstrueux par la superstition avaient déterminé à reléguer celui-là loin des sépultures des hommes, et il croit en trouver la preuve dans une amulette que l'on

avait placée auprès de la momie; honneur qui n'était fait qu'aux êtres de race humaine. Cette amulette, qui elle-même représente un singe cynocéphale, dont la pose est ordinairement celle d'un homme assis, avait servi de modèle à l'attitude donnée à la momie monstrueuse.

M. Geoffroy St.-Hilaire ne s'était point encore occupé des monstruosités par excès; il conçut que pour s'y livrer avec plus de chances de succès, il devrait rechercher les faits les plus disparates; or, il ne vit rien de plus hétérogène en soi, il n'aperçut pas de conditions plus propres à provoquer les méditations, que les deux systèmes organiques qu'il a nommés *hypognates* et *hétéradelphes*. Ils appartiennent aux monstres doubles. L'un des deux sujets est complet, et jouit d'une vie propre; et l'autre n'est qu'un fragment enté sur son frère, et tenu de vivre comme un parasite. L'individu entier est donc pleinement pourvu de toute l'organisation propre à son espèce, quand l'individu imparfait ne consiste que dans une portion tégumentaire avec les os qui lui correspondent.

L'auteur n'a vu des hypognathes que dans l'espèce du bœuf. Il a trouvé au contraire des hétéradelphes dans les espèces de l'homme, du chat, du chien, de la poule, du canard, etc. L'anatomie montre comment le système circulatoire au moyen d'un seul centre d'impulsion parvient à porter la nourriture dans les deux sujets greffés l'un sur l'autre; mais l'auteur pense qu'il en est autrement durant la vie embryonnaire.

La monstruosité qu'il a nommée *hypognathe* se compose d'une tête incomplète adhérente à la tête bien organisée du monstre; les deux têtes sont portées par de longs pédicules, qui sont les mâchoires inférieures. Ces pédicules, par une de

leurs extrémités, s'articulent avec leurs têtes, et par l'autre, ils établissent les relations des deux systèmes organiques; la tête imparfaite est contractée au plus haut degré, étant privée de toutes les choses ordinairement contenues dans une tête, comme organes des sens et masse médullaire, et ne possédant que celles qui servent de cloisons et d'enveloppes, telles que les parties osseuses et tégumentaires. Les formes et conditions propres à ce genre de monstruosité sont répétées, moins quelques légères différences, dans trois espèces que l'auteur nomme *hypognate capsule, hyp. rochier* et *hyp. monocéphale.*

Les hétéradelphes (frères jumeaux très-dissemblables) sont des monstres formés de deux individus dont l'un ayant déja subi toutes les transformations de la vie utérine, est entré dans le monde atmosphérique, où il s'est définitivement enrichi de tous les organes que les progrès successifs des âges développent chez les animaux parfaits, et dont l'autre, retenu et persévérant dans une des formes de la vie utérine, étant de plus privé d'une ou plusieurs parties, quelquefois seulement de la tête et d'autres tronçons adjacents, semble sortir du centre de la région épigastrique de son grand frère. Ce second individu est un parasite qui n'a point ou fort peu de viscères, qui n'existe point par lui-même, qui consiste en téguments, et dont les téguments sont nourris par les vaisseaux cutanés du sujet adulte. On en voit des exemples pris de l'espèce humaine dans des ouvrages anciens; et tout récemment les officiers de la Thétis ont rapporté le portrait en relief d'un Chinois nommé Ake qui se faisait voir à Canton, et qui appartenait à ce genre. L'auteur en a étudié l'organisation dans des répétitions de la même monstruosité

qu'il a observées chez des individus de l'espèce du chat et de celle du poulet.

L'attention de M. Geoffroy s'est aussi portée sur une autre sorte de monstruosité qu'on désigne sous le nom très-impropre d'*éventration*, par où l'on entendait exprimer des viscères formant hernie hors de la cavité abdominale. L'auteur avait déja traité ce sujet, savoir quand les viscères sont entraînés du côté de la poitrine, circonstance qui en vicie les organes, ou quand ils sont abaissés, autre influence qui modifie légèrement les organes urétro-sexuels. Ce premier système organique fut décrit sous le nom d'*hypérencéphale*, et le second sous celui d'*aspalasome*. Il a fait connaître, l'année dernière, un troisième arrangement, plus riche en faits singuliers, qu'il nomme AGÈNE (*être entièrement dépourvu d'organes sexuels*); mais on voit distinctement dans tous le fait primitif de ces déviations. Lorsque les intestins sont encore logés en partie dans le cordon ombilical, des brides qui les attachent au cordon et le cordon aux membranes placentaires, empêchent leur refoulement vers l'abdomen, et la monstruosité qui s'est ainsi emparée du sujet pendant sa vie embryonnaire, continue durant la vie fœtale, et parvient à s'étendre davantage. Les organes urétro-sexuels y deviennent de plus en plus soumis. La vessie est refoulée sur son col et sur le méat urinaire, lesquels s'élargissent indéfiniment, et cela au point d'en laisser arriver le fond renversé au-dehors, et de la soustraire à ses usages; car alors les orifices des urétères se ferment, et ces canaux grandissent par l'accumulation de l'urine. L'intestin rectum est aussi, à un moment donné et par l'entraînement de la vessie, violemment déchiré. Sa nouvelle terminaison aboutit dans l'intervalle

autrefois circonscrit par le col de la vessie, et son méat externe est alors transformé en un large cloaque commun. Les organes de la génération ont disparu; les vertèbres sacrées et coccygiennes sont ouvertes; une chambre spacieuse existe entre leurs branches; et la moelle épinière, au lieu de s'y terminer en fuseau, est au contraire renflée, ramenant en ce lieu à quelques égards les formes globuleuses de la partie cérébrale.

D'autres recherches ont occupé M. Geoffroi Saint-Hilaire au printemps de l'année dernière, toujours dans la vue d'éclaircir les questions de la monstruosité. Il a profité des facilités que lui offrait un établissement où l'on fait couver des poulets par la chaleur artificielle, pour reprendre d'anciennes recherches sur la nature essentielle des organes sur leur facilité à se métamorphoser, sur ce qui peut produire les différences dans les formes, les couleurs et quelques dispositions naturelles des espèces. Il s'appliquait donc à faire dévier l'organisation en entravant sa marche par des obstacles et il étudiait le nouvel ordre qu'elle suivait dans les déviations qu'il provoquait en tenant l'œuf dans certaines positions. Le poulet quittait le centre de sa coquille pour aller contracter des adhérences aux membranes qui la revêtent à l'intérieur; et alors, ou toute la masse intestinale ne rentrait point dans la cavité abdominale; ou les vertèbres sacrées étaient soumises à un *spina bifida* et restaient ouvertes; ou le cerveau faisait hernie au-dehors de la boîte cranienne; ou bien encore les mâchoires supérieures acquéraient une grandeur démesurée, et le bec prenait alors la forme de celui des perroquets; ou c'étaient les inférieures, d'où résultait une autre forme, celle qui caractérise l'éléphant. Ces recherches ont été entreprises pour essayer d'introduire quelques éléments d'obser-

vation directe dans une des plus grandes questions de la philosophie, la préexistence des germes. M. Geoffroy Saint-Hilaire a résumé ces différentes recherches et celles qu'il avait faites les années précédentes, dans divers articles qu'il a communiqués à l'Académie, et qui ont été réunis et publiés sous le titre de *Considérations générales sur les monstres.*

MÉDECINE.

M. Moreau de Jonnès a communiqué à l'Académie la notice des irruptions de la fièvre jaune qui ont eu lieu cette année aux Antilles.

Cette maladie a paru à la Basse-Terre de la Guadeloupe dès les premiers jours du printemps, avant que la chaleur ait cessé d'être modérée, et après plusieurs mois d'une température singulièrement froide. Elle a fait périr plusieurs personnes le quatrième jour de l'invasion, et le douzième seulement après leur arrivée dans l'île. Elle n'a pas même épargné quelques uns de ceux qu'un séjour de six ans aux Antilles semblait avoir acclimatés. La ville où elle a ainsi exercé ses ravages gît sur une berme de rochers volcaniques, loin de tout marécage et de ce qu'on a désigné sous le nom de foyer d'infection. Un mois après son apparition, elle n'avait pas encore gagné la ville de la Pointre-à-Pître, qui, d'après l'idée qu'on s'est faite des causes de la maladie, semblerait devoir y être bien autrement exposée que la Basse-Terre, puisqu'elle est environnée de palétuviers, dont les bois couvrent des vases noires, profondes et fétides.

Ce n'est qu'à la fin de septembre que la fièvre jaune s'est montrée à la Martinique dans les hôpitaux. Ses ravages ont

été rapides et meurtriers, mais d'une très-courte durée. L'abaissement de la température les a fait cesser promptement.

Le même auteur, toujours occupé des maladies contagieuses, a communiqué des faits importants sur cette maladie éruptive, que l'on a désignée récemment sous le nom de varioloïde, et qui est d'autant plus fâcheuse, que la vaccine et même la petite-vérole, soit inoculée, soit naturelle, n'en garantissent pas. Cependant la vaccine en adoucit constamment les effets bien plus sûrement que la petite-vérole; et l'on a remarqué à New-York et ailleurs que les individus vaccinés attaqués de la varioloïde n'en meurent point, tandis qu'elle est très-souvent funeste à ceux qui n'ont pas employé ce préservatif, même lorsqu'ils ont eu la petite-vérole naturelle.

La varioloïde diffère de la petite-vérole par la forme tuberculeuse plus prononcée de ses pustules; par un liquide ordinairement limpide au lieu de passer à l'état de pus; par une odeur moins caractérisée, par des croûtes qui ne se réduisent pas en poussière entre les doigts, par des marques plus petites et moins profondes.

Son début est plus constamment accompagné de nausées et de vomissement; elle a plus de disposition à affecter les poumons, et il se montre moins souvent de la fièvre à la fin de cette maladie que dans la petite-vérole ordinaire.

C'est à la varioloïde que M. Moreau de Jonnès attribue le renouvellement d'éruptions varioliques qui a eu lieu depuis quelques années dans l'Europe occidentale; il fait observer que c'est surtout dans les pays qui sont en communication

fréquente avec les Indes que cette maladie s'est montrée plus active; il rappelle que déja le docteur Mead a parlé d'une espèce particulière de petite-vérole venue des Indes, qu'il nommait variole-siliqueuse, et que les livres sacrés des Indous en décrivent de neuf sortes. Les médecins chinois seraient bien plus riches encore, s'il est vrai, comme on l'a dit, qu'ils en comptent jusqu'à quarante, dans le nombre desquelles la vaccine elle-même est comprise depuis long-temps. Aussi M. de Jonnès rapporte-t-il des témoignages effrayants sur les ravages que causent en Asie quelques-unes de ces maladies éruptives.

L'auteur tire de tous ces faits la conclusion que la vaccine, loin de cesser d'être utile, est devenue d'une nécessité plus pressante que jamais, et que les gouvernements ne sauraient apporter trop de soin à la répandre.

La gravelle la plus commune, qui produit un sable blanchâtre, est due au phosphate de chaux; l'usage des alcalis et un régime végétal en sont des remèdes assez sûrs; il en est une autre espèce de couleur rouge, celle d'Urée, qui tient aussi à un régime trop animal et trop succulent; mais M. Magendie vient d'en découvrir une troisième sorte qui se composait d'oxalate de chaux, et qui était provenue de l'habitude que le malade avait prise depuis quelque temps, dans l'idée de se rafraîchir, de manger chaque matin un plat d'oseille. L'abandon de cet aliment fit promptement cesser le mal. M. Magendie montre par ces observations combien il importe d'analyser soit les grains de gravelle que l'on rend, soit même les pierres que l'on se fait extraire, afin de régler en conséquence son régime ultérieur, faute de quoi l'on

s'expose à de promptes récidives. Une gravelle très-singulière que M. Magendie a observée, mais sans s'en expliquer la cause, était d'une texture lâche et mêlée d'une quantité prodigieuse de filets semblables à des poils. C'est ce qu'il nomme *Gravelle pileuse*. L'analyse faite par M. Pelletier, y a découvert du phosphate de chaux, mêlé d'une petite partie de phosphate de magnésie et d'acide urique. Le traitement ordinaire de la gravelle blanche a été employé avec succès contre la gravelle pileuse.

M. Chaussier a communiqué l'observation rare d'une rupture transversale du sternum dans une femme de vingt-cinq ans, produite dans les efforts de l'accouchement par la contraction simultanée des muscles sterno-pubiens ou droits du bas-ventre et des sterno-mastoïdiens. Elle a succombé après quinze jours à cet accident, dont l'auteur n'a vu que deux exemples depuis plus de vingt ans qu'il est médecin de la Maternité.

M. le baron Portal a publié un traité sur la nature et le traitement de l'épilepsie, où tout ce qui a rapport à cette cruelle maladie, à ses complications, à son siége, à ses causes, aux effets qu'elle produit, et aux différentes méthodes employées contre elle avec plus ou moins de succès, est exposé d'après les observations les plus sûres des grands praticiens, et surtout d'après celles de l'auteur. Pour donner une idée complète d'un ouvrage aussi rempli de faits, il faudrait en quelque sorte le copier. M. Portal y présente les observations cadavériques, selon que l'épileptique s'est trouvé avoir des altérations dans le cerveau, ou dans la moelle de l'épine et les

nerfs qui en émanent, ou dans les parties du corps différentes des centres du système nerveux; enfin, celles où l'on n'a pu découvrir aucune altération apparente dans les organes; mais il pense que les observations de cette dernière sorte ont tenu à l'imperfection des moyens d'investigation. Il fixe le vrai siége de la maladie dans le cerveau, et principalement dans sa partie médullaire. Il en expose les symptômes et les diverses causes, et en divise les variétés en neuf séries, suivant que l'on peut les atteindre par le même traitement. Il énumère enfin, et il apprécie, les nombreux remèdes qui on été proposés contre cette terrible affection. Cet ouvrage, en un volume in-8°, est digne d'être placé à côté de tous ceux don ce célèbre médecin a enrichi son art.

M. le baron Boyer a fait paraître les volumes dix et onze de son grand *Traité des maladies chirurgicales, et des traitements qui leur conviennent.*

On sait que dans cet ouvrage, commencé avant que l'auteur appartînt à l'Académie et qui occupe un rang principal parmi les titres nombreux qu'il avait depuis long-temps à y être appelé, il traite des maladies et des vices de conformation, d'après les parties du corps qui en sont les siéges. Son dixième volume comprend tout ce qui concerne l'anus et les parties génitales; le onzième a rapport aux extrémités et à leur amputation. Il y parle aussi des remèdes généraux, tels que la saignée et les différents cautères et vésicatoires.

M. le baron Dupuytren a décrit une opération heureuse par laquelle il a délivré un individu d'un énorme osteosarcome qui affectait sa mâchoire inférieure, au moyen de

la résection d'une partie de cet os. Nous espérons pouvoir rendre un compte détaillé de son Mémoire dans notre prochaine analyse.

M. Magendie a essayé un nouveau moyen de traiter l'amaurose, cette maladie si rebelle et si triste. Comme il avait constaté l'année dernière, par des expériences positives, que le concours des nerfs de la cinquième paire n'est pas moins nécessaire à la vision que celui des nerfs optiques, il soupçonna qu'il pouvait exister des amauroses produites par la paralysie des premiers de ces nerfs, et qu'en portant sur eux une excitation énergique, on aurait lieu d'espérer quelques effets avantageux. Après s'être assuré que l'on peut piquer ces nerfs avec des aiguilles sans amener des suites fâcheuses; après avoir remarqué que la pupille se resserrait chaque fois qu'il piquait l'une ou l'autre des branches orbitaires de la cinquième paire, il enfonça une aiguille dans le nerf frontal et une autre dans le maxillaire supérieur, et il les mit en communication avec les deux pôles d'une pile voltaïque. Il a obtenu des résultats très-sensibles : la pupille s'est généralement contractée. Dans une amaurose qui ne frappait que la moitié externe de la rétine, et qui était accompagnée de la paralysie de la paupière supérieure et d'une partie des muscles de l'œil, il a eu la satisfaction de voir, dans l'espace de trois mois, tous les accidents disparaître, et la rétine ainsi que les muscles de l'œil reprendre leur fonction.

Les animaux sont, comme les hommes, sujets à des hernies de plusieurs sortes. Celles de l'aine, quoique moins fréquentes dans les quadrupèdes que chez nous, à cause de la position

horizontale, ne sont pas cependant sans exemple ; et il en arrive même quelquefois à des chevaux hongres, parce que l'anneau inguinal n'est pas détruit par la castration. M. Girard, directeur de l'école vétérinaire d'Alfort, a décrit un assez grand nombre de ces hernies dans le cheval, et les divise en quatre classes, selon qu'elles viennent de naissance ou qu'elles sont anciennes ou récentes, ou enfin qu'elles surviennent à la suite de la castration ; les bandages ne peuvent rien contre ces accidents, parce qu'il n'est pas possible de les maintenir dans la position nécessaire. Le taxis, c'est-à-dire une compression méthodique pour faire rentrer l'intestin dans sa position naturelle, et la castration dite à testicule couvert, sont les moyens les plus sûrs dans les chevaux hongres, et lorsque l'hernie n'est ni étranglée ni adhérente; mais dans les cas compliqués, il faut recourir à des opérations que M. Girard décrit avec soin, mais dont nous ne pouvons donner le détail. Il ajoute à son ouvrage les moyens de reconnaître dans un cheval qui a péri d'une hernie, si cette maladie était ancienne ou nouvelle ; ce qui peut avoir de l'importance lorsque cet accident arrive à un cheval nouvellement vendu, pendant la durée de la garantie.

AGRICULTURE.

La baisse générale du prix des grains, dont on se plaint presque partout en Europe, a fait supposer que la production de ces dernières années a excédé de beaucoup les besoins, et qu'il existe de grandes quantités de ces céréales en magasin.

M. Moreau de Jonnès a communiqué à l'Académie un extrait des recherches faites par ordre du gouvernement

anglais, par où il est prouvé que cette supposition est erronée, et que le bas prix du blé dans le Nord et l'Ouest de l'Europe résulte, non de son excessive abondance dans les dépôts, mais du défaut de débouchés depuis que le perfectionnement de l'agriculture en France et en Angleterre est parvenu à satisfaire à la consommation des deux pays. L'accumulation des grains dans le Nord a été cinq fois plus grande qu'elle ne l'est aujourd'hui : tous les ports du continent ne recèlent pas de quoi porter avec avantage en Angleterre pour en nourrir la population pendant dix jours; les dépôts de l'Europe entière, si on pouvait les verser à la fois en France, ne suffiraient pas à sa consommation pendant six semaines, et il suffirait pour les absorber, que des événements qui peuvent malheureusement être si communs, privassent trois millions d'individus de leurs ressources ordinaires. D'après ces faits, ce serait uniquement au défaut de relations commerciales rapides, faciles et sûres, que tiendrait dans plusieurs pays l'avilissement des grains et les souffrances de l'agriculture. On peut en juger d'après la prodigieuse différence des prix. L'hectolitre de froment qui vaut 6 fr. 69 c. à Copenhague, et 7 fr. à Stettin, se paie 19 fr. en Biscaye, et 28 en Catalogne; en sorte qu'un Espagnol paie son pain trois et quatre fois plus cher qu'un Prussien ou qu'un Danois.

OUVRAGES IMPRIMÉS.

Parmi les ouvrages imprimés des membres de l'Académie, il en est trois qui peuvent être indiqués ici comme se rap-

portant plus ou moins directement à l'agiculture : *Les considérations sur le morcellement de la propriété territoriale en France*, par M. le vicomte DE MOREL-VINDÉ ; la *Notice historique sur la pépinière du Roi au Roule*, par M. DU PETIT THOUARS ; et un Mémoire de M. AUGUSTE DE SAINT-HILAIRE sur *Le système agricole adopté par les Brasiliens, et sur les effets qu'il a produits dans la province de* MINAS-GERAES.

Le premier de ces écrits a pour objet de rassurer contre les alarmes que l'égalité des partages dans les successions avait inspirées à quelques personnes : l'auteur y démontre que ce n'est pas de ces partages, mais des ventes et des achats que dépend en définitive la division des propriétés ; et qu'à cet égard l'intérêt particulier, en tout conforme à l'intérêt général, fait toujours ramener la propriété à l'état que les circonstances locales rendent le plus avantageux.

Dans sa *Notice historique*, M. DU PETIT THOUARS fait voir que la pépinière du Roule existe, en quelque sorte, depuis le règne de Louis XII, et présente pour sa conservation des vœux que les amis de l'agriculture regretteront sans doute de n'avoir pas vus exaucés.

Nous avons le regret d'être obligés de remettre à l'année prochaine l'analyse du Mémoire de M. DE SAINT-HILAIRE, qui ne nous a pu être remis à temps.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

LOUIS-FRANÇOIS-ÉLISABETH

BARON RAMOND [1],

CONSEILLER D'ÉTAT HONORAIRE, COMMANDEUR DE LA LÉGION-D'HONNEUR, CHEVALIER DE SAINT-MICHEL, MEMBRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE ET DE PLUSIEURS AUTRES SOCIÉTÉS SAVANTES.

PAR M. LE BARON CUVIER, SECRÉTAIRE-PERPÉTUEL.

DANS cette biographie de l'un de nos plus ingénieux confrères, j'aurais voulu me borner à ceux de ses travaux qui rentrent dans les occupations de l'Académie, et n'avoir à vous parler que du physicien, du botaniste et du géologue ; mais cette séparation, devenue si difficile de nos jours pour le plus grand nombre des académiciens, est entièrement impossible pour celui dont je dois vous entretenir. En lui, le savant, l'homme d'état, l'administrateur, sont unis de liens

(1) M. Ramond dans sa jeunesse était connu sous le surnom de *Carbonnière.*

indissolubles ; c'est souvent par ses fonctions qu'il a été conduit à des observations ; s'il a mieux qu'aucun autre décrit les Pyrénées, c'est que des haines politiques l'avaient contraint de s'y refugier ; sa position à la tête d'un département intéressant pour la géologie est ce qui l'a aidé à perfectionner la mesure des hauteurs ; en un mot, c'est dans les détails d'une vie agitée que se trouve le commentaire nécessaire des plus savants de ses ouvrages. Vous ne vous étonnerez donc point de m'entendre rappeler les événements de l'histoire générale auxquels M. Ramond a pris part ou dont il a été victime, parce que ce sont presque toujours ces événements qui ont été les occasions de ses découvertes.

Dès son enfance, dès son origine même, on aperçoit en quelque sorte le germe de ce qu'il a été. Son père, Pierre Ramond, trésorier de l'extraordinaire des guerres en Alsace, était originaire du midi de la France. Sa mère, Marie Eisentraut, appartenait à une famille allemande de la rive gauche du Rhin ; et c'étaient d'une part les persécutions exercées contre les protestants, de l'autre les épouvantables dévastions auquelles les armées françaises livrèrent à deux reprises le Palatinat(1), qui avaient fixé ces deux familles en Alsace, en sorte que, réunissant en lui la nature vive et ardente des habitants du midi avec cette disposition à la méditation, cette persévérance, si générales parmi les peuples germaniques, M. Ramond puisait dans les souvenirs de ses ancêtres l'horreur du gouvernement arbitraire et des conséquences qu'il entraîne, même ce que l'on voit si rarement, lorsqu'il est dans les mains d'un monarque aussi

(1) En 1674 et en 1679.

pénétrant, aussi instruit des ses affaires, et d'une aussi grande élévation d'esprit que l'était incontestablement Louis XIV.

Strasbourg était peut-être le lieu le plus favorable au développement de ces dispositions. La France, en s'emparant de cette ville, lui avait garanti la conservation de son régime intérieur, et l'on y retrouvait toutes les formes compliquées des républiques du moyen âge. Son université organisée comme celles de l'Allemagne, et donnant par conséquent l'enseignement le plus varié et le plus étendu, devait, à cette époque, aux talents de Schœpflin une célébrité particulière pour les études relatives à la diplomatie et au droit public. On y voyait accourir des jeunes gens des plus grandes maisons de l'Allemagne et du Nord, et M. Ramond y eut pour camarades d'études les hommes qui ont joué de nos jours les premiers rôles en Europe.

Les diverses branches du droit ne furent presque qu'un jeu pour un esprit aussi vif, et il trouva le temps d'y joindre la physique, toutes les parties de l'histoire naturelle. Il lui aurait été presque aussi facile de se faire recevoir médecin qu'avocat; et s'il donna la préférence au dernier de ces titres, ce fut seulement par l'idée qu'il lui laisserait plus de liberté dans l'emploi de ses talents.

Dès-lors, en effet, il ne se sentait pas plus de penchant à se renfermer dans une étude que dans un hôpital. Son corps avait besoin d'espace et de mouvement comme son esprit. A peine sorti des bancs, il gravissait à pied les cimes des Vosges, visitait les ruines de leurs anciens châteaux, et y composait des élégies et même des drames. Ces restes imposants du moyen âge lui inspirèrent l'idée de peindre les

mœurs de ce temps dans une suite de tableaux dialogués, comme les tragédies historiques de Shakespear. On a imprimé cet ouvrage sans nom d'auteur à Bâle, en 1780, sous le titre de *Guerre d'Alsace pendant le grand schisme d'Occident.* Mais à une époque où les règles classiques dominaient si absolument notre littérature, que l'on n'avait pas même inventé un nom pour les écrits qui ne s'y soumettent pas, celui-là ne franchit guère la chaîne des Vosges. Plus heureux de l'autre côté du Rhin, on le traduisit en allemand, et il fut représenté sur différents théâtres. Cependant l'introduction, intitulée *avant-scène*, aurait pu le faire accueillir partout. C'est un morceau d'histoire écrit avec chaleur, et qui donne en peu de pages une idée assez précise d'une époque importante.

Voyageur, naturaliste, poète, historien, et tout cela avec l'ardeur de la première jeunesse, M. Ramond se trouva bientôt avoir épuisé l'Alsace; mais un théâtre voisin l'appelait. La Suisse lui offrait des plantes, des montagnes, des mœurs antiques, des gouvernements de toutes les sortes; c'étaient autant de pâtures pour l'activité qui le dévorait. Il la parcourut en 1777. Tout jeune, tout inconnu qu'il était, son air spirituel, la verve de sa conversation, le firent accueillir comme si déja il eut été célèbre. Le vieux Voltaire, chargé, comme il le lui dit, de 83 ans et de 83 maladies, se fit encore un plaisir de lui montrer ce qu'il avait fait pour sa petite colonie. Lavater, à Zurich, chercha à s'emparer d'une imagination qui lui semblait disposée au mysticisme; et à Berne, Haller presque mourant trouva encore la force de lui faire voir quelques plantes des Alpes.

On peut prendre une idée de la vivacité des impressions

qu'il éprouva dans les notes de sa traduction des lettres de Coxe sur la Suisse. Avec quelle vérité il y peint et ces belles vallées où déja la surface du globe est arrivée à l'équilibre, et ces roches escarpées et dont les ruines menacent encore le séjour de l'homme, et ces glaciers éternels, bornes infranchissables à toute organisation! Avec quel charme il parle des douceurs de la vie champêtre! Avec quelle pénétration il rend compte des intrigues et des passions qui agitent ces petites démocraties! Et toutefois comme il sait rendre respectables ces simples pâtres; comme il les montre pleins de sens et de justice dans l'exercice des pouvoirs les plus élevés(1).

Cette manière de consigner ce qu'il avait vu dans des notes sur l'ouvrage d'un autre, n'était de sa part qu'un acte de modestie. Il se trouvait trop jeune pour écrire de son chef; mais les lecteurs en jugèrent autrement. La vive allure de commentateur leur plut bien autant que la marche grave de l'auteur. C'était avec M. Ramond que l'on croyait vraiment voyager en Suisse; et ce qui n'est peut-être jamais arrivé, on retraduisit en anglais sa traduction française avec ses additions, et sous cette forme elle eut en Angleterre beaucoup plus de succès que l'original primitif. Coxe cependant, comme on le peut croire, n'en fut pas si content que le public; et dans une édition plus étendue qu'il donna quelque temps après, il ne prononça pas même le nom de

(1) Lettres de M. William Coxe à M. W. Melmoth sur l'état politique, civil et naturel de la Suisse, traduites de l'anglais et augmentées des observations faites sur le même pays par le traducteur; 2 vol. in-8°, Paris, Belin, 1781.

l'écrivain qui avait si puissamment concouru au succès de la première (1).

Les lettres sur la Suisse avaient annoncé M. Ramond à Paris; on y avait été étonné qu'un jeune Alsacien écrivît le français avec cette élégance et cette force, et eût déployé sur des matières si diverses tant de hardiesse et de jugement. On le fut bien davantage lorsque, dans les cercles les plus brillants, il se montra l'égal des hommes que l'on réputait le plus pour le talent de la conversation. L'esprit de société a toujours été en France le premier des passe-ports; il l'était plus que jamais alors que l'esprit de parti n'était pas encore venu lui faire la guerre; aussi M. Ramond n'eut-il qu'à choisir entre les maisons où il voudrait être reçu. L'hôtel de la Rochefoucault passait en ce temps-là pour une sorte de sanctuaire des lettres et de la philosophie; des hommes éclairés et vertueux s'y réunissaient; ils y méditaient des réformes, dont bientôt ils eurent l'occasion de faire l'essai, mais qu'ils n'ont pu diriger et dont les contre-coups les ont cruellement frappés. C'était une société faite pour plaire à M. Ramond, et où il plut beaucoup lui-même. La duchesse d'Anville le traitait comme son enfant. Il obtint surtout une amitié précieuse, celle de M. de Malesherbes, que son goût pour les scènes de la nature devait attacher à un jeune homme qui venait de peindre les plus intéressantes avec tant d'énergie.

Malheureusement il s'offrit aussi à lui, vers cette même époque, un protecteur plus puissant, mais dont les bienfaits

(1) Cette autre édition a été traduite en français par Théophile Mandar, Paris, 1790, 3 vol. in-8°.

lui coûtèrent au-delà de leur valeur. Le trop célèbre cardinal de Rohan, évêque de Strasbourg, lié par vanité avec les hommes distingués dont M. Ramond avait obtenu l'estime, en même temps que, par penchant, il se livrait à des sociétés d'un genre bien contraire, crut de son honneur de faire quelque chose pour un jeune homme de son diocèse qui annonçait de si beaux talents.

Depuis la conquête de l'Alsace, et surtout depuis la réunion de Strasbourg à la France, l'évêque de cette ville jouissait d'une existence très-différente sur la rive droite et sur la rive gauche du Rhin. Courtisan soumis à Versailles, simple chef ecclésiastique dans la partie française de son diocèse, il était en Allemagne le souverain absolu d'une petite principauté; et il la gouvernait par des corps administratifs qui, dans leur cercle étroit, exerçaient une autorité aussi grande, et exigeaient des connaissances aussi étendues que les conseils ou les tribunaux des plus grandes monarchies. Ce fut d'abord dans son conseil de régence et avec le titre de conseiller-privé, que le cardinal employa M. Ramond; mais bientôt il prit trop de plaisir à sa conversation pour s'en tenir avec lui à des rapports officiels. Son conseiller-privé devint un de ses familiers les plus intimes. Il faisait les beaux jours de cette petite cour moitié française, moitié allemande, que le prince tenait à Saverne, cour plus spirituelle qu'on n'aurait pu la supposer, dans une bourgade du pied des Vosges, et plus mondaine qu'il ne convenait peut-être à un souverain ecclésiastique. Mais dans ces temps tranquilles où l'intérieur jouissait depuis plus d'un siècle d'une paix profonde, les grands, passant dès l'enfance leurs jours dans la mollesse, ne soupçonnant pas que rien pût menacer leur

sécurité, ne se faisaient d'autre occupation que de varier leurs plaisirs. Trop souvent, lorsqu'ils avaient gouté de tout, l'extraordinaire, le merveilleux, peuvaient seuls ranimer leur ame épuisée, et le premier imposteur qui leur faisait entrevoir des espérances ou des sensations nouvelles, en était accueilli avec enthousiasme.

On ne sait que trop à quel point le cardinal de Rohan se laissa prendre à ce piège.

« En 1781, le thaumaturge Cagliostro arrive à Strasbourg, précédé, accompagné, suivi des pauvres qu'il secourait, des malades qu'il traitait gratuitement, des croyants qu'il éclairait de lumières surnaturelles. » C'est en ces termes que M. Ramond lui-même peint son arrivée, dans un Mémoire que nous avons sous les yeux. « Ce bruyant cortége, ajoute-t-il, ne cesse de le célébrer; on ne sait d'où il vient, qui il est, de quelle source il tire les richesses qu'il prodigue, par quel pouvoir secret il exerce sur les esprits un empire sans bornes. Chacun fait ses conjectures, avance des assertions, et toutes plus étranges les unes que les autres. » Le cardinal veut le voir, l'entretenir, et, chose la plus étrange de toutes, un prince de l'Église, un grand seigneur qui avait exercé les plus hautes fonctions de la diplomatie, un académicien lié avec nos plus savants hommes, devient, en quelques conférences, l'ami, le disciple, l'esclave du fils d'un cabaretier de Palerme. Il ne peut s'en séparer, ou du moins, lorsque ses emplois exigent qu'il s'en sépare, il veut avoir près de lui un agent fidèle qui entretienne sans cesse leurs communications, et c'est de M. Ramond qu'il exige d'occuper ce poste. Plusieurs fois il le lui envoya à Strasbourg, à Lyon, à Bâle; il voulut même qu'il se chargeât de le seconder dans ses opérations et

qu'il devînt en quelque sorte son garçon de laboratoire.

Fut-ce une déférence naturelle pour un maître qu'il aimait, qui détermina M. Ramond à répondre au désir du cardinal? Fut-ce l'espoir de pénétrer quelques-uns des secrets que cet homme singulier paraissait posséder? Fut-ce même seulement l'idée, excusable peut-être dans un si jeune homme, que pour le moins il s'amuserait de ses pratiques mystérieuses? Ou enfin Cagliostro agit-il réellement sur son imagination, et lui fit-il partager les mêmes illusions qu'à tant d'autres? Nous ne pouvons pas le dire. Ce qui est certain, ce que M. Ramond avouait, c'est qu'il prit rang au nombre des plus intimes du grand magicien, et qu'il devint dépositaire d'une partie de ses recettes, et témoin de plusieurs de ses miracles. Il ne cachait pas même à ses amis qu'il avait vu ou qu'il croyait avoir vu des choses fort extraordinaires; mais lorsqu'on le pressait à ce sujet, il rompait la conversation et refusait de s'expliquer. Tout ce que l'on peut donc conjecturer, aujourd'hui que la charlatanerie de Cagliostro n'est plus un problème pour personne, c'est que tout pénétrant que fût l'esprit de M. Ramond, le thaumaturge était encore parvenu à lui cacher une partie des ressorts qu'il faisait jouer. Nous devons croire toutefois que ces épreuves le guérirent de sa disposition au mysticisme, car personne n'en a été plus éloigné que lui dans ses dernières années; et la chaleur méprisante avec laquelle il s'exprimait sur les tentatives de ce genre renouvelées de nos jours, annonçait bien un homme qui savait positivement à quoi s'en tenir.

Cependant la vie irrégulière du cardinal, ses liaisons imprudentes, le conduisirent, comme tout le monde sait, à une catastrophe plus affreuse que tout ce que l'on pouvait crain-

dre. Honteusement pris pour dupe par les êtres les plus méprisables, il eut l'inconcevable folie de se croire chargé de la part de la reine de l'acquisition clandestine de diamants d'un grand prix, et la folie plus inconcevable encore de livrer ces diamants à ces prétendus intermédiaires. Un ministre, depuis long-temps son ennemi, s'empressa de donner à ces étourderies le tour le plus criminel; et ce même grand seigneur ce même homme d'esprit qui déja avait eu le ridicule de se faire le sëïde d'un charlatan, finit par se voir compris avec ce que Paris avait de plus vil, sous l'accusation commune d'une escroquerie infâme.

Dans cet affreux malheur, ses vrais amis, qui n'avaient pu l'arracher à temps à ces liaisons funestes, retrouvèrent tout leur zèle pour le sauver. Parmi cette foule de papiers qu'un homme dans la position du cardinal conservait nécessairement, il pouvait en être beaucoup qui, étrangers à son procès, auraient fourni à son persécuteur d'autres prétextes pour consommer sa perte. Deux heures après son arrestation, M Ramond trouva les moyens de communiquer avec lui en dépit de sa garde, de se mettre en possession de ses papiers, et de détruire tout ce qui aurait pu compliquer sa cause.

Quant au procès même, le grand point était de prouver que les diamants avaient été volés par ceux que le cardinal croyait chargés de les remettre à la reine. Pour cela, il était nécessaire d'en suivre la trace, et bientôt on reconnut qu'ils devaient être passés en Angleterre. M. Ramond se hâta de s'y rendre. En vain le ministre ennemi du cardinal, prévenu de son voyage, essaya de l'arrêter en chemin par une lettre de cachet; averti en secret par M. de Malesherbes, il prit un detour et arriva heureusement.

La nature de son entreprise, comme il le dit lui-même, le mit en rapport avec les êtres les plus dégradés des deux rives de la Manche; mais il trouva aussi dans d'honorables relations personnelles, de fréquentes occasion d'échapper à cette atmosphère empestée, et d'envisager l'Angleterre sous de plus heureux points de vue. Son voyage était écrit, et nul doute qu'il n'eût tout l'intérêt de ceux de Suisse et des Pyrénées; malheureusement il lui a été enlevé en 1814, comme nous le verrons plus loin.

A force de sagacité et de mouvements, M. Ramond parvint à établir par les témoignages les plus évidents comment et par qui les diamants avaient été transportés et vendus à Londres. C'était la justification complète du cardinal sur le point principal de l'affaire; mais pour relever son courage et diriger ses défenses, il devenait indispensable qu'il prît connaissance de ces découvertes. Détenu à la Bastille au plus rigoureux secret, personne n'avait la permission d'en approcher. Pas un de ses parents ne veut hasarder une imprudence; M. Ramond la risque, il entre à la Bastille à l'insu du gouverneur, et en sort malgré lui. Enfin le procès se juge, et il a le plaisir de voir le cardinal et Cagliostro déchargés de toute accusation, et de justes peines frapper ceux qui avaient engagé ce malheureux prince dans cet abominable labyrinthe. Mais l'arrêt en l'absolvant aux yeux du public ne fit que donner une nouvelle ardeur aux haines qui le poursuivaient. Confiné d'abord dans son abbaye de la Chaise-Dieu, dans les montagnes les plus âpres de l'Auvergne, il n'y est reçu par les moines qu'avec des respects dérisoires. Le terrible ministre y règne encore, et le prieur est son lieutenant. La délation assiége l'exilé; l'insulte est sur tous les visages; il en est à

craindre le poignard et le poison. M. Ramond seul demeure auprès de lui, veille à sa sûreté et lui donne quelques consolations. Ces rigueurs ne commencèrent à s'adoucir que lors des embarras qui, en 1787, commencèrent à faire réfléchir le gouvernement sur sa position, et toutefois on ne revint à la justice qu'avec lenteur, tant il est difficile de sortir d'une mauvaise voie! Le cardinal ne fut point rappelé, mais il eut la permission de se retirer dans un autre de ses abbayes, à Marmoutiers-les-Tours, pays riche, où il trouva une bienveillance qui, depuis son malheur, lui était inconnue.

M. Ramond, devenu alors moins nécessaire, prit ce moment pour voyager dans les Pyrénées, que depuis long-temps il désirait comparer avec les Alpes, et c'est dans ce voyage qu'il en composa une première description publiée au commencement de 1789 (1). Elle n'est ni moins animée, ni moins spirituelle que ses observations sur la Suisse. On y trouve des remarques ingénieuses sur les glaciers et sur cet équilibre de froid et de chaleur qui maintient leurs limites. Les peuples qui en habitent les vallées sont aussi les objets des études de l'auteur. Il inspire la commisération envers ces races proscrites connues sous le nom de Cagots; il en recherche l'origine. Mais ce que l'on y remarque surtout d'intéressant pour les sciences, ce sont les premiers germes de sa théorie générale de ces montagnes, ainsi que de ses idées sur les lois auxquelles leur végétation est soumise, germes qui ne prirent cependant leur forme tout-à-fait scientifique que

(1) Observations faites dans les Pyrénées pour servir de suite à des observations sur les Alpes insérées dans une traduction des lettres de Coxe sur la Suisse, 2 vol. in-8° Paris, Belin, 1789.

quelques années après, lors du séjour forcé que l'auteur fut obligé de faire dans la même contrée que cette fois il n'avait visitée que par curiosité.

M. Ramond avait éprouvé, dans ses rapports avec le cardinal de Rohan ce que la faveur des grands peut donner de désagrément; une autre expérience lui restait à faire, celle de la faveur du peuple. Le cardinal, délivré de son exil par suite de la révolution du 14 juillet, et député du clergé de son diocèse à l'Assemblée nationale, était désormais à l'abri de toutes les persécutions, et l'honneur n'exigeait plus que ses anciens serviteurs demeurassent attachés à sa personne. M. Ramond vint s'établir à Paris. Lié comme il l'était avec plusieurs des hommes qui avaient concouru à la nouvelle marche des affaires, il lui était bien difficile d'en demeurer simple spectateur, et à peine eut-il paru dans une section, que son éloquence et l'étendue de son esprit en firent un personnage important. Il s'était mis naïvement, dit-il dans son Mémoire, du nombre de ces petites puissances qui pensaient conduire la révolution, et que la révolution eut bientôt entraînées. Sans cesse en conférences et en courses du cabinet de Condorcet à celui de Mirabeau, de l'hôtel de La Rochefoucault à l'Hôtel-de-ville ou dans les clubs, tantôt avec les amis du bien, tantôt avec les artisans du mal, ce sont ses termes, il voyait ces derniers avancer sans cesse, malgré les efforts des autres. Enfin on le nomma député à la première Législature; et là ce furent de nouveaux combats, et plus continuels; des combats où il avait sans cesse contre lui, et les amis imprudents du trône et ses aveugles adversaires.

Dès les premiers jours, on le voit conjurer en vain l'assemblée de ne pas faire intervenir des discussions religieuses

dans des débats déja si animés par eux-mêmes; il demande la tolérance; il voudrait que le choix des ecclésiastiques, assermentés ou non, fut libre pour les communes, et que tous fussent salariés. Plus tard, il tâche de faire ajourner les lois contre les émigrants; il s'oppose au moins à ce qu'ils soient tous frappés des mêmes peines, sans égard à leur conduite vis-à-vis la mère-patrie. Dans une autre occasion, il cherche à empêcher le licenciement en masse de la garde du roi, ce coup violent, où il était aisé de voir le prélude du renversement du trône. Quelquefois, son langage est celui du jour, le seul qui puisse se faire entendre; mais ses conclusions sont constamment pour la justice et pour la raison. Vains efforts! A des hommes passionnés rien ne paraît raisonnable et juste que l'objet de leur passion; souvent le discours le plus éloquent ne faisait que les exaspérer en sens contraire. Il arriva même que, dans ces moyens détournés, dans ces pénibles manœuvres auxquelles étaient condamnés ceux qui essayaient d'éloigner une catastrophe, M. Ramond eut le malheur de se laisser induire à une démarche qui, contre son intention, en accéléra les progrès. M. Delessart, ministre des affaires étrangères, par une communication imprudente, venait de s'attirer la haine du parti dominant; le ministre de la guerre, M. de Narbonne, homme fidèle, mais léger, commit une imprudence d'un autre genre, en se déclarant publiquement contre son collègue, et en manifestant ainsi la division qui régnait dans le ministère. Le roi, irrité, le renvoya. Ses amis, qui le croyaient pour le trône un soutien nécessaire, crurent le moment venu où leur devoir leur prescrivait de servir la cause de la royauté malgré elle, en déterminant l'assemblée à témoigner des regrets de cette

destitution, et M. Ramond, leur organe, proposa même de déclarer que les autres ministres avaient perdu la confiance de la nation. Mais autre chose était de faire une proposition, et autre chose de calculer qu'elle en serait l'issue. L'orageuse discussion qui suivit prit un tour tout-à-fait contraire aux vues de ceux qui l'avaient provoquée; au lieu d'une résolution dont l'effet devait se borner à ramener le roi aux conseillers qui pouvaient le sauver, le parti qui voulait le détruire demanda la mise en accusation de M. Delessart. Un rapport insidieux, préparé d'avance par le fameux Brissot, et dont l'existence n'était pas connue des auteurs de la première proposition, appuya cette demande; aucune réponse n'était prête; le décret fatal fut rendu, et dès-lors le malheureux monarque ne put trouver que des ministres infidèles ou pusillanimes, et aucun obstacle sérieux n'arrêta plus l'audace de ses ennemis.

A la honteuse journée du 20 juin, la voix de M. Ramond se fit encore entendre en faveur de l'ordre et des lois, et tout aussi vainement qu'en d'autres occasions. Épuisé par les veilles et les inquiétudes, désespéré de l'inutilité de ses efforts, il tomba malade, eut à subir une opération douloureuse, et se trouva réduit à un état si alarmant, que ses médecins le firent partir pour Barèges quelques jours avant le 10 août. Il échappa ainsi à un premier danger; mais les vengeances du parti triomphant ne tardèrent point à le poursuivre: il se vit, pendant quelque temps, obligé de se réfugier dans les recoins les plus reculés de ces montagnes, et de vivre de lait et du pain noir des bergers. Atteint enfin, le 15 janvier 1794, et jeté dans les cachots de Tarbes, il ne dut qu'à l'ingénieuse humanité d'un militaire qui le connaissait

de réputation, de ne pas être aussitôt amené au tribunal révolutionnaire.

M. Lomet, officier distingué du génie, qui était chargé d'établir des hôpitaux pour l'armée des Pyrénées, prétendit avoir besoin de consulter pour cette opération un homme qui connût bien le pays. On lui permit de conférer avec M. Ramond dans sa prison, et de lui apporter quelque soulagement. Lomet sollicita même sa délivrance auprès de Carnot : mais celui-ci lui répondit judicieusement : *Il est trop heureux qu'on l'oublie.* Ce fut aussi la politique dont usa en sa faveur un envoyé de la Convention, nommé Monestier, chargé de faire arriver à Paris ceux que les triumvirs avaient proscrits. Il trouva quelques prétextes pour retarder sa translation, et lui fit gagner ainsi le 9 thermidor. Sa vie fut sauvée alors ; mais il n'eut point encore sa liberté. Il ne sortit de prison que le 9 novembre, et il en sortit dépouillé de tout. Déja, dans sa prison, il avait été soutenu en grande partie par le travail d'une sœur qui, avec un courage admirable, était accourue près de lui et s'était dévouée à son sort. Une fois libre, il reprit, ou par nécessité ou par goût, le genre de vie qu'avant son arrestation il avait mené pour sa sûreté, et cet état précaire ne cessa qu'en 1796, qu'il obtint la place de professeur d'histoire naturelle à l'école centrale des Hautes-Pyrénées, dont le siége était à Tarbes.

M. Ramond a occupé ce poste pendant quatre années, les plus heureuses peut-être de sa vie. Des jeunes gens, que le malheur avait jetés dans cette petite ville, lui formèrent un auditoire intéressant. La même éloquence qui l'avait distingué dans le monde et à la tribune l'animait dans sa chaire : elle l'inspirait surtout lorsqu'il parcourait avec ses élèves ces

belles montagnes dont il s'était fait pour eux le démonstrateur, et que secondé par eux il explorait avec des soins nouveaux. Pas une de leurs pierres ne lui échappait : il n'en négligeait pas une plante. Il a gravi trente-cinq fois le pic du Midi de Barèges; et deux essais, tentés en 1797, n'ayant pu lui faire atteindre la cime du pic nommé le *Mont-Perdu,* le plus élevé de la chaîne, il y retourna encore en 1802, et réussit enfin dans cette entreprise. C'est d'après ce genre de vie qu'un poète du temps, dans une pièce à sa louange, n'avait rien trouvé de mieux que de l'appeler un *savant chamois.*

Nous devons a ces courses repétées le troisième ouvrage de M. Ramond, qui, sous le titre trop restreint de *Voyage au Mont-Perdu* (1), présente dans le fait une théorie générale de la chaîne des Pyrénées, aussi neuve qu'importante pour la géologie.

Par une disposition contraire à ce qui s'observe dans les autres grandes chaînes, les flancs de ces montagnes offrent très-peu de coquilles; ce sont leurs sommets qui abondent en débris des corps organisés, et l'on avait tiré de là des objections sans nombre contre les lois que les Pallas et les Saussure avaient reconnues sur la structure des montagnes. M. Ramond trouva, en effet, des calcaires coquilliers au sommet de la chaîne; mais un coup d'œil heureux lui fit apercevoir que les bancs de ces calcaires coquilliers s'inclinent

(1) Voyage au Mont-Perdu et dans la partie adjacente des Hautes-Pyrénées, par M. Ramond. Paris, Belin, 1801, 1 vol. in-8°; et Voyage au sommet du Mont-Perdu, extrait du Journal de mines. Bossange, 1803 broch. in-8°.

au midi : un examen ultérieur lui fit découvrir les schistes, les granits qui se glissent sous les bancs calcaires. Revenant plus au nord, il vit ces schistes et ces granits disposés sur des lignes parallèles, mais inférieures à la grande crête; plus au nord encore, il revit de nouveau des calcaires reposer en lignes parallèles sur les granits et sur les schistes : mais ces dernières lignes étaient les moins élevées de toutes. Dès-lors, l'ordre fut rétabli à ses yeux. Le granit forme, comme partout ailleurs, l'axe de la chaîne; mais il y a une singulière inégalité de niveau entre les crêtes collatérales du nord et celles du midi; et sur les dernières l'on rencontre, en montant, les mêmes séries de couches que sur les autres on suit en descendant. Le *Mont-Perdu* est la première des montagnes calcaires, comme le *Mont-Blanc* est la première des montagnes granitiques; et, quoique moins élevé, il ne le cède au Mont-blanc ni par l'aspect des ruines qui l'entourent, ni par tous ces spectacles imposants, qui caractérisent les monuments des plus terribles révolutions. « On cher-
« cherait même en vain, dit M. Ramond, dans les montagnes
« granitiques ces formes simples et graves, ces larges assises
« qui s'alignent en murailles, se courbent en amphithéâtres,
« se façonnent en gradins, s'élancent en tours où la main des
« géants semble avoir appliqué l'aplomb et le cordeau. »

L'imagination, comme on voit, anime toujours son langage; mais, au lieu de l'égarer comme tant d'autres, et c'est un caractère tout particulier à ses écrits, elle ne fait que rendre le vrai avec plus de vie, que transporter plus complètement le lecteur sur les lieux et lui mettre sous les yeux tout ce que l'auteur veut peindre.

C'est encore à ces voyages dans les Pyrénées que l'on a dû,

non-seulement quelques plantes nouvelles (1) dont M. Ramond a fait la découverte, mais des vues générales sur la végétation des montagnes, sur cette comparaison de leurs zones avec les climats de notre hémisphère, qui, déja saisie par Linnæus, est devenue dans ces dernières années, sous la plume des Humboldt, des Decandolle et des Mirbel, l'objet de travaux si intéressants.

M. Ramond attachait lui-même un grand prix à ces questions : elles ont fait ses dernières comme ses premières études; et, peu de temps avant sa mort, il les reproduisit avec une nouvelle étendue dans un mémoire sur la *Végétation du Pic du midi*, le dernier de ses ouvrages (1). Plus animé, plus pittoresque encore sur cette matière que sur les autres objets de ses recherches, il s'élevait souvent en la traitant à la plus haute éloquence. Tout le monde admira dans une de nos séances publiques le discours (2) où il racontait l'histoire de ces plantes vivaces qui, « sur la lisières des glaces perpétuelles, sous le double abri de la neige et de la terre, ne voient peut-être pas le jour dix fois en un siècle, et parcourent alors le cercle de la végétation dans le court espace de quelques semaines pour se rendormir aussitôt dans un hiver de plusieurs années : et de ces plantes communes, égarées

---

(1) Plantes inédites des Pyrénées; Bullet. des sciences, n. 41 et 42, an VIII; n. 43 et 44, an IX.

(2) Mémoire sur la végétation du Pic du midi de Bagnères de Bigorre, lu à l'Académie des sciences, le 16 janvier et le 13 mars 1826; imprimé dans les Mémoires de l'Académie.

(3) Imprimé dans le tom. IV des Annales du Muséum d'histoire naturelle, pag. 390.

en quelque sorte au milieu des autres, mais dont les débris d'une hutte ou d'un rocher expliquent la présence. L'homme, en y amenant ses troupeaux, y a amené, sans le savoir, les oiseaux, les insectes de ses vallées; il n'y reviendra peut-être plus; mais ces sauvages contrées ont reçu en un instant l'empreinte indélébile de sa domination. »

Cette même chaleur qu'il mettait dans son style, il la mettait aussi dans son débit, et l'on n'était pas moins séduit à l'entendre lire ses productions qu'à assister à ces conversations piquantes où il rendait des idées originales par les expressions plus originales encore. Maintes fois il produisit cet effet au milieu de nous, lorsque, vers 1800, il nous revint du fond de ses Pyrénées. L'homme qui bientôt devait arriver au suprême pouvoir, et qui alors assistait souvent à nos séances, ne l'eut pas plutôt entendu, qu'il sentit combien il pouvait être important pour lui d'attacher à son gouvernement un esprit de cette trempe. Dès l'établissement des préfectures, il lui en offrit une; mais dans ces premiers temps, il était encore permis de se refuser aux faveurs, et M. Ramond, nommé au Corps-Législatif par le département où il avait éprouvé tant de jouissances, préféra une place qui ne l'arrachait que pendant six semaines à ses chères montagnes. Il ne fut pas oublié cependant, et d'autant moins que l'on s'aperçut promptement que ce n'était pas un homme qui se laissât dicter ce qu'il devait penser, et que ce qu'il pensait, il savait le rendre de manière à le graver dans l'esprit des autres. Trop habile pour ne pas percer le voile léger qui couvrait encore les projets du maître, trop expansif pour rien cacher de ce qu'il apercevait, à peine le cédait-il pour l'énergique vivacité de ses bons mots à une dame célèbre qui

se vit bientôt contrainte de quitter Paris. On voulut l'en éloigner aussi ; mais on ne pouvait pas traiter un vice-président du Corps-Législatif comme une femme étrangère. On attendit donc qu'il eût fini son temps; et en 1806, il fut nommé à la préfecture du Puy-de-Dôme en des termes qui ne lui laissaient pas de choix ; aussi avait-il coutume de dire qu'il était préfet par lettre de cachet.

Peut-être fut-ce à cette circonstance, autant qu'à son bon esprit, qu'il dut un mérite assez rare alors, et que les administrés apprécient beaucoup, celui de ne point trop administrer; nous savons que l'on conserve dans son département un souvenir honorable de la tranquillité dont il y fit jouir les particuliers à des époques où l'on trouvait ailleurs tant de prétextes pour les fatiguer de recherches et de vexations. D'ailleurs, il était loin de négliger ce qui intéressait véritablement le public, et il a laissé un beau monument de son administration dans les travaux qui ont fait des eaux du Mont-d'Or un de nos lieux de bains les plus utiles et les plus fréquentés.

Mais que sont, pour la durée, les actes de l'administration la plus sage, auprès du moindre service rendu aux sciences? Ce que M. Ramond a fait pour elles dans le Puy-de-Dôme sera bien certainement ce dont le monde gardera le plus long souvenir. Soit par un heureux hasard, soit par une intention expresse, et telle qu'il en entrait souvent dans les vues de celui qui l'avait nommé, il se voyait à la tête de la contrée la plus classique pour la géologie, de cette Auvergne où des cratères de tous les âges, des coulées de laves dans toutes les directions, des basaltes de toutes les formes, racontent au naturaliste dans le langage le plus clair

l'histoire des volcans et ses époques pendant des centaines de siècles antérieurs à toute histoire humaine. Il se voyait surtout dans les lieux mêmes où Pascal avait fait l'admirable découverte de la mesure des hauteurs par le baromètre (1). Les idées qu'il avait eues, dès ses premières excursions dans les Pyrénées, sur la nécessité de cet instrument pour la géologie et sur les perfectionnements dont son emploi est susceptible, se réveillèrent en lui avec une nouvelle force.

Le mercure est soutenu dans le baromètre par le poids de l'atmosphère; à mesure que l'on s'élève, la colonne d'air qui pèse sur lui diminue, il baisse dans le tube, et si l'air était partout de la même densité et de la même température, rien ne serait plus facile que de savoir par cet abaissement de combien on se serait élevé; mais il n'en est point ainsi. L'air étant élastique, les couches supérieures compriment les inférieures, et à mesure que l'on s'élève, la densité et le poids de l'air décroissent dans une progression géométrique. Le mercure baisse donc moins pour une hauteur égale, à mesure que cette hauteur est prise à une élévation plus grande, deuxième variation, qui, si elle était seule. ne donnerait lieu encore qu'à des opérations assez simples. Il suffirait de multiplier la différence des logarithmes des hauteurs observées du mercure, par un nombre qui exprimerait en mètres l'élévation qui, dans une position déterminée, par exemple au bord de la mer, correspondrait à un abais-

(1) On sait que Pascal, après un premier essai fait à la tour Saint-Jacques-du-Haut-Pas, à Paris, engagea son beau-frère Perrier, qui demeurait à Clermont, à répéter l'expérience sur la montagne du Puy-de-Dôme.

sement déterminé du mercure. Mais on n'obtiendrait encore par là que des résultats grossiers; les différences de chaleur, soit de l'air, soit du mercure; les différences de l'humidité de l'atmosphère, le décroissement de la force de la gravitation qui résulte de l'éloignement où l'on se porte du centre de la terre et jusqu'à celui qui tient à l'augmentation de convexité du globe vers l'équateur, sont autant de circonstances dont il est nécessaire de tenir compte, si l'on veut arriver à quelque précision. Feu M. de Laplace avait ramené la totalité des opérations que ces circonstances exigent, à une formule générale qui en était l'expression rigoureuse, mais dont l'application supposait la fixation positive des chiffres propres à chacune, et surtout celle du coefficient principal; mais dans ses premiers essais il avait fixé ce coefficient trop bas, en sorte que toutes les hauteurs, calculées d'après sa formule, se trouvaient au-dessous de la réalité, telle que la donnaient les mesures trigonométriques ou les nivellements. M. Ramond (1), profitant de quelques hauteurs mesurées exactement par des géomètres, et y faisant avec une attention minutieuse ses observations barométriques, fit connaître de combien ce coefficient devait être augmenté; il prit le même soin pour la détermination des autres chiffres; et de plus il rendit attentif à une multitude de circonstances momentanées qui troublent la justesse des

(1) Mémoires sur la formule barométrique de la mécanique céleste et les dispositions de l'atmosphère, qui en modifient les propriétés, augmentés d'une instruction élémentaire et pratique destinée à servir de guide, dans l'application du baromètre à la mesure des hauteurs. Clermont-Ferrand, 1811, in-4°.

opérations, et dont il enseigna à éviter l'influence. De ce nombre sont les vents dominants, les variations diurnes du baromètre, la facilité avec laquelle le thermomètre, surtout dans les montagnes, éprouve de la part du terrain une impression différente de celle que produirait la chaleur de l'air si elle agissait seule. L'appréciation de tous ces effets exigeait des courses, des expériences, des calculs sans fin, et M. Ramond y mettait une telle suite qu'un plaisant du pays demanda un jour si M. le préfet se proposait de mesurer ses conscrits au baromètre. La vérité est que le baromètre est devenu par ses soins un instrument géodésique qui donne aux géographes et aux ingénieurs, avec une grande économie de temps et de travail, les hauteurs des plateaux et des sommités trop négligées dans les anciennes cartes, et qui même leur permet d'employer ces hauteurs comme bases pour la mesure des distances horizontales. Il est surtout un instrument de première importance pour les géologistes, à qui il permet de prendre les niveaux d'une formation partout où elle se montre, et d'assigner ainsi sa position absolue, malgré tous les dépôts qui peuvent la masquer.

M. Ramond a tiré lui-même un très-grand parti du baromètre pour compléter l'histoire des deux chaînes les plus intéressantes de l'Auvergne, les Monts-Domes et les Monts-Dores (1). La simple opération du nivellement lui a fait découvrir dans les laves des différents âges des différences

(1) Nivellement barométrique des Monts-Dores et des Monts-Domes, disposé par ordre de Terrains, présenté à la classe des sciences physiques de l'Institut le 24 et 31 juillet 1813.

remarquables de nature. Les plus anciennes paraissent avoir conservé bien plus long-temps leur fluidité, et s'être étendues à de bien plus grandes distances des bouches qui les vomissaient. Elles comprennent, non-seulement les basaltes proprement dits, mais des porphyres, des pétrosilex, des klingsteins, qui ne sont pas moins que les basaltes, des produits d'une liquéfaction ignée, et qui souvent se divisent comme les basaltes en prismes colomnaires. Les laves plus récentes ne s'élèvent pas autant et sont d'une nature moins variée. Toutes reposent sur un vaste plateau de granit ou sont déposées dans ses interstices; elles sont sorties de ses entrailles ou des parties du globe situées au-dessous de lui; et ces différents sols, leurs différents étages ont chacun des plantes, des animaux, des cultures qui leur sont propres. M. Ramond en trace l'histoire et l'appuie sur une détermination de plus de quatre cents hauteurs obtenue par sa méthode (1).

C'est ainsi que M. Ramond employait en Auvergne les moments dont les devoirs de sa place lui laissaient la disposition : et cependant il sentait que des fonctions que tant d'autres pouvaient remplir comme lui, restreignaient trop l'emploi des talents qui lui étaient propres. En janvier 1813, il obtint enfin sa retraite, et vint s'établir auprès de Paris, avec le projet de consacrer le reste de ses jours à l'éducation de son fils et à la rédaction définitive de ses recherches sur la physique, sur la géologie et sur la botanique. Les Mémoires de sa vie devaient aussi tenir une place parmi les occupa-

(1) Application des nivellements exécutés dans le département du Puy-de-Dôme à la géographie physique de cette partie de la France; mémoire lu à l'Institut le 7 août 1813.

tions de sa vieillesse, et ce n'aurait pas sans doute été la moins piquante. Mais lors de l'invasion de 1814, ses journaux, ses correspondances, tous les matériaux qu'il avait rassemblés, furent détruits en un jour par les Cosaques; des travaux de quarante ans, il ne lui resta plus que des souvenirs. Une distraction forte, un travail opiniâtre, étaient les seuls soutiens possibles dans un pareil malheur, et M. Ramond se laissa de nouveau engager dans les affaires. Nommé maître des requêtes le 24 août 1815, il fut chargé, en janvier 1816, avec M. Lechat, un de ses collègues, de la liquidation des créances anglaises, opération délicate, où il fallait défendre les intérêts du trésor vis-à-vis d'étrangers que leur position portait assez à étendre les exigences des traités. Une parfaite connaissance de l'anglais, le charme de sa conversation, l'ascendant naturel que lui donnait sa haute réputation scientifique, furent d'un tel secours, que, sur les 3 millions 500 mille francs de rentes qui avaient été votés pour l'acquit de cette partie de nos engagements, la commission dont il était membre n'eut à en délivrer que pour 2 millions 950 mille francs, et que cependant, malgré les réductions et les rejets nombreux qu'elle avait fait prononcer, aucune plainte ne fut adressée aux gouvernements respectifs. Feu M. le duc de Richelieu déclara hautement que c'était de toutes les commissions de liquidation celle qui avait été la plus heureuse; et cet appréciateur éclairé de ce qui tenait à la délicatesse et à l'honneur national s'empressa de demander au roi pour M. Ramond une place de conseiller d'État en service ordinaire. Il y fut élevé le 14 juin 1818. Le public, étonné de le voir obtenir si tard une récompense à laquelle depuis long-temps ses talents et ses services semblaient l'appeler, le

fut bien davantage de la lui voir perdre avant que trois années se fussent écoulées. Dès 1822, il ne paraît plus sur la liste des conseillers en activité, et bientôt après son nom est relégué parmi les conseillers honoraires. Quelle en fut la cause? Cessa-t-il d'être admis au conseil par une raison semblable à celle qui l'avait fait nommer préfet? Personne, je crois, n'en a rien su. Ce qui est certain, c'est que sa destitution est une de celles qui ont le plus fait désirer et bénir l'ordonnance qui empêchera qu'il ne s'en fasse de pareilles à l'avenir.

M. Ramond supporta cette dernière disgrace comme les autres incidents auxquels le sort l'avait exposé. Ni la gaieté de sa conversation, ni l'énergie piquante de ses mots n'en souffrirent. On aurait dit que l'âge accroissait encore le feu de ses discours et de ses regards; et, jusqu'à ses derniers moments, ses proportions légères, son tempérament sec, la vivacité de ses mouvements, ont rappelé le peintre des montagnes, en même temps que la manière dont il caractérisait les personnages qui apparaissaient sur l'horizon de la politique ou sur celui des sciences et de la littérature, annonçait l'homme qui avait profité pour apprendre à juger ses semblables de toutes les phases d'une vie aventureuse.

Une inflammation chronique des intestins lui a fait passer ses derniers jours dans de vives douleurs. Il est décédé le 14 mai 1827, ne laissant qu'un fils, de son mariage avec madame veuve Cherin, fille de notre respectable confrère M. Dacier. Sa place à l'Académie a été remplie par M. Berthier, ingénieur des mines, si recommandable par ses nombreuses analyses de minéraux.

ÉLOGES HISTORIQUES

DE

MM. HALLÉ, CORVISART ET PINEL.

Lus à la séance publique de l'Académie royale des sciences, le 11 juin 1827.

PAR M. LE BARON CUVIER, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

De tout temps l'ancienne Académie des Sciences a possédé d'habiles médecins, ou plutôt il est vrai de dire que c'est parmi les hommes qui s'étaient destinés à cette profession, qu'elle a presque toujours choisi ceux qui ont cultivé dans son sein les sciences naturelles. Les noms des Fagon, des Tournefort, des Dodard, des Duverney, des Perrault, des Winslow etc., ouvrent son histoire; elle se termine avec ceux des Daubenton, des Lassone et des Vicq-d'Azyr, et de nos jours encore, des médecins, que chacun de mes auditeurs nommerait aussi bien que moi, ornent les listes de nos sections de chimie, de botanique et d'anatomie. Mais les titres d'admission de ces hommes célèbres se tiraient de leurs découvertes dans les sciences qui servent d'auxiliaires à la médecine, plutôt que des services qu'ils avaient rendus à la société dans l'exercice de cet art bienfaisant; leurs recherches avaient

produit des résultats durables, consignés dans des monuments écrits, susceptibles d'être appréciés avec sûreté dans l'histoire des sciences, et propres à fixer positivement les rangs qui devaient y tenir leurs auteurs.

L'introduction dans l'Académie d'une section de médecine pratique a rendu la tâche bien autrement difficile. Ce qu'un grand médecin laisse par écrit, n'est souvent que la moindre partie des services qu'il a rendus aux hommes. Vainement on interrogerait sur son histoire, même lorsqu'ils lui survivent, ceux qu'il a arrachés à la douleur et à la mort, ceux à qui il a conservé des êtres chéris; ils ont éprouvé ses bienfaits sans pouvoir en juger le mérite : c'est comme par un dieu inconnu qu'ils ont été soulagés; et ses émules eux-mêmes, fussent-ils sans jalousie et sans préventions, il aurait fallu, pour qu'ils eussent le droit de devenir ses juges, qu'ils l'eussent suivi dans l'exercice de son art, qu'ils eussent pénétré dans ses pensées les plus intimes, qu'ils eussent assisté à ces inspirations subites, produits de la faculté à la fois la plus nécessaire et la plus admirable dans un homme dont l'état est de combattre, presque les yeux fermés, des ennemis qu'il devine plus qu'il ne les voit, et contre lesquels la moindre erreur peut le rendre irrévocablement impuissant.

Quel est en effet l'art qui approche le plus de la divination? Le corps humain contient plus de dix mille parties qui ont déja reçu des noms des anatomistes, et il y en a dix fois autant que l'œil et le scalpel pourraient distinguer, et que leur petitesse n'a pas permis de nommer. Toutes sont dans un jeu perpétuel, agissent et réagissent continuellement les unes sur les autres et sur l'ensemble; il n'en est aucune qui puisse toujours se déranger impunément. Une piqûre d'épingle peut

donner un tétanos mortel; un miasme imperceptible aux instruments les plus délicats de la physique et de la chimie peut répandre la mort en quelques jours dans toute une vaste contrée; et à ces causes extérieures se joignent nos passions, nos craintes, nos désirs les plus secrets; des sentiments, des actes que nous n'osons avouer. Le désordre se montre : quelle est sa cause? Où a-t-il commencé? Jusqu'où est-il parvenu? Voilà d'abord ce que le médecin doit reconnaître et sans délai. Une heure de retard, et tout secours sera peut-être inutile. Mais comment fera-t-il cette reconnaissance? Le mal, son siège, se dérobent à ses yeux; les symptômes extérieurs, les souffrances intérieures ne donnent que des signes équivoques. Les livres l'aideront-ils? Autant d'auteurs, autant d'opinions. L'expérience? Mais deux maladies, deux malades ne se ressemblent jamais en tout. Et cependant c'est au milieu de cette perplexité qu'il faut qu'il se décide; c'est avec tant de raisons de douter qu'il faut qu'il se confie en lui-même, et qu'il fasse passer sa confiance dans l'esprit de son malade. Ah! sans doute les hommes qui ont été assez favorisés de la nature pour marcher avec bonheur dans une carrière si périlleuse, commandent notre admiration et notre respect; mais c'est précisement ce qui nous fait désespérer de tracer dignement leur histoire, humbles profanes qui, le plus souvent, n'avons appris que de loin une grande partie de ce qu'ils ont fait de grand et de bon, et qui n'en trouvons après leur mort que des traces déja à demi-effacées par le temps.

Heureusement une compagnie nouvellement créée par la munificence royale, et composée des maîtres dans l'art de guérir, s'est choisi un organe dont l'éloquence égale le sa-

voir, et qui ne laissera rien échapper des services de ses confrères; ils seront dorénavant jugés par leurs pairs, et en présence de leurs pairs; leur marche sera consignée dans l'histoire des Sciences d'une manière durable, et l'étendue des biographies qui leur seront consacrées dans le sanctuaire de la médecine nous permettra de rendre plus brefs les modestes tributs dont nous aussi leur sommes redevables. Ce sont ces considérations qui nous ont encouragés à vous entretenir des trois grands médecins que l'Académie a perdus pendant les dernières années, MM. Hallé, Corvisart et Pinel. Dans un autre moment nous rendrons le même devoir à MM. Sabatier, Percy et Deschamps dont le peu de temps qui nous est reparti dans les séances publiques, nous a empêché jusqu'à ce jour de vous présenter les éloges.

M. Corvisart paraît avoir possédé éminemment cette rapidité d'aperçu, cette fermeté de caractère, les plus heureux apanages du grand praticien ; M. Hallé a porté dans l'exercice de l'art toute la conscience, toute la scrupuleuse étude qu'y devait mettre un homme de bien par excellence; M. Pinel s'y est aidé de connaissances étendues dans les sciences; il s'y est dirigé par un esprit formé à la sévérité des mathématiques et à la subtilité des classifications de l'histoire naturelle : tels nous semblent avoir été les caractères particuliers aux travaux de ces trois célèbres médecins; et c'est de ce point de vue que nous essayerons principalement de vous les présenter.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

M. HALLÉ.

Jean Noel Hallé était né à Paris, le 6 janvier 1754, d'une famille dont plusieurs branches s'étaient distinguées dans les arts (1). Son père, son grand-père, et un de ses oncles avaient été des peintres habiles, et lui même avait cultivé le dessin avec des succès marqués. Un séjour assez long qu'il fit à Rome avec son père, directeur de l'Académie de France dans cette ville, devait naturellement favoriser ces dispositions, et en effet il y étudia avec une grande assiduité les monuments de l'art antique et les ouvrages des grands artistes du seizième siècle; mais il y rencontra aussi dans la société de son père les deux savants minimes français Jacquier et Lesueur, commentateurs de Newton, et leurs entretiens ouvrirent à son esprit une autre perspective. Ce qui l'a toujours caractérisé a été une justesse singulière dans le jugement, et les sciences fondées sur le calcul et sur l'expérience offraient plus de prise à cette qualité dominante que des arts, dont le ressort prin-

(1) *Claude Guy* Hallé, son aïeul: *Noël* Hallé, son père; les deux Restout, Jouvenet, Lafosse, ses parents. Dans le nombre était aussi le poète Lafosse, auteur de Manlius.

cipal sera toujours une imagination vive et une grande sensibilité. Un exemple domestique le confirma à son retour dans cette nouvelle direction.

Anne-Charles Lorry (1), l'un des médecins les plus spirituels et les plus employés de la fin du dernier siècle, était son oncle maternel : charmé des dispositions solides qu'il reconnut en lui, il voulut en faire son élève et son successeur, et bientôt il l'eut entièrement gagné à la médecine. Envain les protecteurs de sa famille firent-ils entrevoir à ce jeune homme un avenir brillant dans la carrière des finances; rien ne put l'ébranler, et, après avoir suivi les écoles, conformément aux règles établies, il prit ses premiers grades en 1776.

Le savoir et la netteté d'esprit dont il fit preuve dans ses premiers exercices, le distinguèrent tellement, que les fondateurs de la Société royale de médecine voulurent l'avoir pour compagnon de leurs travaux, avant même qu'il eût reçu en forme le bonnet de docteur, honneur précoce, qui l'empêcha par la suite d'obtenir dans la faculté le titre de docteur régent. Fourcroy et d'autres hommes du premier mérite ont éprouvé la même disgrace et par le même motif: cette jalousie puérile qui avait porté la faculté à regarder la Société royale comme un corps rival et qui lui avait fait vouer une haine implacable à ceux de ses propres membres qui avaient consenti à s'y laisser inscrire. On se souvient que cette antipathie excita parmi les médecins de la capitale les dissentions les plus ridicules et produisit une foule de libelles

(2) Fils de *François* Lorry et frère de *Paul-Charles* Lorry, tous deux professeurs à la Faculté de droit.

et de satires odieuses; mais ce qui peut donner déja une idée favorable de la douceur du caractère et de la modestie de M. Hallé, ainsi que des égards que ces qualités inspiraient, c'est que dans ces écrits, où les plus belles réputations ne furent pas respectées, on le maltraita moins qu'aucun de ses confrères.

Éloigné, en effet, dès lors de toute intrigue, ne songeant qu'à éclairer son art de ce que les sciences peuvent lui prêter de secours, mais ne se targuant ni de ses succès, ni de ses découvertes, ne recherchant point une réputation populaire, il n'offusquait la vanité et n'effrayait les intérêts de personne. L'étude de la médecine lui paraissaient suffire pour remplir une vie. Rien de ce qui agit sur l'homme physique et moral n'était, selon lui, étranger à cette noble science, et dans le sentiment désintéressé qu'il éprouvait pour elle, il regardait comme des marques d'impuissance tous ces mouvements pour se faire valoir auprès d'un public dépourvu de tout ce qu'il faudrait à des juges. Il demeurait donc sans cesse près de ses malades, ou dans son cabinet, suivant les progrès de la physique, de la chimie et même de l'économie politique et du bien être des diverses classes, non moins que ceux de la physiologie et de l'anatomie; mais considérant toujours ces sciences dans leurs rapports avec la santé de l'espèce et celle des individus.

On comprend qu'après s'être fait de la médecine des idées si étendues, après s'être prescrit une suite d'études si considérable, il ne devait pas se presser de se produire au grand jour, et, en effet, si l'on excepte ses travaux à la société de médecine, dont il fut un des membres les plus laborieux (1) et le soin qu'il

(1) On trouve de lui, dans le Recueil des Mémoires de la Société

donna à la publication des écrits de son oncle (1), on ne voit pas qu'il ait publié d'ouvrage ni pris aucun emploi public jusqu'en 1795, lorsque déja il avait passé quarante ans.

Toutefois, pendant qu'il se formait si péniblement lui-même, il n'était pas demeuré inutile aux autres. Sa pratique s'était insensiblement étendue; mais une pratique singulière; l'aisance dont sa famille jouissait depuis long-temps lui permettait de rechercher de préférence les malades pauvres, et c'est ce qu'il faisait soigneusement; il les secourait de ses dons autant que de ses conseils, et dans son ingénieuse charité,

---

royale de Médecine, un *Rapport sur les propriétés et les effets de la racine de dentelaire dans le traitement de la gale;* des observations *sur les phénomènes et les variations que présente l'urine dans l'état de santé*, et sur deux ouvertures de cadavres qui présentèrent des phénomènes très-différents de ceux que la maladie semblait annoncer. Dans la première, il s'agissait d'une *induration squirreuse de l'estomac;* dans la seconde, d'une *dégénérescence des reins.* Un Mémoire *sur les effets du camphre donné à haute dose, et sur la propriété qu'à ce médicament d'être correctif de l'opium;* des Réflexions sur les fièvres secondaires et sur l'enflure qui survient dans la petite vérole; et plusieurs rapports intéressants sur des questions soumises à la Société, surtout relativement à la police de salubrité. Il y a fait sutout en 1784 un rapport important *sur la nature et les effets du méphytisme des fosses d'aisance*, lorsqu'il s'agit d'examiner le préservatif que l'oculiste Janin prétendait avoir découvert dans le *vinaigre radical;* il a été imprimé séparément en 1785.

(1) En 1784, il donna une édition de l'ouvrage de Lorry : *de præcipuis morborum mutationibus et conversionibus*, et il a publié dans les Mémoires de la Société royale les Observations du même auteur *sur les parties volatiles et odorantes des médicaments tirés des substances végétales et animales.* Plus tard, il a donné une édition des écrits de Bordeu *sur les glandes et sur le tissu cellulaire.*

il savait laisser ignorer ses bienfaits à ceux dont la délicatesse ne les aurait pas acceptés. Plus d'un homme dans le mal-aise trouvait, après sa guérison, ses dépenses payées d'avance chez tous ses fournisseurs, et n'apprenait qu'à force d'instances que son médecin avait pourvu à tout.

Sa charité trouva une grande récompense, et celle qui pouvait lui convenir le mieux, la faculté de l'exercer encore à l'époque où elle devint le plus nécessaire. Son père et son grand-père avaient reçu le cordon de Saint-Michel, et l'ennoblissement, qui précédait toujours l'admission dans l'ordre, était pour lui un arrêt d'exil, lorsque la Convention ordonna aux nobles de quitter Paris; mais comme médecin des pauvres, il fut excepté de cette règle, et ce fut alors un autre genre de malheur qu'il eut à secourir; avertir des dangers qui menaçaient chacun, donner, lorsque cela était possible, des moyens d'y échapper, devinrent à ses yeux des devoirs non-moins sacrés que ceux de sa profession. Il a pénétré dans la prison de Malesherbes, lui a porté des consolations et reçu ses derniers adieux. Il a éte au lycée des arts le rédacteur de cette pétition par laquelle on demandait la grace de Lavoisier. Mille autres services, dont la principale condition était d'être secrets, mais que le temps a révélés en partie, l'occupèrent pendant ces deux années qui ont été des siècles de malheur et d'opprobre.

Le temps vint enfin où M. Hallé fut appelé à enseigner l'art auquel il s'était consacré et à le propager par ses écrits. Fourcroy chargé en 1794 et 1795 de rétablir une école de médecine, lui conféra la chaire de physique médicale et d'hygiène; peu de temps après en 1796, lors de la création de l'Institut, il fut nommé membre de la section de méde-

cine et de chirurgie, et en 1806, Corvisart, tout entier à ses fonctions près du chef du gouvernement, le choisit pour son adjoint dans sa chaire du collège de France, et peu de temps après la lui abandonna tout-à-fait.

A l'Institut, M. Hallé ne se montra pas moins actif qu'autrefois à la société de médecine. Il a traité successivement, parmi nous, les plus grandes questions de la science médicale, soit dans les rapports qui lui ont été demandés, soit dans des mémoires où il consignait ses propres vues. Ses rapports sur la vaccine sont les plus importants de tous; il la prit, en quelque sorte, dès son arrivée en 1800; et en propagea tous les bienfaits. En 1812, lorsque déja une expérience assez longue les avait constatés, il en retraça le tableau, apprécia les exceptions, remonta à leurs causes, et contribua ainsi à concilier à cet admirable préservatif, la confiance qui lui était due. On peut le regarder comme un de ses plus heureux propagateurs, et la France le nommera avec les Woodville et les Larochefoucault; l'Italie lui devra même, à cet égard, une reconnaissance particulière. Il fut appellé en 1810 pour répandre la vaccine dans l'état de Lucques et en Toscane, et les expériences publiques qu'il y fit, le compte raisonné qu'il en rendit, ont concouru à la rendre populaire dans cette contrée.

Dans ses leçons de la faculté, M. Hallé considérait la médecine par son côté le plus sensible, et insistait principalement sur ceux des phénomènes de l'économie animale, qui se laissent ramener aux lois connues des sciences physiques. Les médecins, selon lui, ont trop déprécié l'application de ces sciences. « Le problême de la nature, dit-il, est un com-
« posé de connues et de constantes, d'inconnues et de va-

« riables; c'est une grande erreur d'imaginer que, pour la « résoudre, pour en évaluer les inconnues, pour fixer les « nuances des variables, il faut en négliger les éléments « constants et invariables ». C'était-là le principe fondamental de son cours. Il ne l'a point publié, mais les articles que ses élèves en ont extraits pour le dictionnaire des sciences médicales peuvent en donner une idée (1). Partout on y voit briller une grande étendue de vues, un jugement sain et la plus vaste érudition. Il y est toujours au courant des progrès des sciences, et il les applique à son sujet de la manière la plus ingénieuse.

Son érudition se montrait encore avec plus d'éclat dans ses leçons au collège de France, où il avait saisi, en quelque sorte, l'autre face de la médecine, celle qui considère l'économie dans ses altérations intimes, et qui se voit presque toujours obligée de renoncer à la plupart des considérations physiques. Il y avait pris pour sujet l'histoire de l'expérience en médecine, depuis les premiers monuments écrits de l'art, et il commençait ce cours par l'interprétation des œuvres d'Hippocrate, non qu'il voulût les présenter pédantesquement, avec tant de modernes qui les connaissent assez mal, comme des recueils d'oracles infaillibles et auxquels il n'y aurait rien à ajouter ni à retrancher; mais parce qu'il y voyait les premières tentatives du génie, pour réduire à des règles un ordre de faits qui semble ne se composer que d'exceptions, et parce que les apperçus juste et profonds, que, malgré

(1). Surtout les articles Hygiène, matière de l'hygiène, règles d'hygiène, aliments, bains, percepta, électricité, physique médicale, Afrique, Europe, etc.

quelques erreurs, ces ouvrages contiennent en si grand nombre, excitent d'autant plus l'admiration, qu'ils ont été saisis à une époque où l'on ignorait complètement tout ce qui ne tient pas à l'observation immédiate des maladies.

Une grande connaissance de la langue grecque et l'étude suivie des philosophes et des médecins de l'antiquité lui avaient suggéré des explications heureuses de plusieurs passages obscurs du père de la médecine; et l'on doit beaucoup regretter que ni ses notes ni celles de ses auditeurs ne se soient trouvées assez complettes pour reproduire ce cours, au moins dans ses articles principaux comme on l'a fait pour celui de l'hygiène.

Son projet était de suivre dans tous les siècles les progrès de l'observation, de montrer comment de nouveaux faits ont conduit à des généralités plus exactes, et comment, au contraire, la science a presque toujours été retardée par les systèmes. C'était une sorte de logique expérimentale, dans laquelle il exerçait ses éléves, et ils ne pouvaient avoir de meilleur maître que celui que son jugement avait distingué dès l'enfance.

Rien ne manquait à M. Hallé du côté des connaissances pour être un excellent professeur; il possédait à fond les sciences accessoires, il avait lu tous les grands médecins dans leur langue originale. Sa propre expérience était immense, et dirigée d'après la méthode la plus saine; mais ce n'est pas à quarante ans que l'on peut d'ordinaire acquérir cette facilité d'élocution, indispensable pour fixer un nombreux concours d'auditeurs. Il subit cette loi, et l'on ne s'en étonnera pas, si l'on songe combien peu d'exceptions elle a eues dans ce grand nombre d'hommes d'élite envoyés successivement

à nos assemblées délibérantes. Néanmoins ce que son débit avait de pénible était racheté par ce que sa doctrine avait de profond, peut-être même était-ce cette profondeur, cette science vaste, ces faces multipliées par lesquelles il envisageait les objets, qui contribuaient à rendre ses leçons moins agréables au commun des jeunes gens. Dans ses premières études on ne voudrait que des règles simples, claires, et l'ignorance seule peut en établir de telles en médecine. Aussi des élèves sages et habiles, qui ne se sont pas laissés rebuter par ces premiers dehors, ont-ils eu à s'en féliciter, et l'ont-ils témoigné dans toutes les occasions. C'est de ce nombre choisi que sont sortis une grande partie des bons médecins et des professeurs célèbres qui font aujourd'hui l'ornement de la France.

La pratique de M. Hallé se ressentait aussi, à quelques égards, de cette grande étendue de connaissances : il savait trop pour ne pas douter toujours un peu, et dans les maladies aiguës, rien n'est pénible comme le doute. Les malades, ceux qui les entourent aiment en général des médecins décisifs; aussi le préférait-on pour les maladies chroniques, où il est permis de n'avoir pas un avis sur-le-champ. En ce genre il jouissait de la plus haute réputation, et ceux qui ne voudraient pas s'en rapporter au jugement du public, en croiront au moins celui d'un médecin à qui personne ne contestera le droit de juger. Corvisart, en léguant à Hallé le portrait de Stoll, écrivait qu'il lui faisait ce don comme au médecin qu'il estimait le plus.

Il avait surtout dans un degré éminent, le mérite de se faire aimer de ses malades : la plupart n'étaient plus de la

classe envers qui il aurait pu exercer sa charité, mais la bonté sait prendre toutes les formes; ceux qu'il soignait devenaient en quelque sorte ses enfants; c'était un ami, un parent, qu'ils voyaient en lui, bien plus qu'un médecin : quand il ne pouvait les soulager, il détournait leur esprit par d'agréables distractions des idées tristes qui auraient aggravé leur mal, et même souvent, lorsqu'ils n'étaient pas dans cette position de fortune qui aurait pu lui offrir le prétexte le plus naturel de se montrer généreux, il savait en trouver d'autres. Je ne dirai point qu'il n'acceptait rien ni de ses confrères ni de ses élèves : cela était trop naturel; mais il ne recevait rien non plus des artistes, parce que, fils et petit fils, neveu et petit neveu de peintres connus, il était de leur famille; il ne recevait rien des ecclésiastiques, parce que, s'ils n'avaient que le nécessaire, ils ne devaient pas le réduire, et que, s'ils avaient du superflu, il appartenait aux pauvres. Des raisons semblales ne lui manquaient jamais. Il fallait presque être privilégié pour lui faire accepter des rétributions; mais il y avait un autre privilège, et le premier de tous, à ses yeux, c'était celui des personnes qui ne pouvaient pas le rétribuer; elles passaient avant toutes les autres. Un jour rentrant épuisé de fatigue, on lui annonce qu'une dame vient le consulter : il la fait prier d'aller chez quelqu'un de ses confrères. Mais elle n'ose, parce qu'elle n'a rien à donner! Oh! en ce cas, répondit-il, je n'ai pas le droit de la renvoyer. Faites-la entrer.

Cette générosité se montrait partout. Il a toujours abandonné les honoraires entiers de ses ouvrages aux jeunes gens qui l'avaient aidé à en recueillir les matériaux. Chargé de la rédaction d'un nouveau codex, il employa ce qui lui fut al-

loué pour ce travail par le gouvernement, pour compléter le cabinet de la faculté de médecine.

Heureux de tout le bien qu'il faisait, heureux de ses succès, heureux dans sa famille, M. Hallé semblait encore posséder ce bonheur qui fait mieux jouir de tous les autres. Sa santé était des plus robustes. Des oppressions occasionnées par la surabondance de sang le troublaient seules quelquefois, et des saignées les faisaient promptement disparaître; mais une pierre se déclara inopinément dans sa vessie. Dans ce moment critique, où tant d'autres n'auraient été occupés que d'eux-mêmes, sa soigneuse charité ne se démentit point. Avant de se faire opérer, il visita péniblement quelques pauvres personnes, qu'il soutenait, craignant que sa longue absence ne leur parût un oubli. L'opération s'était faite heureusement; mais il s'y joignit une nouvelle congestion dans la poitrine qui l'emporta subitement le 11 février 1822. Il n'était âgé que de 68 ans, et si l'on eut possédé plutôt les ingénieux procédés, imaginés dans ces derniers temps contre cette cruelle maladie, il serait probablement encore plein d'activité et de vie. Il a été remplacé à l'Académie par M. Chaussier, et au collège de France par M. Laennec, qui lui-même a été enlevé, bien jeune encore, à un art qu'il avait déja enrichi et auquel il promettait encore des découvertes importantes.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

M. CORVISART.

Jean-Nicolas Corvisart, le confrère et l'ami constant de M. Hallé, ne différait d'âge avec lui que d'un an. Il naquit, le 15 février 1755, à Dricourt, village du département des Ardennes, où son père, procureur à Paris, s'était retiré lors d'un de ces exils du Parlement, que les querelles de cette compagnie avec le clergé occasionnèrent à tant de reprises pendant le règne de Louis xv. L'état de procureur, exercé, avec talent et probité, donnait des profits sûrs et aurait pu enrichir M. Corvisart le père; mais il était, dit-on, passionné pour la peinture, sans beaucoup s'y connaître, et ce qu'il gagnait à défendre ses clients, il le dépensait pour acheter de mauvais tableaux. Ne se connaissant guère mieux en hommes, il persista long-temps à vouloir que son fils prît sa profession, et il le retenait des jours entiers à copier des pièces de procédure. Le jeune homme, d'un esprit vif et ardent, se sentait né pour des occupations moins monotones, une inquiétude vague l'agitait, son étude de procureur lui devenait de jour en jour plus insupportable, et peut-être aurait-il fini par tomber dans de grands désordres, si dans une de ces courses fugitives qu'il se permettait chaque fois

qu'il pouvait échapper à l'œil de son père, il n'était entré par hasard dans l'auditoire d'Antoine Petit, l'un des professeurs les plus éloquents que l'anatomie et la médecine aient possédé pendant le dix-huitième siècle. Aux paroles imposantes de ce maître, à ce majestueux développement d'idées dont la nouveauté égalait la grandeur, le jeune Corvisart reconnut sa vocation; il voulut étudier l'économie animale, et pour cela il voulut être médecin. Dès ce moment, faisant de grand matin les écritures qui lui étaient prescrites pour la journée, et priant les clercs ses camarades de lui garder le secret, il consacrait toutes les heures qu'il pouvait dérober, à suivre les leçons de Petit, de Louis, de Dessault, de Vicq-d'Azyr et de notre respectable confrère M. Portal. Son père, s'apercevant enfin de son peu d'assiduité chercha à éclairer sa conduite, et découvrit ce qui le dérangeait; mais, reconnaissant qu'il était trop tard pour l'arrêter, il lui permit de se livrer tout entier à cette nouvelle carrière. L'Académie a compté beaucoup de membres distingués qu'une passion irrésistible a fait échapper ainsi aux plans plus modestes que leurs parents avaient formés pour eux, et ce serait une bonne épreuve, sans doute, pour le choix d'un état, que cette persévérance à le rechercher malgré les obstacles; mais combien trouverait-on de jeunes gens que ces obstacles n'arrêteraient pas tout-à-fait, ou ne jeteraient pas dans des voies pires que l'oisiveté ou le découragement!

L'enseignement de la médecine était bien éloigné alors de l'étendue et de la régularité où il a été porté de nos jours. La faculté de Paris, corps antique, organisé dans le moyen âge, n'avait presque rien changé à un régime qui datait de cinq siècles : tous ses membres recevaient, avec le titre de doc-

teur, le droit d'enseigner; mais ils n'en contractaient pas le devoir. C'était un hasard lorsqu'il s'y en dévouait un assez grand nombre pour offrir à la jeunesse un ensemble méthodique de leçons. A la vérité, quelques chaires étaient fondées dans la faculté; mais leur rétribution était misérable. Les professeurs changeaient tous les deux ans; on y faisait passer, à tour de rôle, les plus jeunes docteurs, qui se hâtaient de s'acquitter de cette corvée, pour acquérir le titre de docteur régent, et qui, entrés en charge avant de s'y être préparés par l'étude, en sortaient avant d'avoir pu s'y former par l'exercice. D'ailleurs, aucunes leçons publiques au lit des malades; pour en voir quelques-uns, les étudiants accompagnaient des médecins plus anciens dans leurs visites; ils les remplaçaient ensuite pendant leurs maladies ou lorsqu'ils étaient surchargés de pratiques, et c'était ainsi qu'ils parvenaient, mais avec lenteur, à prendre aussi leur rang.

M. Corvisart, à qui son génie ardent devait rendre cette filière singulièrement pénible, eut cependant la patience de s'y conformer de tout point; mais il choisit ses maîtres en homme destiné à le devenir un jour. Desbois-de-Rochefort, médecin en chef de la charité, et Dessault, chirurgien en chef de l'hôtel-Dieu, deux des hommes les plus distingués de leur temps dans l'art de guérir, devinrent ses principaux patrons. On sait que Desbois-de-Rochefort se rendit surtout recommandable par l'exemple qu'il donna le premier de faire régulièrement dans son hôpital des leçons cliniques. M. Corvisart se livra, sous ses yeux, pendant plusieurs années, à l'observation des malades, et à l'ouverture des corps. Ce travail était pour lui une vraie passion; la

tristesse de ce spectacle, ses dangers, rien ne le rebutait, ni ne l'effrayait. Une piqûre faite en disséquant, le mit à deux doigts de la mort, et il n'y échappa, dit-on, que par les soins particuliers que Dessault lui prodigua. Il donna aussi de très-bonne heure, chez lui, des cours, non pas de médecine proprement dite (il ne croyait pas qu'un si jeune docteur pût en conscience se le permettre) mais d'anatomie et de physiologie; et sa clarté et sa chaleur y attiraient la foule. Rien ne lui manquait plus, si ce n'est d'être lui-même à la tête d'un hôpital, où il put suivre en liberté les vues que son expérience naissante lui suggérait : les premiers maîtres de l'art l'en jugeaient digne; il se croyait lui-même au moment d'atteindre cet objet de ses vœux, lorsqu'une cause, la plus légère du monde, le repoussa pour plusieurs années. Les habitudes et l'extérieur des médecins n'étaient guère moins antiques que le régime de la faculté. Si Molière leur avait fait quitter la robe et le bonnet pointu, ils avaient au moins gardé la perruque à marteau que personne ne portait plus, et c'était dès leur entrée en fonctions qu'ils devaient s'en affubler. On assure que M. Corvisart et M. Hallé ont été les premiers à donner le scandale de ne la point prendre, et que cette légèreté, comme on l'appellait, leur nuisit beaucoup. Ce qui est certain, c'est que, dans l'occasion dont nous parlons, elle fut cause du désappointement de M. Corvisart, et cela de la part de la personne dont-il aurait dû le moins s'y attendre. Une dame, dont le mari a été la cause, au moins occasionnelle, des plus grandes innovations qui aient eu lieu en France depuis l'établissement de la monarchie, venait de fonder un hôpital, et M. Corvisart souhaitait ardemment d'en être chargé; mais il se présenta

en cheveux naturels, et cette innovation là, elle n'osa prendre sur elle de la favoriser. Dès le premier mot, elle lui déclara que son hôpital n'aurait jamais un médecin sans perruque, et que c'était à lui d'opter entre cette coiffure, ou son exclusion. Il aima mieux garder ses cheveux.

Par un contraste heureux, et auquel probablement il ne s'attendait pas davantage, ce fut un moine qui, dans une autre occasion, lui fit rendre une meilleure justice. A la mort de Desbois de Rochefort, arrivée en 1788, le supérieur des religieux attachés à l'hôpital de la charité, homme considéré par sa sagesse et par son zèle pour les malades, et qui avait été témoin journalier des soins assidus de M. Corvisart, employa son crédit à le faire attacher à cette maison et réussit dans cette entreprise. Dès ce moment, M. Corvisart, continuant l'enseignement clinique de son prédécesseur, vit accourir à ses leçons tous les jeunes médecins. Il s'y fit admirer par le talent le plus éminent à reconnaître, dès le premier instant, la nature des maladies, et à en prévoir la marche et l'issue. Ses confrères ne tardèrent pas à lui rendre une pleine justice et il était déja considéré comme un des premiers maîtres de la capitale, lorsqu'en 1795, Fourcroy fit créer pour lui une chaire à la nouvelle école de médecine. Deux ans après, en 1797, il fut nommé à la chaire de médecine du collège de France (1), et se trouva ainsi à portée d'enseigner l'art sous le point de vue théorique, comme jusque-là il l'avait montré pratiquement. La même jeunesse qui l'entendait dans une école exposer les principes généraux, venait en voir dans l'autre l'heureuse application,

(1) Il y avait suppléé son prédécesseur depuis 1790.

et partout elle le trouvait exact, ardent, complaisant à l'extrême; partout son élocution facile, son esprit vif, son tact sûr et rapide, la ravissait en admiration. Eût-on de la répugnance pour un art condamné à de si tristes spectacles, il suffisait de suivre quelque temps M. Corvisart, pour en devenir enthousiaste.

Déja toute l'Europe retentissait de sa renommée, lorsqu'en 1802, il fut élevé au premier poste de sa profession, et toutefois cette élévation ne fut pas seulement le résultat de sa renommée. Chacun se souvient qu'on le mît à l'épreuve et qu'appelé en consultation pour une affection de poitrine qui menaçait le chef du gouvernement, il sut le premier en discerner la cause et la détruire.

Cependant ses succès ne lui avaient pas inspiré une foi implicite dans la médecine; on dit même que les mécomptes qui, malgré sa prodigieuse sagacité, lui arrivèrent quelquefois, lui donnaient de violents chagrins, et l'ont fait, dans ces instants de découragement, médire de son art; aussi n'aimait-il pas ces ouvrages où l'on prétend assigner à chaque maladie des caractères précis, une marche constante, et où les jeunes gens pourraient prendre de la médecine une idée analogue à celle que donnent les sciences physiques proprement dites; encore moins ceux où on la présente sous une simplicité trompeuse, en croyant ramener à un petit nombre de formes les maladies et les remèdes. Ce n'était point ainsi qu'il la considérait. Les êtres organisés ont leurs lois certaines, chacun d'eux se conforme au type de son espèce; mais les désordres qui s'introduisent dans leur organisation sont sujets à des combinaisons sans fin. Chaque jour peut les compliquer diversement, et c'est d'après l'ensemble des

symptômes de chaque instant que l'on doit les juger et les combattre. Personne aussi n'avait porté plus d'attention sur ces signes sensibles; le meilleur médecin, selon lui, était celui qui était parvenu à donner à ses sens plus de délicatesse. Il ne s'attachait pas seulement aux douleurs éprouvées par le malade, aux variations de son pouls, de sa respiration. Un peintre ne distinguait pas mieux les nuances des couleurs, ni un musicien toutes les qualités du son. Les moindres altérations du teint, de la couleur des yeux, de celle des lèvres, les diverses intonations de la voix, les plus légères différences dans les muscles du visage, fixaient son attention. Il n'était pas jusqu'à l'haleine, la transpiration, qui n'eussent pour lui une échelle propre à assigner tous leurs degrés, et rien de tout cela n'était indifférent pour le jugement qu'il portait. Les innombrables ouvertures qu'il avait faites, lui avaient permis de saisir la correspondance des signes extérieurs les plus légers avec les lésions intérieures. On dit qu'à plusieurs lits de distance, il distinguait la maladie d'un individu qui venait d'entrer à l'hôpital. Et pour ce qui concernait surtout la désorganisation du cœur et des gros vaisseaux, il était arrivé à des divinations d'une infaillibilité vraiment merveilleuse; ses arrêts étaient irrévocables comme ceux du destin. Non-seulement il annonçait le sort qui attendait chaque malade, l'époque ou la catastrophe devait arriver; il donnait d'avance la mesure des renflements, des dilatations, des rétrécissements de toutes les parties, et presque jamais l'ouverture des corps ne démentait ses prévisions; les plus habiles en étaient, dit-on, comme stupéfaits.

Ses deux principaux ouvrages, le traité sur les maladies

du cœur (1), et le commentaire sur Auenbrugger, sont des témoins célèbres de la manière et du génie de M. Corvisart. Dans le premier, les inflammations du péricarde, les hydropisies qui en remplissent la cavité, l'épaississement, l'amincissement des parois soit du cœur en général, soit de chacune de ses cavités; l'endurcissement de son tissu, son ossification, son changement en graisse, le rétrécissement de ses orifices, ses tumeurs, ses inflammations, sa rupture, sont présentés, ainsi que leurs tristes symptômes et leurs résultats funestes, avec une méthode et une clarté que rien ne peut surpasser en médecine. Ce livre occupa tellement les jeunes médecins avides de s'instruire, leur imagination en fut si vivement frappée, que pendant quelque temps, dit-on, ils voyaient partout des maladies du cœur, comme à d'autres époques, ils ont vu partout de la saburre, de la bile, de l'asthénie ou des inflammations. L'effet qu'il ferait sur les malades serait plus cruel encore. Son épigraphe seule : *hæret lateri lethalis arundo*, annonce combien sa lecture est désespérante; mais les livres de médecine ne sont pas faits pour ceux qui ne sont pas médecins, et il est bon que ceux qui le sont, sachent positivement quand il ne leur reste rien à faire. Cette malheureuse certitude les empêche au moins de tourmenter leurs malades de remèdes inutiles.

Dans le commentaire sur Auenbrugger, ce sont les maladies de la poitrine, les fluides qui en remplissent la cavité; les tumeurs qui obstruent les bronches ou les cellules du

(1) Essai sur les maladies et les lésions organiques du cœur et des gros vaisseaux, extrait des leçons cliniques de M. Corvisart, publié sous ses yeux par M. E. Horeau; 1 vol. in-8°, Paris, 1826, deuxième édition.

poumon, qu'il apprend à distinguer par les divers sons que les parois de cette cavité rendent lorsqu'on les frappe. La forme donnée à cet ouvrage doit-être remarquée comme la preuve d'une noble générosité. M. Corvisart y immolait sa gloire, ce bien dont-on est le moins disposé à être prodigue, à un sentiment délicat de justice envers un inconnu, envers un homme mort depuis long-temps. Il avait déja fait, d'après ses propres réflexions, la plupart des expériences contenues dans ce commentaire, et il se proposait de les rassembler en un corps d'ouvrage, lorsqu'il lui tomba dans les mains une dissertation publiée en 1763, par un médecin de Vienne, traduite, en 1770, par un médecin français, et cependant à-peu-près entièrement oubliée, où il retrouva une partie de ce qu'il avait vu. *Je pouvais sacrifier* dit-il, *le nom d'Auenbrugger à ma propre vanité; je ne l'ai pas voulu; c'est lui, c'est sa belle et légitime découverte que je veux faire revivre.*

Ces seules paroles peignent tout un caractère. Personne, en effet, n'était plus franc, plus ouvert, plus éloigné de toute prétention qui n'aurait pas été fondée : personne aussi ne s'occupait moins de soi-même. Placé si près de l'homme qui pouvait tout d'un mot, et à l'époque où on recréait, petit à petit, tant de prérogatives qui n'avaient d'avantages que pour ceux que l'on en décorait, combien il lui eût été facile de se faire rendre les anciennes attributions des premiers médecins, si lucratives, mais si peu utiles, on peut dire même si nuisibles quelquefois aux véritables progrès de la médecine! Mais il sentait qu'à la hauteur où les sciences sont portées, l'influence exclusive d'un homme, fût-il le plus habile de sa profession, ne pouvait que restreindre leur essor. Loin

donc de vouloir se donner aucune prééminence, il ne prit pas seulement dans son hôpital un rang supérieur à celui de son ancienneté. D'un autre côté, n'imitant point ces hommes jaloux qui croient briller d'autant plus qu'ils ne sont entourés que d'hommes obscurs, il fit appeler aux différentes places de la maison médicale les médecins qui jouissaient de plus de réputation dans la ville; il s'en trouva dans le nombre qui avaient écrit et parlé contre lui; ce ne fut pas même pour lui un motif d'hésitation. Ceux dont la mémoire seule restait à honorer, les Bichat et les Dessault, obtinrent à sa sollicitation des monuments, seule marque qu'il ait voulu laisser de la faveur dont il jouissait. Je me trompe, il en a donné un autre, en fondant à ses frais, dans la faculté, des prix pour les jeunes gens qui se distinguent par de bonnes observations cliniques.

On a remarqué que beaucoup d'hommes, arrivés à la fortune par leur mérite, se sont souvenus des obstacles que le malaise avait opposés à leur jeunesse, et c'est par un sentiment bien naturel qu'ils ont cherché à les éviter à quelques-uns de leurs successeurs. M. Corvisart y était porté d'autant plus vivement, qu'à sa passion pour la médecine se joignait une véritable amitié pour ceux qui étaient possédés du même sentiment : il n'avait été jaloux d'aucun de ses confrères; il leur a toujours rendu les services qui dépendaient de lui. Son plus grand plaisir était de se voir entouré de jeunes médecins qui annonçaient du talent, et ce n'était pas seulement par ses conseils, par ses leçons, qu'il les encourageait; il leur faisait partager les jouissances de sa fortune et les divertissements qu'une disposition secrète à la mélancolie paraît lui avoir rendus nécessaires. On dit que lors-

qu'il avait rempli les devoirs de sa profession, s'il ne se livrait point aux distractions d'une société vive et gaie, il tombait dans l'affaissement et dans une tristesse douloureuse; que le matin médecin actif et occupé, il devenait le soir un homme de plaisir et ne voulait plus entendre parler ni de malades ni de médecine; disposition malheureusement trop commune parmi les hommes d'un génie ardent et qui a beaucoup diminué les services que M. Corvisart aurait pu rendre à la science. Sans nuire à son zèle pour l'enseignement qui s'identifiait avec sa passion pour son art, elles en ont fait un académicien assez négligent et un auteur peu fécond. Après avoir vivement désiré d'être admis parmi nous, il n'a presque jamais assisté à nos séances; son Traité des maladies du cœur, quoique bien à lui, et par les idées, et par tout ce qui fait l'essence d'un ouvrage, n'est pas sorti de sa plume; c'est un de ses élèves, M. Horeau, qui l'a rédigé sous ses yeux, et si l'on peut regretter que quelqu'un ait eu besoin de tant de distractions, c'est bien pour l'homme qui a été capable de laisser, presque en se jouant, un pareil monument.

On s'est demandé, et cette question se fait naturellement par rapport à bien d'autres, si dans les moments si fréquents où ses fonctions le rapprochaient d'un homme tout puissant, il n'avait pas eu quelque occasion de lui donner des avis qui auraient peut-être épargné bien du sang à l'Europe. Il est certain qu'il ne s'en laissait point abaisser autant que bien des personnages qui paraissaient extérieurement dans une position plus élevée, et que chaque fois, par exemple, que le maître avait l'air de vouloir plaisanter sur sa profession, une répartie prompte l'empê-

chait de pousser sa pointe; mais il est certain aussi qu'il n'est jamais parvenu à l'entretenir d'aucune chose d'un intérêt général. Sur les objets indifférents toute familiarité lui était permise; mais un froid regard ou un mot dur l'arrêtait sitôt qu'il essayait de franchir ce cercle. Il racontait lui-même qu'à l'époque d'une naissance qui, venant surtout d'un tel mariage, semblait devoir combler les vœux les plus exaltés, il se permit de demander si l'on pouvait encore désirer quelque chose. Toujours champenois, docteur! fut la seule réponse qu'il obtint, et on lui tourna le dos.

M. Corvisart avait appliqué sur lui-même son inexorable talent de prévision, et n'en avait tiré qu'un augure bien triste; sa conformation, l'exemple de son père, lui avaient fait pressentir l'apoplexie qui le menaçait, et qui ne manqua pas d'arriver à l'époque vers laquelle il l'avait prédite. Cette cruelle maladie n'altéra d'abord que ses mouvements; son jugement demeura sain, et le premier usage qu'il en fit, fut de renoncer à tout exercice de son art et de se livrer entièrement au repos; mais cette précaution ne retarda que de bien peu de temps une attaque qui fut mortelle. Il est décédé le 18 septembre 1821, sans laisser de postérité.

Il a été remplacé à l'Académie des Sciences par M. Magendie : sa chaire du collège de France était occupée, depuis plusieurs années par M. Hallé.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

M. PINEL.

Philippe Pinel a été presqu'en toute chose l'opposé de M. Corvisart. Destiné dès l'enfance à l'art de guérir par son père, il s'y prépara de longue main par l'étude des mathématiques et de l'histoire naturelle, et les travaux de toute sa vie ont tendu à appliquer à la médecine les méthodes analogues à celles des géomètres, à porter dans son langage la précision de celui des naturalistes et à soumettre les maladies à des divisions et à des subdivisions exactes, comme celles où l'on répartit les productions de la nature; entreprise d'une grande hardiesse, car les mathématiques ne traitent que d'idées simples, l'histoire naturelle que d'êtres d'un type fixe; tandis que les altérations des corps organisés, sujets de la médecine, sont ce qu'il y a dans la nature de plus compliqué, de plus variable et de plus fugitif.

Mais cette hardiesse d'esprit, M. Pinel ne la portait pas dans le monde; sa réserve, sa timidité y étaient extrêmes, et elles retardèrent, au-delà du terme ordinaire, l'époque où il obtint les succès et l'ascendant qui lui étaient dus. La position assez triste où il avait été retenu pendant ses premières années en fut peut-être la cause.

Né le 20 avril 1745, dans le petit bourg de Saint-André-d'Alaysac, près de Castres, d'un père qui y exerçait la chirurgie, il reçut sa première instruction dans la maison paternelle et ne put être envoyé qu'à l'âge de dix-sept ans à Toulouse, pour y continuer ses études; et même, comme ses parents n'étaient pas riches, il se vit obligé pour y subsister de donner des répétitions de mathématiques, et de composer des thèses pour les étudiants plus à leur aise et moins laborieux que lui. On voit dès lors, dans celle qu'il soutint lui-même en philosophie le premier germe des idées qui le dirigèrent dans le reste de ses travaux : elle traite *de la rectitude que l'étude des mathématiques imprime au jugement dans son application aux sciences.* Cependant, comme les frais des réceptions étaient assez considérables, ce ne fut qu'en 1773, à l'âge de près de vingt-neuf ans, qu'il put obtenir le titre de docteur. Il se rendit alors à Montpellier et y fit un établissement, espérant que dans une ville, dont la réputation médicale attirait de toute l'Europe un si grand concours de malades, il pourrait trouver quelque pratique; mais deux causes s'opposaient à ce qu'il obtint du succès : sa timidité, son peu d'assurance d'une part, et de l'autre la réputation qu'il s'était faite comme géomètre. Faute de malades, il avait continué d'instruire des élèves, et en même temps il approfondissait pour lui-même les parties les plus élevées des mathématiques, dans l'intention de les appliquer à la physiologie. Le célèbre ouvrage de Borelli sur la mécanique des animaux faisait le sujet principal de ses méditations. Il cherchait à y porter les lumières de l'analyse moderne dont il possédait toutes les ressources; on le savait

dans le public, et le public regardait comme impossible qu'un homme si fortement occupé de sciences abstraites devînt jamais un bon guérisseur. M. Pinel se figura qu'à Paris, où les sciences brillent de tant d'éclat, on n'aurait pas les mêmes préjugés, et il y vint en 1777. Cousin, géomètre habile, membre de cette Académie, à qui il était recommandé, voulut l'engager à se borner aux mathématiques où il semblait devoir être plus heureux; mais M. Pinel persista dans son plan, quoique ses débuts dans la capitale n'aient pas été faits non plus pour l'encourager. Il avait traduit la médecine pratique de Cullen et s'attendait à obtenir ainsi un commencement de réputation (1). Un médecin accrédité s'était occupé du même travail précisément à la même époque, et sut si bien prendre les devants avec les journalistes, que la traduction de M. Pinel ne put même être annoncée. Diverses dissertations détachées (2), une édition de Baglivi (3), des traductions d'ouvrages étrangers faites pour des libraires ne lui furent guère plus avantageuses. Il se présenta trois fois de suite au concours pour une réception gratuite à la faculté, trois fois il échoua, et comme si rien n'avait dû manquer à ces rudes épreuves, il eut le

(1) En 1785, 2 vol. in-8°.

(2) Dès 1780, il donna divers articles d'hygiène au Journal de Paris; plus tard, il a pris une part principale à la rédaction de la Gazette de santé; il a traduit la partie médicale et physiologique des transactions philosophiques.

(3) *Baglivi opera omnia medica pratica, novam editionem mendis innumeris purgatam, notis illustravit et præfatus est.* Ph. Pinel. Paris, 1788.

chagrin d'être vaincu par un homme si peu instruit, que c'était lui-même, M. Pinel, qui lui avait composé sa thèse doctorale; mais cet ignorant avait été médecin d'un régiment et y avait pris de la hardiesse; il possédait de la faconde, et le bon M. Pinel, plein de toute sorte de science, ne s'exprimait qu'avec peine et presqu'en bégayant. M. Lemonnier, premier médecin du Roi, eut, à la recommandation de son ami, M. Desfontaines, la pensée de le placer comme médecin dans la maison de Mesdames, tantes de Louis XVI; mais, lorsqu'il se présenta, sa timidité le rendit muet. Les princesses en prirent une fausse idée, et il fut encore obligé de renoncer à cette lueur de fortune. Sa seule ressource fut de se placer comme médecin dans un établissement qu'un particulier tenait pour des aliénés; mais si l'expérience qu'il y acquit lui donna dans la suite de grands moyens de succès, les honoraires qu'il y recevait le mirent à peine, pour le moment, au-dessus du besoin. Tant d'espérances trompées avaient fini par lui inspirer une sorte de mélancolie; il fuyait le monde, et peut-être serait-il tombé dans le désespoir, si son ami Savary, si connu par ses lettres sur l'Égypte et sur la Grèce, ne s'était en quelque sorte emparé de lui, et, par des distractions de plus d'un genre, n'avait essayé de lui rendre quelque courage.

Enfin, en 1791, un avenir moins sombre parut s'ouvrir devant lui. La Société royale de médecine avait proposé un prix *sur les moyens les plus efficaces de traiter les malades dont l'esprit est devenu aliéné.* M. Pinel, à qui sa position avait permis d'observer de près l'aliénation et qui l'avait observée en philosophe autant qu'en médecin, travailla

sur ce sujet. Cette fois son ouvrage parla pour lui (1); il fut vainqueur. Le médecin Thouret, qui avait été l'un de ses juges, se trouvait aussi l'un des administrateurs des hospices; il le désigna à ses collégues comme digne d'être appelé à mettre en pratique, dans un établissement public, les vues saines et neuves qu'il avait montrées dans son écrit, et dès le commencement de 1792 il lui fit donner la place de médecin de Bicêtre; en 1794, il le fit passer à la Salpétrière, et, l'année suivante, lorsque Thouret fut chargé avec Fourcroy d'organiser l'école de médecine, ce fut un des professeurs qu'il y fit appeler.

Dès lors les pas de M. Pinel dans la carrière médicale furent aussi rapides que long-temps ses efforts avaient été vains (2). Appliquant sur une grande échelle son esprit d'observation et d'analyse, et exposant avec une méthode rare dans ses cours les résultats des observations qu'il avait faites dans ses hôpitaux, il vit bientôt la foule accourir dans son auditoire. Ses nombreux élèves firent pour lui ce que sa timidité l'avait empêché de faire lui-même, et devenu avec une promptitude singulière d'un savant que l'on abandonnait à l'isolement de son cabinet, l'un des médecins les plus accrédités de cette capitale, il fut à même de reconnaître que, s'il est vrai de dire avec le proverbe, *tant vaut l'homme, tant vaut la place*, il n'est pas moins certain

(1) Il ne l'a point publié; mais il en a introduit les principes dans ses Traités sur la manie et sur l'aliénation mentale.

(2) Il fut d'abord adjoint à la chaire d'hygiène dont M. Hallé était le professeur en chef. A la mort de Doublet, il obtint de passer à la chaire de pathologie.

qu'en mille occasions la place est nécessaire pour faire valoir l'homme.

Sa popularité parmi la jeunesse vint de la même cause qui en a donné successivement aux plus célèbres pathologistes : de cet espoir qu'elle concevait de voir simplifier la théorie du plus difficile de tous les arts, de lui voir prendre même les formes d'une science véritable en le ramenant à des principes fixes, et déduits rationnellement, soit des sciences plus élémentaires, soit du rapprochement des faits qui lui sont propres. Le projet de l'assimiler à l'histoire naturelle, était surtout ce qu'annonçait le nouveau professeur, et dans cette vue il avait cherché d'abord à former pour les descriptions des maladies un langage précis, modelé sur celui que Linnæus avait introduit en botanique; il en avait même porté l'imitation au point de supprimer les verbes dans ses périodes françaises, comme on les supprime dans les phrases caractéristiques latines usitées en histoire naturelle. C'était supposer que chaque maladie forme, comme chaque plante, comme chaque animal, une espèce caractérisée, et, en effet, adoptant à égard les doctrines des anciens, M. Pinel voyait dans chacun de nos maux une invasion, un développement, des périodes et une terminaison régulière, comme chaque être organisé a sa naissance, son accroissement, des époques fixes pour chacune des fonctions qu'il doit exécuter et une fin inévitable. Que si la succession ordinaire des symptômes vient souvent à s'altérer, ce n'est point que la maladie change d'espèce ni de nature; mais c'est qu'elle se complique diversement avec des maladies d'autres espèces, qui peuvent elles-mêmes se surcompliquer ou devenir prédominantes, et faire, pour ainsi dire, dispa-

raître la maladie primitive. Mais tant que les complications demeurent secondaires, elles forment en nosologie ce que les variétés sont en histoire naturelle. C'est à cette marche de chaque maladie, à l'ensemble des phénomènes successifs, que le médecin doit s'attacher, et non aux symptômes momentanés, qui ne donnent le plus souvent, que des indications trompeuses. Il doit par-dessus tout s'efforcer de bien distinguer les complications, de faire la part de chacune d'elles, et décomposer ainsi en quelque sorte la maladie en ses éléments. Cette décomposition est ce que M. Pinel nommait l'application de l'analyse à la médecine, et à une époque où les doctrines de Condillac ne dominaient pas moins en philosophie que celles de Linnæus en histoire naturelle, cette seule annonce devait assurer à son livre un accueil favorable (1).

Du reste, toute explication, et même la plupart des recherches sur les causes prochaines, lui paraissaient vaines dans l'état actuel de la physiologie; il rejettait surtout ces altérations dans le sang, dans les humeurs, et toutes ces autres suppositions qui ont varié, chaque siècle, avec les idées que l'on s'est faites de la physique et de la chimie des corps bruts, mais qui, dans aucun siècle, n'ont fourni à l'histoire des corps vivants, et surtout à leur pathologie, que des applications chimériques. C'est à M. Pinel que l'on doit principalement d'en avoir débarrassé nos écoles, et n'eût-il pas d'autre mérite, la science lui devrait déja, pour ce seul

(1) Nosographie philosophique ou méthode de l'Analyse appliquée à la médecine. Paris, 1798, 2 vol. La cinquième édition est de 1813; 3 vol. in-8°.

service, une grande reconnaissance. Le médecin, en un mot, selon ce professeur, doit observer et décrire une maladie, sans se jeter dans des systèmes sur les causes, comme le naturaliste décrit une plante ou un insecte, et ne se perd point dans des recherches sur le mécanisme de ses fonctions, trop au-dessus de l'état actuel de nos connaissances sur l'organisation. C'est par cette raison qu'il préfère le titre de *Nosographie*, ou de description des maladies, à celui de *Nosologie*, qui était usité avant lui pour les ouvrages du même genre, et qui indique une théorie des maladies, une connoissance plus approfondie de leur nature.

Mais le naturaliste distribue dans un certain ordre les plantes et les animaux; il range leurs espèces sous certains genres, seul moyen de se reconnaître dans une si grande multitude d'êtres divers. Ici encore, selon M. Pinel, le médecin peut l'imiter.

Une fois le principe admis, que chaque maladie a sa marche reglée, c'est la série de ses phénomènes qui constitue son espèce, et les phénomènes communs à plusieurs d'entre elles forment les liens par lesquels on peut les unir en groupes subordonnés les uns aux autres. On peut même, comme les naturalistes, suivre deux voies différentes : ou s'en tenir aux phénomènes les plus apparents, et former ce que l'on appelle une méthode artificielle ; ou pénétrer davantage dans leur nature, avoir égard à leurs sièges et à l'essence des altérations qu'elles occasionnent soit dans les tissus, soit dans les fonctions du corps organisé, ce qui rapprocherait leur distribution de ce que l'on appelle en botanique ou en zoologie, méthodes naturelles. Mais, à l'époque où M. Pinel commença ses recherches, les différences de ces deux mé-

thodes en histoire naturelle et les avantages ou les inconvénients propres à chacune d'elles, n'avaient pas encore été assez bien appréciés, et il ne put profiter des résultats obtenus à ce sujet par les grands naturalistes de notre époque. Linnæus était le seul modèle qu'il pût suivre; et l'on peut dire qu'il créa, comme lui, un système mélangé, dont quelques divisions avaient une base naturelle, tandis que le plus grand nombre ne reposait que sur de ces rapports que l'on nomme artificiels, c'est-à-dire sur des phénomènes choisis de préférence parmi les plus apparents et non parmi les plus essentiels.

Ainsi, de ses cinq grandes divisions des fièvres, la première, celle qu'il nomme fièvres essentielles, ne porte que sur les symptômes; l'auteur suppose même que ces fièvres ne naissent pas d'un foyer susceptible d'être reconnu. La seconde, ou celle des phlegmasies, se caractérise, au contraire, soit dans son ensemble, soit dans ses subdivisions, d'après l'inflammation, qui est la cause originaire de la maladie, et d'après le point où elle se manifeste. On observe la même variation, sinon dans les caractères, du moins dans les dénominations des ordres et des genres de sa première division. De ses fièvres essentielles, les unes, comme les *adynamiques* ou putrides, et les *ataxiques* ou malignes, sont dénommées d'après leurs symptômes; d'autres, comme les méningo-gastriques ou bilieuses et les *adéno-méningées* ou muqueuses, d'après les organes qu'elles affectent principalement. La cinquième classe de ses maladies, qui est celle des lésions organiques, embrasse plusieurs infirmités, telles que la syphilis et le scorbut, où la lésion n'est pas démontrée, à beaucoup près, du moins dans l'origine.

Cependant, on doit le dire, s'il n'arriva pas à une méthode parfaite, ce qui, en médecine, encore plus que dans l'histoire naturelle proprement dite, est peut-être la pierre philosophale, M. Pinel eut le mérite de porter déja dans sa distribution beaucoup plus d'ordre que ceux qui s'étaient occupés avant lui d'une semblable tâche; il eut même des idées qui sont devenues fécondes, soit dans ses mains, soit dans celles de ses élèves : ainsi, dans l'arrangement des fièvres, il ne plaça qu'en un rang secondaire les phénomènes de l'intermittence, de la rémittence ou de la continuité, qui avaient été mis en première ligne par Sauvages et par d'autres nosologistes, ce qui leur avait fait éloigner les unes des autres des affections d'une nature semblable.

La plus belle partie de sa classification fut celle des inflammations d'après les tissus qu'elles affectent, et surtout la distinction, qu'il établit plus fortement qu'aucun de ses devanciers, entre les inflammations des membranes appelées muqueuses, qui tapissent celles de nos cavités qui communiquent avec l'extérieur, comme la tunique intérieure des intestins, celle de la trachée et des bronches, et les inflammations des membranes transparentes, autrement nommées séreuses, qui tapissent les cavités closes, telles que le péricarde qui enveloppe le cœur, la plèvre qui revêt intérieurement la poitrine, et le péritoine, qui tapisse le bas-ventre, et embrasse les intestins dans ses replis.

Bichat nous apprend que ce fut cette distinction qui l'engagea dans les belles recherches dont se compose son traité des membranes, le premier des ouvrages de ce célèbre physiologiste, et celui dont son anatomie générale n'est, en quelque sorte, que le développement. Au milieu de ces témoi-

gnages que nous rendons des services que la science a dus à M. Pinel, ce serait une grande omission que d'oublier celui d'avoir excité le génie d'un pareil élève.

Telles étaient les principales bases de la nosographie : l'auteur n'admettait pas, comme on l'a supposé, des êtres occultes, des affections métaphysiques, si l'on peut s'exprimer ainsi; il ne contestait nullement que les maladies eussent un siège assignable, une cause intérieure; mais il faisait abstraction de cette cause, et souvent même de ce siège, parce qu'il en regardait la détermination comme au-dessus de notre portée, et s'en tenait à l'histoire des désordres que les maladies occasionnent, et de l'espèce d'ordre auquel ces désordres eux-mêmes sont encore assujettis dans leur succession.

D'après cette manière de les envisager, on comprend aisément quelle devait-être sa méthode de les traiter (1). C'était en général celle que l'on a nommée expectante, et qui consiste à observer leur marche, et à seconder les mouvements intérieurs par lesquels les forces conservatrices, sans lesquelles il ne pourrait subsister d'organisation, semblent vouloir les combattre, mais à ne point s'interposer imprudemment dans cette espèce de lutte, où trop souvent le médecin ne sait point si c'est à la nature qu'il apporte ses secours, ou si ce n'est pas la maladie elle-même que, dans son aveuglement, il s'apprête à seconder. Sans doute, dans ces principes, le médecin a moins pour objet de donner des

(1) La médecine clinique rendue plus précise et plus exacte par l'application de l'analyse, ou Recueil d'observations sur les maladies aigües faites à la Salpétrière; 1 vol. in-8°, 1802. La troisième édition est de 1815.

remèdes salutaires que d'empêcher que l'on n'en prenne de nuisibles, et le vulgaire en attend d'ordinaire quelque chose de plus : il lui semble que des études continuées depuis tant de siècles, sous tant d'aspects, par tant de personnes, et qui n'aboutissent qu'à nous apprendre à contempler froidement la marche d'une maladie, et à classer son espèce dans nos systèmes, sont des efforts d'esprit bien peu proportionnés à leurs résultats. Il est difficile de ne pas trouver que ces regrets sont fondés, de ne pas espérer que, si l'on parvenait à remonter à la nature des causes, il serait possible d'opposer, dès le principe, à chaque maladie quelque obstacle d'une nature contraire : il est donc difficile de ne pas craindre qu'en se tenant ainsi à de simples descriptions nosographiques, on ne demeure toujours bien loin du vrai but de l'art, qui ne peut être enfin que de nous soulager; mais, d'un autre côté, n'est-on pas obligé d'avouer que, jusqu'à ce jour, toutes les théories ont été renversées les unes par les autres? Les coctions, les humeurs, le strictum et le laxum, la fermentation des acides et des alkalis; l'action de l'ame raisonnable, qui cherche à conserver le corps sans s'en apercevoir, et qui se trompe si souvent dans sa sollicitude; le principe vital, cette autre espèce d'ame, qui n'est ni matérielle ni spirituelle, et que l'on charge de tout ce que l'on ne peut pas expliquer autrement, sont allés successivement se perdre dans la région des chimères. Les systèmes ingénieux de quelques médecins de nos jours, les résultats d'une physiologie nouvelle, fondée sur un seul principe, et combinée avec tant d'esprit; seront-ils plus heureux? Le temps ne peut tarder à nous l'apprendre; mais ce n'est pas à nous qu'il appartient de prévoir ce qu'il nous enseignera.

On avait depuis long-temps proposé, pour constater l'efficacité de chaque méthode, des tables qui auraient établi, sur des nombres, le degré de probabilité de succès, soit par les traitements divers, soit en ne faisant aucun traitement. Cette idée devait être saisie par un géomètre devenu médecin, et M. Pinel s'en occupa en effet beaucoup; il en fit surtout une belle application à la classe d'infirmités, qui avait attiré ses premiers soins, et qui atteste le plus la misère de l'homme : aux maladies de l'esprit. Les deux hôpitaux où il fut successivement employé, lui offrirent ces maladies dans toutes leurs phases et dans toutes leurs variétés il traça des tableaux où leurs causes prédominantes et occasionnelles, la série de leurs phénomènes, selon les âges et les sexes et leurs diverses terminaisons, furent portées avec soin, et il en obtint les résultats les plus précieux. Le principal fut la certitude que, dans beaucoup de cas, la manie est une maladie passagère, qui se guérit comme la fièvre, pour peu qu'on ne la trouble pas dans sa marche, d'où il fut aisé de conclure à la nécessité de réformer aussitôt les méthodes barbares que l'on avait jusque-la employées contre elle. Il semblait en effet que, sur ce point, la médecine fût demeurée à son état du douzième siècle. Dans beaucoup d'hospices, les médecins avaient dédaigné le traitement des aliénés, et l'on avait abandonné à des moines, charitables sans doute, mais peu éclairés et attachés avec entêtement, comme tous les hommes de leur sorte, à ce que leur société avait autrefois pratiqué. Dès les premiers accès, on martyrisait les malheureux par des traitements cruels, qui aggravaient leur mal. L'aliénation se prolongeait-elle, des chaînes, des cachots, l'abandon le plus affreux, finissaient par la

rendre incurable. On aurait dit autant de criminels voués d'avance aux supplices de l'enfer, et cependant cette raison offusquée, affaiblie, n'est presque jamais entièrement éteinte; les aliénés n'ont pas toujours perdu le sentiment de la justice, ni celui des bienfaits; ces traitements cruels qu'ils n'ont pas mérités, les exaspèrent; ils n'y voient qu'un abus inexcusable de la force, et trop souvent la défiance et la haine qu'ils leur inspirent, sont les plus grands obstacles à leur guérison. Partout où M. Pinel exerça quelque influence, il proscrivit ces moyens violents; ses aliénés jouirent de toute la liberté compatible avec la sûreté de ceux qui les entouraient. On chercha à remonter aux causes morales de leur maladie et à les combattre par des moyens de même nature. On obtint bientôt des guérisons plus nombreuses, et lorsque le mal ne put être surmonté, on n'eut pas, du moins, la barbarie de traiter des hommes innocents comme des bêtes féroces. Les différentes aliénations furent séparées; la propreté et l'ordre régnèrent partout; dans beaucoup de loges le calme succéda à la fureur; les tristes victimes eurent du repos et même des jouissances. Il est arrivé souvent que des étrangers avaient parcouru presque toute la partie de la Salpétrière consacrée aux aliénées, et demandaient encore si on ne les y conduirait pas bientôt, tant les malades y sont tranquilles, s'y livrent à leurs occupations ordinaires, s'y promènent seules ou deux à deux; tant leur existence y ressemble, en un mot, à celle des hommes raisonnables.

L'histoire que M. Pinel a tracée de tant d'infortunes (1)

(1) Traité médical et philosophique sur l'aliénation mentale ou la manie. 1 vol. in-8°, 1800. La seconde édition est de 1809.

n'est pas seulement un livre important de médecine; c'est un ouvrage capital de philosophie et même de morale. Nulle part on n'apprend mieux à connaître l'influence irrésistible des organes sur les facultés; mais une connaissance plus utile encore que l'on y puise, c'est celle de l'influence des passions sur les organes. On y voit que plus de la moitié des aliénations prend sa source dans des passions qu'une raison éclairée n'a pas retenues dans de justes bornes; que les folies ne sont alors que les passions mêmes portées à un excès monstrueux et même dans la plupart des aliénations que l'on croit devoir attribuer à des causes physiques, il n'est pas certain que ces causes n'aient pas simplement développé une disposition créée par des passions et des sentiments intérieurs.

M. Pinel appartenait dans l'Académie, non pas à la section de médecine, mais à celle d'anatomie et de zoologie. Trop désireuse de le posséder pour attendre qu'il y eût une place vacante dans la première de ces sections, la compagnie lui trouva des titres suffisants pour la seconde, dans ses essais sur la mécanique des animaux, et elle l'appella comme zoologiste, lorsqu'en 1803 l'un des membres de cette section fut promu à la place de secrétaire perpétuel. Les échantillons qu'il a publiés de ce travail, bien que peu nombreux, montrent en effet qu'il aurait eu un grand intérêt, si l'auteur n'avait pas été obligé de l'abandonner, lorsqu'il se livra tout entier à l'enseignement de la médecine. Dans un mémoire sur l'Arcade Zygomatique (1) il fait voir que sa courbure vers le haut est d'autant plus forte, qu'elle

(1) Journal de physique, tome XLIII, page 47.

doit prêter aux muscles qui ferment les mâchoires, un appui plus solide; c'est ce qui a lieu dans les animaux carnassiers : les herbivores l'ont à peu près en ligne droite, et quelquefois dans les rongeurs elle se courbe vers le bas. Un autre mémoire explique le mécanisme par lequel les lions et les autres animaux, du genre des chats, tiennent sans fatigue leurs ongles relevés, lorsqu'ils n'ont pas besoin de s'en servir. Dans un troisième (1), il cherche à se rendre compte des formes extraordinaires de la tête de l'éléphant et surtout de la double convexité de son occiput qui a pour objet de fournir des attaches plus étendues aux muscles qui doivent supporter cette tête déja très lourde par elle-même, et que rendent plus lourde encore la trompe et les défenses propres à cet animal. On a aussi de lui plusieurs mémoires sur le mécanisme des différentes luxations.

Il paraîtrait que ce sont-là les seuls restes de ses premiers travaux, et qu'il n'avait pas même conservé en manuscrit quelque ébauche du plan que, sans doute, il s'était formé : sa tête vaste et géométrique n'avait pas besoin de cette ressource; l'ensemble de la science s'y était fortement tracé, et il en détachait à volonté ces sortes de fragments, comme pour donner la mesure de ses forces.

Qui aurait pu croire qu'une raison si étendue, que des facultés si parfaites fussent destinées à fournir elles-mêmes un exemple de la faiblesse de notre nature?

Il n'est que trop vrai que sur la fin de sa vie, M. Pinel sentit par degrés approcher un état que souvent il avait re-

(1) Ibidem, tome XXXIII, p. 12; tome XXXIV, p. 350; tome XXXV, p. 457.

connu comme incurable. Il comprit que son devoir était désormais de vivre dans le repos, et d'attendre, avec résignation, le moment où l'existence physique suivrait le sort des facultés de l'esprit. Cette vie, désormais moins précieuse pour lui et pour le public, l'était encore beaucoup pour ceux à qui il avait été cher. Ce n'était plus qu'un souvenir, mais le souvenir d'un beau génie et d'un excellent homme. Leurs soins tendres et respectueux lui adoucirent, autant qu'il était possible, ce triste passage. Il s'endormit paisiblement le 25 octobre 1826, à l'âge de quatre-vingt-un ans.

On avait disposé de sa place à la faculté de médecine lors de l'organisation nouvelle qui a eu lieu en 1823. Celle qu'il occupait à l'Académie a été donnée à M. Frédéric Cuvier.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE.

MÉMOIRE

SUR L'ÉQUILIBRE DES FLUIDES,

PAR M. POISSON.

Lu à l'Académie le 24 novembre 1828.

JE me propose de former les équations d'équilibre des fluides tels qu'ils sont dans la nature, c'est-à-dire, en les considérant comme des amas de molécules disjointes et séparées les unes des autres par des espaces vuides de matière pondérable. Cette question est celle qui a été résolue à l'égard des corps solides élastiques, dans mon Mémoire sur les lois de leur équilibre et de leur mouvement; et le préambule de ce Mémoire renferme déja l'énoncé de la propriété caractéris-

tique des fluides, qui les distingue des corps solides, et que je vais d'abord rappeler avec plus de développement, pour en faire ensuite la base de mon analyse.

§ I^er^.

Notions préliminaires.

(1) Les dimensions des molécules et celles des espaces vuides qui les séparent, sont imperceptibles à nos sens, et si petites qu'une ligne qui en serait un très-grand multiple, pourra encore être supposée d'une grandeur insensible.

Les molécules s'attirent mutuellement; elles se repoussent en même temps à raison de la chaleur propre de chacune d'elles. Pour chacune de ces deux forces, la réaction est égale à l'action; l'une et l'autre décroissent très-rapidement, et ne sont sensibles que jusqu'à des distances insensibles. Toutefois, nous admettrons que les rayons d'activité de l'attraction et de la répulsion, sont extrêmement considérables eu égard aux intervalles compris entre les molécules, et que le décroissement rapide de ces deux forces ne commence qu'à des distances qui sont déja de très-grands multiples de ces petits interstices. Sans cela, dans la plupart des corps, c'est-à-dire, dans tous ceux qui ne sont pas cristallisés et où les molécules ne sont pas régulièrement distribuées, la résultante des actions moléculaires, ou la force totale qui agit sur chaque molécule, pourrait être très-différente en grandeur et en direction pour deux molécules consécutives : elle ne serait pas soumise à la loi de continuité d'un point du corps à un autre, et exprimable en fonction des coordonnées d'un

point quelconque; l'hypothèse dont il s'agit est donc nécessaire pour qu'on puisse appliquer l'analyse mathématique au calcul des forces provenant de l'action moléculaire.

Nous entendrons par *action moléculaire* l'excès de la répulsion sur l'attraction entre deux molécules. Cette force ne sera pas la même pour tous les points de ces deux petites masses; dans l'étendue de chaque molécule, on pourra la décomposer en deux parties : l'une égale à la moyenne de ses valeurs et commune à tous ses points, l'autre différente d'un point à un autre en grandeur et en direction. La première partie sera la force *principale*, et celle dont nous aurons à calculer les effets dans ce Mémoire. La seconde est une force *secondaire*, d'où dépendent les décompositions chimiques, la forme des molécules, leur disposition respective, et, par suite, leur distribution régulière dans les corps susceptibles de cristallisation. Il y a lieu de croire que la sphère d'activité de la force principale est beaucoup plus étendue que celle de la force secondaire; et c'est surtout à la première force que convient la supposition précédente, concernant le mode de décroissement de l'action moléculaire.

Ces principes sont communs aux solides et aux fluides; nous allons maintenant expliquer la différence essentielle de ces deux genres de corps.

(2) Par un point M pris dans l'intérieur d'un fluide, menons une droite d'une grandeur insensible, mais cependant assez considérable pour qu'elle rencontre un très-grand nombre de molécules. L'intervalle qui sépare deux molécules consécutives pourra varier accidentellement et d'une manière très-irrégulière le long de cette droite; mais si l'on divise sa longueur entière par le nombre de molécules qu'elle traverse,

on aura un intervalle moyen qui ne changera pas avec la direction de la droite autour du point M. Si le fluide est homogène, cet intervalle ne changera pas non plus avec la position du point M; s'il est hétérogène, l'intervalle moyen variera dans l'étendue du fluide, en restant le même en tous sens autour de chaque point. Or, cette constitution intime n'est pas changée, lorsqu'on exerce une pression quelconque à la surface : les molécules en se rapprochant plus ou moins, s'arrangent de manière que l'intervalle moyen entre deux molécules consécutives, soit toujours égal suivant toutes les directions autour d'un point quelconque M. Cette propriété caractéristique des fluides parfaits est due à l'extrême mobilité de leurs molécules, résultant de ce qu'aux distances où elles sont les unes des autres, leur forme n'influe pas sensiblement sur leur action mutuelle, ou, autrement dit, de ce que la force secondaire dont il vient d'être question, peut être regardée comme nulle dans ce genre de corps. On conçoit, en effet, que dans cette hypothèse, les molécules n'étant retenues par aucune force particulière sur la direction de la pression extérieure, l'état d'équilibre dans lequel elles y demeureraient en se resserrant plus que sur les autres directions, ne serait qu'*instantané,* et pourrait être dérangé par la moindre cause accidentelle, tandis que leur distribution égale en tous sens autour de chaque point, est un état d'équilibre *stable,* et le seul que l'on puisse observer.

Supposons, au contraire, que le point M appartienne à un corps solide élastique et non-cristallisé, qui sera d'abord dans son état naturel, où il n'est soumis qu'à l'action mutuelle de ses molécules. Dans cet état, la constitution intime de ce

corps sera la même que celle d'un fluide : ses molécules seront irrégulièrement distribuées autour du point M, et néanmoins leur intervalle moyen sera sensiblement le même sur toutes droites menées par ce point et très-grandes en égard aux distances moléculaires. Mais il n'en sera plus de même si l'on comprime le corps solide par une force extérieure : l'intervalle moyen cessera d'être égal en tous sens autour du point M; et il arrivera même, en général, qu'il y aura diminution de cet intervalle dans le sens de la force donnée, et augmentation dans les autres directions. Or, la stabilité d'un semblable état d'équilibre suppose que les molécules se maintiennent dans la direction où elles sont le plus resserrées, par l'influence de leur forme sur leur action mutuelle, c'est-à-dire, que dans les solides, la force secondaire du numéro précédent n'est pas nulle comme dans les fluides, ce qui constitue la différence essentielle de ces deux sortes de corps. Les liquides visqueux sont intermédiaires entre les uns et les autres; l'influence de la forme des molécules, ou la force secondaire, n'y est pas nulle, mais seulement moindre que dans les corps solides : nous regarderons cette influence comme tout-à-fait insensible dans les fluides parfaits dont nous nous occuperons exclusivement.

Enfin, dans les corps cristallisés, les molécules sont distribuées régulièrement et peuvent être inégalement resserrées en différents sens autour d'un même point M; elle se maintiennent dans cette disposition, en vertu de la partie secondaire de leur action mutuelle, et sans le secours d'aucune force extérieure; et c'est en cela que ces corps diffèrent des corps élastiques non-cristallisés.

Ainsi, relativement à la constitution intime des corps for-

més de molécules disjointes, il se présente trois cas différents dans la nature : 1° Les molécules sont distribuées régulièrement, et, en général, inégalement resserrées en différents sens autour de chaque point; c'est le cas des corps cristallisés. 2° Elles sont irrégulièrement distribuées; mais leur intervalle moyen reste toujours égal en tous sens autour d'un même point, quelles que soient les pressions extérieures; ce cas est celui des fluides parfaits. 3° La même disposition a lieu dans les corps solides élastiques et non-cristallisés qui ne sont soumis à aucune force donnée; mais leurs molécules se resserrent ou s'écartent inégalement en différents sens autour de chaque point, lorsque des forces de directions données agissent sur ces corps.

(3) Les fluides qu'on appelle incompressibles, ne le sont pas rigoureusement; les liquides qui résistent le plus aux pressions extérieures, se compriment néanmoins d'une manière notable, lorsqu'on emploie des forces suffisantes. Ces corps, aussi bien que les fluides aériformes, sont parfaitement élastiques, c'est-à-dire, qu'ils reviennent exactement à leur volume primitif, dès que les forces qui les avaient comprimés, ont cessé d'agir. La même chose n'a pas lieu à l'égard des corps solides : quand le degré de compression est extrêmement petit, on peut bien supposer qu'ils sont tous élastiques; mais si la compression est un peu considérable, un grand nombre de corps conserve la forme qu'elle leur a donnée; et alors il arrive que dans ces corps, qui ne sont plus élastiques, la partie secondaire de l'action moléculaire, suffit pour maintenir leurs molécules à des distances moins grandes dans un sens que dans un autre autour de chaque point, sans le secours d'aucune force extérieure. Les corps

de cette nature pouvant conserver des formes différentes pour un même système de forces données, ou les mêmes formes pour des forces différentes, il n'y a pas lieu de chercher à déterminer par le calcul les lois de leur équilibre et de leur mouvement; et c'est pour cela que je n'ai considéré que les corps solides élastiques, dans le Mémoire cité au commencement de celui-ci.

Un liquide peut aussi perdre sa fluidité parfaite, par l'effet d'une très-forte compression. C'est, sans doute, ce qui arrive dans la couche d'eau, par exemple, qui s'attache à la surface d'un corps solide, susceptible d'être mouillé par ce liquide. En effet, quoique cette couche soit très-mince, cependant son épaisseur est appréciable, et par conséquent extrêmement grande, eu égard au rayon d'activité, soit des molécules du corps, soit des molécules fluides. Or, en la supposant à l'état de fluidité parfaite, et la plaçant dans une situation verticale, elle devrait s'écouler pour obéir à la pesanteur, d'après les lois de l'hydrostatique, et se réduire à une épaisseur insensible; mais en divisant son épaisseur sensible en parties insensibles, on peut concevoir que l'action immédiate du corps comprime fortement la partie qui le touche, celle-ci la suivante, et ainsi de suite; et dans cet état, les molécules de l'eau peuvent être assez rapprochées pour que la partie secondaire de leur action mutuelle soit devenue sensible, en sorte que l'eau, ainsi comprimée, doive être considérée comme un liquide visqueux, auquel ne sont plus applicables les lois ordinaires de l'équilibre des fluides parfaits. Cela suppose l'action comprimante du corps solide mouillé par l'eau, extraordinairement puissante; car les pressions les plus considérables auxquelles on ait soumis les

liquides jusqu'à présent, et qui ont surpassé mille fois la pression atmosphérique, n'ont paru altérer aucunement leur fluidité.

Observons enfin que la distribution des molécules, constamment égale en tous sens autour de chaque point, qui constitue la fluidité parfaite, ne se produit pas instantanément, dès que l'on change les forces qui compriment la masse-fluide; le temps très-court que les molécules emploient pour parvenir à cet arrangement, peut être différent dans les différents fluides, et dépendre aussi de leur température: quel qu'il soit, il n'influe pas sur les lois de leur équilibre, qui ne s'observent qu'après que ce temps est écoulé; mais il sera nécessaire d'y avoir égard, lorsque nous nous occuperons, dans un autre Mémoire, du mouvement des fluides, et il faudra surtout examiner son influence dans le cas de leurs vibrations très-rapides, ou de leur très-grande vitesse.

(4) Ces notions relatives à la constitution intime des corps étant admises, considérons un fluide parfait, liquide ou à l'état de gaz. Soit M un point pris dans son intérieur, dont les trois coordonnées rectangulaires seront x, y, z; par ce point, menons, comme il a été dit plus haut, une droite d'une grandeur insensible, qui comprenne néanmoins un très-grand nombre de molécules; désignons par ε la longueur de cette ligne divisée par ce nombre, ou l'intervalle moyen compris entre deux molécules consécutives, lequel intervalle sera constamment le même, par hypothèse, pour toutes les directions de la droite. Soit M′ un autre point compris dans la sphère d'activité de M; représentons par r la distance très-petite MM′, et par R l'action moléculaire entre ces deux points, R étant par conséquent une fonction de r qui n'aura de valeurs sensibles que pour des valeurs insensibles de cette

variable, et qui sera positive ou négative selon que la répulsion calorifique sera plus grande ou moindre que la force d'attraction. Nous regarderons cette force R comme étant la même pour tous les points des deux molécules qui répondent à M et M′, ou comme exprimant la partie principale de leur action mutuelle, et, pour fixer les idées, nous supposerons que r est la distance comprise entre leurs centres de gravités.

Lorsqu'il s'agira d'un fluide homogène, partout à la même température et également comprimé, les deux quantités ε et R seront les mêmes dans toute son étendue, et r exprimera un multiple de ε, depuis l'unité jusqu'à un nombre entier extrêmement grand. L'intervalle ε dépendra de la pression extérieure à laquelle le fluide sera soumis ; il variera avec cette force; et quelques petites que soient ses variations, dans le cas des fluides qu'on appelle incompressibles, il sera nécessaire d'y avoir égard pour parvenir aux équations de leur équilibre.

Sans cesser d'être homogène, le fluide que nous considérons pourra être formé de plusieurs autres fluides différents, parfaitement mélangés, de manière que toutes les parties du mélange, aussi petites que l'on voudra, renferment ces différents fluides en même proportion. Supposons, par exemple, qu'on ait mêlé deux fluides dont les volumes étaient entre eux comme les nombres entiers e et e'; supposons aussi que les nombres de molécules contenues sous un même volume dans ces deux fluides, soient entre eux comme deux autres nombres entiers k et k'; chaque petite partie du mélange parfait renfermera les deux sortes de molécules, dans la proportion de ke à $k'e'$; or, on pourra considérer

le fluide composé comme un fluide simple, dont les molécules sont formées de ke molécules d'une espèce et de $k'e'$ molécules d'une autre sorte : on prendra alors R pour l'action mutuelle de deux de ces molécules composées, pour r la distance de leurs centres de gravité, et pour l'intervalle ε, la longueur d'une ligne qui en comprendra un très-grand nombre, divisé par ce nombre qui sera à celui des molécules simples comme la racine cubique de $ke + k'e'$ est à l'unité. La permanence d'un tel fluide mélangé, comme celle de toute combinaison chimique, suppose au reste que la force secondaire de ses molécules, provenant de l'inégalité d'action de leurs parties différentes, est trop faible pour opérer la séparation de ces parties, et produire un autre arrangement.

Si la pesanteur ou d'autres forces données sont appliquées à tous les points d'un fluide homogène, il se comprimera inégalement dans ses différentes parties; et alors l'intervalle ε sans cesser d'être le même autour de chaque point, variera d'un point à un autre, et sera une fonction des coordonnées x, y, z, du point M, qui dépendra des forces données. Si le fluide est hétérogène, ou s'il n'est pas partout à la même température, ε variera aussi avec la position du point M, à raison de la différence de matière ou de chaleur, et il en sera de même, dans ce cas, à l'égard de la force R.

C'est d'après ces principes que nous formerons dans ce Mémoire, les équations d'équilibre des fluides de nature quelconque, et que nous calculerons les pressions résultant de l'action mutuelle de leurs molécules, soit dans leur intérieur, soit près des surfaces qui les terminent.

§ II.

Equations d'équilibre relatives à l'intérieur d'un fluide quelconque.

(5) Menons par le point M, trois axes parallèles à ceux des x, y, z; soient $\alpha, 6, \gamma$, les cosinus des angles que fait la droite MM′ avec ces trois axes; les composantes suivant leurs directions, de la force R qui agit au point M suivant le prolongement de M′M, seront

$$-R\alpha, \quad -R6, \quad -R\gamma;$$

et elles tendront à augmenter ou à diminuer les coordonnées x, y, z, du point M, selon qu'elles seront positives ou négatives. Appelons Q, Q′, Q″, les composantes suivant les mêmes directions, de la force totale qui agit sur la molécule située en M; nous aurons

$$Q = -\Sigma R\alpha, \quad Q' = -\Sigma R6, \quad Q'' = -\Sigma R\gamma. \qquad (1)$$

Les sommes Σ devront s'étendre à toutes les molécules comprises dans la sphère d'activité de celle que nous considérons; mais d'après l'hypothèse du n° 1, sur le mode de décroissement de l'action moléculaire, la partie de ces sommes qui répond aux molécules circonvoisines de M, sera très-petite et pourra être négligée sans erreur sensible par rapport à leurs valeurs totales; ce qui permettra de n'étendre les sommes Σ qu'à des valeurs de la variable r qui seront des multiples considérables de ε. On suppose le point M situé dans l'intérieur du fluide, à une distance sensible de

sa surface ; dans ce cas, la compression variera très-peu dans l'étendue de ces sommations ; cependant il sera nécessaire d'avoir égard à la variation de ε, et à celle de la fonction R qui proviendrait de la non-homogénéité du fluide, ou de l'inégalité de sa température.

(6) Pour cela, soit M_1 un point pris sur la droite MM′, ε_1 la valeur de ε qui s'y rapporte, et r_1 sa distance au point M ; en négligeant le carré de r_1, on aura

$$\varepsilon_1 = \varepsilon + \frac{d\varepsilon}{dx}\alpha r_1 + \frac{d\varepsilon}{dy}\beta r_1 + \frac{d\varepsilon}{dz}\gamma r_1.$$

Soit aussi n le nombre des molécules comprises sur la ligne MM′, depuis le point M jusqu'au point M′. La distance d'un point à l'autre sera la somme des valeurs de ε_1 qui répondent à toutes ces molécules ; dans cette sommation, la quantité r_1 variera seule, et deviendra successivement ε, 2ε, 3ε, etc. ; la somme de ses valeurs sera $\frac{1}{2}n(n+1)\varepsilon$, quantité égale à $\frac{r^2}{2\varepsilon}$, en prenant pour r le multiple n de ε, et négligeant l'unité par rapport au nombre n qu'on suppose très-grand ; par conséquent la distance MM′ aura pour valeur

$$r + \frac{r^2}{2\varepsilon}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\alpha + \frac{d\varepsilon}{dy}\beta + \frac{d\varepsilon}{dz}\gamma\right), \qquad (2)$$

et la fonction R deviendra en même temps

$$\mathrm{R} + \frac{r^2}{2\varepsilon}\frac{d\mathrm{R}}{dr}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\alpha + \frac{d\varepsilon}{dy}\beta + \frac{d\varepsilon}{dz}\gamma\right).$$

A raison de la différence de matière du fluide aux deux points M et M′, la force R dépendra de la même manière de leurs coordonnées. Si donc on appelle x', y', z', les coordon-

nées de M′, rapportées aux mêmes axes que celles de M, R sera, indépendamment de r, une fonction donnée de x, y, z, et de x', y', z', symétrique par rapport à x et x', y et y', z et z'. Cette fonction pourra se développer en série très-convergente suivant les puissances et les produits de $x'-x$, $y'-y$, $z'-z$; et si l'on ne conserve que les termes du premier ordre par rapport à ces différences, on aura

$$\mathrm{R}+\frac{d\mathrm{R}}{dx'}(x'-x)+\frac{d\mathrm{R}}{dy'}(y'-y)+\frac{d\mathrm{R}}{dz'}(z'-z),$$

en faisant dans R et dans ses différences partielles, $x'=x$, $y'=y$, $z'=z$. Or, par la nature de la fonction R, on a alors

$$\frac{d\mathrm{R}}{dx'}=\frac{1}{2}\frac{d\mathrm{R}}{dx},\quad \frac{d\mathrm{R}}{dy'}=\frac{1}{2}\frac{d\mathrm{R}}{dy},\quad \frac{d\mathrm{R}}{dz'}=\frac{1}{2}\frac{d\mathrm{R}}{dz};$$

on a d'ailleurs

$$x'-x=\alpha r,\quad y'-y=6r,\quad z'-z=\gamma r;$$

il en résultera donc

$$\mathrm{R}+\frac{1}{2}r\left(\frac{d\mathrm{R}}{dx}\alpha+\frac{d\mathrm{R}}{dy}6+\frac{d\mathrm{R}}{dz}\gamma\right),$$

pour l'expression de l'action moléculaire dans un fluide hétérogène.

Maintenant si l'on a égard à la fois à la variation de la matière du fluide et à celle de sa compression, l'expression complète de l'action moléculaire sera

$$\mathrm{R}+\frac{r}{2}\left[\left(\frac{d\mathrm{R}}{dx}+\frac{d\mathrm{R}}{dr}\frac{r}{\varepsilon}\right)\alpha+\left(\frac{d\mathrm{R}}{dy}+\frac{d\mathrm{R}}{dr}\frac{r}{\varepsilon}\right)6+\left(\frac{d\mathrm{R}}{dz}+\frac{d\mathrm{R}}{dr}\frac{r}{\varepsilon}\right)\gamma\right],$$

ou, ce qui est la même chose,

$$R+\frac{r}{2}\left(\frac{dR}{dx}\alpha+\frac{dR}{dy}\mathcal{C}+\frac{dR}{dz}\gamma\right),$$

en considérant R comme une fonction des coordonnées x, y, z, du point M, et de la variable r égale à $n\varepsilon$; regardant ε comme une fonction de x, y, z, et observant que

$$\frac{dR}{d\varepsilon}=\frac{dR}{dr}n=\frac{dR}{dr}\frac{r}{\varepsilon}.$$

Au moyen de cette expression, les équations (1) deviendront

$$\left.\begin{aligned} Q&=-\Sigma(R+\tfrac{1}{2}R'r)\alpha,\\ Q'&=-\Sigma(R+\tfrac{1}{2}R'r)\mathcal{C},\\ Q''&=-\Sigma(R+\tfrac{1}{2}R'r)\gamma, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

où l'on a fait, pour abréger,

$$\frac{dR}{dx}\alpha+\frac{dR}{dy}\mathcal{C}+\frac{dR}{dz}\gamma=R'.$$

Les sommes Σ qu'elles renferment sont des sommes triples qui peuvent toujours se réduire à des sommes simples, ainsi qu'on va le voir.

(7) D'un rayon exprimé par la formule (2), et du point M comme centre, décrivons une surface sphérique; ce rayon étant un multiple très-considérable de l'intervalle moléculaire, on pourra diviser cette surface en un très-grand nombre de parties, dont chacune comprendra néanmoins un grand nombre de molécules; l'aire de la partie qui répondra au point M′ sera $\omega r'^2$, ω étant celle de la partie correspondante sur la sphère qui a l'unité pour rayon, et r' désignant, pour un moment, la formule (2); et si l'on repré-

sente par ε' la valeur de ε qui répond à ce même point M', on ponrra prendre le rapport $\frac{\omega r'^2}{\varepsilon'^2}$ pour le nombre des molécules comprises dans $\omega r'^2$. Or, pour toutes ces molécules, les quantités comprises sous les signes Σ dans les formules (3), ne varient pas sensiblement; les sommes de leurs valeurs s'obtiendront donc en multipliant ces quantités par le nombre $\frac{\omega r'^2}{\varepsilon'^2}$; par conséquent les formules (3) se changeront en celles-ci :

$$Q = -\Sigma \frac{\omega r'^2}{\varepsilon'^2} R\alpha - \tfrac{1}{2}\Sigma \frac{\omega r'^2}{\varepsilon'^2} R' r\alpha,$$

$$Q' = -\Sigma \frac{\omega r'^2}{\varepsilon'^2} R\mathcal{6} - \tfrac{1}{2}\Sigma \frac{\omega r'^2}{\varepsilon'^2} R' r\mathcal{6},$$

$$Q'' = -\Sigma \frac{\omega r'^2}{\varepsilon'^2} R\gamma - \tfrac{1}{2}\Sigma \frac{\omega r'^2}{\varepsilon'^2} R' r\gamma;$$

les sommes Σ s'étendant actuellement à toutes les parties ω de la surface sphérique dont le rayon est l'unité, et aux valeurs de la variable r considérée comme un multiple de l'intervalle ε tel qu'il est au point M.

En négligeant le carré de r, on aura

$$\varepsilon' = \varepsilon + r\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\alpha + \frac{d\varepsilon}{dy}\mathcal{6} + \frac{d\varepsilon}{dr}\gamma\right);$$

de cette expression, et de la formule (2), on déduit

$$\frac{r'^2}{\varepsilon'^2} = \frac{r^2}{\varepsilon^2} - \frac{r^3}{\varepsilon^3}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\alpha + \frac{d\varepsilon}{dy}\mathcal{6} + \frac{d\varepsilon}{dz}\gamma\right);$$

quantité dont on négligera la seconde partie dans les secondes sommes Σ que contiennent les formules précédentes, mais qu'il faudra substituer en entier dans les premières. Je remets, en outre, pour R' sa valeur; j'observe que les termes

qui renferment les premières puissances et les produits de $\alpha, \mathcal{E}, \gamma$, se détruiront dans les sommations par l'opposition des signes de ces cosinus, et qu'il ne subsistera que ceux qui dépendent de leurs carrés; d'où il résulte que l'on aura simplement

$$Q = -\tfrac{1}{2}\Sigma\left(\frac{d\mathrm{R}}{dx}\frac{r^3}{\varepsilon^2} - 2\,\mathrm{R}\frac{r^3}{\varepsilon^3}\frac{d\varepsilon}{dx}\right)\Sigma\alpha^2\omega,$$

$$Q' = -\tfrac{1}{2}\Sigma\left(\frac{d\mathrm{R}}{dy}\frac{r^3}{\varepsilon^2} - 2\,\mathrm{R}\frac{r^3}{\varepsilon^3}\frac{d\varepsilon}{dy}\right)\Sigma\mathcal{E}^2\omega,$$

$$Q'' = -\tfrac{1}{2}\Sigma\left(\frac{d\mathrm{R}}{dz}\frac{r^3}{\varepsilon^2} - 2\,\mathrm{R}\frac{r^3}{\varepsilon^3}\frac{d\varepsilon}{dz}\right)\Sigma\gamma^2\omega,$$

en séparant dans chaque formule, la somme relative à r, et celles qui répondent aux angles dont $\alpha, \mathcal{E}, \gamma$, sont les cosinus. Celles-ci peuvent évidemment se changer en intégrales définies : si l'on projette, par exemple, la droite M M′ sur le plan parallèle à celui des x, y, mené par le point M; que l'on désigne par ψ l'angle compris entre cette projection et une ligne fixe, tracée dans ce plan, et par θ l'angle que fait la droite M M′ avec le normale à ce même plan, dont γ est le cosinus, on pourra prendre

$$\omega = \sin.\theta\, d\theta\, d\psi,$$

et il en résultera

$$\Sigma\gamma^2\omega = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \cos.^2\theta \sin.\theta\, d\theta\, d\psi = \frac{4\pi}{3},$$

π étant le rapport de la circonférence au diamètre. Les valeurs de $\Sigma\mathcal{E}^2\omega$ et $\Sigma\alpha^2\omega$ sont les mêmes que celles de $\Sigma\gamma^2\omega$.

Il est bon d'observer que si nous eussions conservé dans les développements de la distance M M′ et de l'action mo-

léculaire, les termes du second ordre par rapport à $x'-x$, $y'-y$, $z'-z$, ils auraient disparu, ainsi que tous ceux d'un ordre pair, dans les valeurs de Q, Q′, Q″; d'où il résulte que les termes négligés dans ces valeurs renfermeraient au moins deux facteurs r sous les signes Σ, de plus que ceux auxquels on s'est arrêté.

(8) L'expression de chacune des forces Q, Q′, Q″, ne dépend plus maintenant que d'une somme simple, relative à la variable r; mais on obtiendra des formules encore plus simples, et qui dépendront toutes trois de la même somme Σ, en considérant l'action exercée sur tous les points voisins de de M, et compris dans un volume d'une étendue insensible, qui renfermera néanmoins un très-grand nombre de molécules.

En effet, soit v ce petit volume; le nombre de molécules qu'il contiendra pourra être exprimé par le rapport $\frac{v}{\varepsilon^3}$; et comme les valeurs de Q, Q′, Q″, ne varient pas sensiblement dans l'étendue de v, si l'on représente par V, V′, V″, les valeurs totales des composantes qui s'y rapportent, on aura

$$V=\frac{v}{\varepsilon^3}Q,\quad V'=\frac{v}{\varepsilon^3}Q',\quad V''=\frac{v}{\varepsilon^3}Q''.$$

En substituant pour Q, Q′, Q″, leurs valeurs précédentes, je mets sous les signes Σ, $n\varepsilon$ à la place de r; il vient, par exemple,

$$V=-\frac{2\pi v}{3}\Sigma\frac{d.\frac{1}{\varepsilon^2}R}{dx}n^3,$$

ou, ce qui est la même chose,

$$V = -\frac{2\pi v}{3}\,\frac{d.\Sigma\frac{n^3}{\varepsilon^3}R}{dx},$$

à cause que la somme Σ est relative au nombre n, et que ses limites sont indépendantes de x. Donc, en faisant

$$p = \frac{2\pi}{3}\Sigma\frac{n^3}{\varepsilon^3}R, \qquad (4)$$

nous aurons enfin

$$V = -v\frac{dp}{dx}, \quad V' = -v\frac{dp}{dy}, \quad V'' = -v\frac{dp}{dz}. \qquad (5)$$

La fonction R n'ayant de valeur sensible que pour des valeurs insensibles de r, on pourra étendre jusqu'à n infini, la somme Σ contenue dans la formule (4); de plus, le décroissement rapide de cette fonction ne commençant par hypothèse, que pour des valeurs considérables de n, on peut à volonté, sans altérer sensiblement la somme totale, y comprendre ou en rejeter les termes relatifs aux moindres valeurs de ce nombre : pour fixer les idées, nous supposerons que la somme Σ soit prise depuis $n = 1$ jusqu'à $n = \infty$. La quantité p qui en résultera, dépendra de la matière du fluide, de sa température, et de son degré de compression, ou de la grandeur de ε; mais sa valeur ne pourra pas être déterminée *à priori*, puisque la forme de la fonction R nous est absolument inconnue.

(9) Il est facile actuellement de former les équations d'équilibre relatives à l'intérieur du fluide. Supposons tous ses points soumis à des forces données; soient X, Y, Z, les composantes suivant les x, y, z, de la force qui agit au point M, rapportée à l'unité de masse; appelons ρ la densité du fluide

au même point; les composantes de la force motrice de la masse $v\rho$ seront $Xv\rho$, $Yv\rho$, $Zv\rho$, en regardant ρ, X, Y, Z, comme invariables dans toute l'étendue du volume v dont la grandeur est insensible; par conséquent, pour l'équilibre de cette petite portion du fluide, il sera nécessaire et suffisant qu'on ait

$$Xv\rho + V = 0, \quad Yv\rho + V' = 0, \quad Zv\rho + V'' = 0,$$

ou bien, en vertu des équations (5),

$$\frac{dp}{dx} = X\rho, \quad \frac{dp}{dy} = Y\rho, \quad \frac{dp}{dz} = Z\rho. \qquad (6)$$

Ce sont les trois équations connues de l'*hydrostatique* que l'on peut remplacer par cette équation unique :

$$dp = \rho(X\,dx + Y\,dy + Z\,dz), \qquad (7)$$

de laquelle on conclut que l'équilibre de la masse fluide ne sera possible qu'autant que la formule $\rho(X\,dx + Y\,dy + Z\,dz)$ sera la différentielle exacte d'une fonction de trois variables indépendantes. Quand cette condition sera remplie, son intégrale fera connaître la valeur de p en chaque point du fluide; ce qui déterminera implicitement, en vertu de l'équation (4), son degré de compression, ou la grandeur de l'intervalle moléculaire ε.

Relativement aux différentes forces qui ont lieu dans la nature, la formule $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$ est toujours une différentielle exacte, en sorte que l'on peut supposer

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = d\varphi,$$

φ étant une fonction donnée de x, y, z. L'équation (7) de-

viendra donc

$$dp = \rho\, d\varphi;$$

et pour qu'elle soit possible, il faudra que ρ soit une constante ou une fonction de φ. Dans les liquides homogènes, la densité ρ est regardée comme à très-peu près constante; dans les liquides hétérogènes, et dans ceux dont la température varie d'un point à un autre, ρ devra être une fonction donnée de φ; enfin, dans les gaz et les vapeurs, il existe une relation donnée par l'expérience, entre p, ρ et le degré de chaleur; et d'après cette relation, jointe à l'équation précédente, il faudra que la température soit une fonction donnée de φ.

Si l'on fait varier par degrés insensibles, la constante arbitraire que contiendra l'intégrale représentée par φ, l'équation $\varphi = 0$ appartiendra à une infinité de surfaces qui diviseront la masse-fluide en couches d'une épaisseur infiniment petite. La densité ρ, la matière du fluide, s'il est hétérogène, la température et la quantité p seront les mêmes dans toute l'étendue de chacune de ces couches, et ne pourront varier qu'en passant d'une couche à une autre.

Les couches homogènes dont il est question s'appellent aussi *couches de niveau;* dénomination qui leur vient de ce qu'en tous leurs points, elles coupent à angle droit la résultante des forces données X, Y, Z. En effet, l'équation différentielle

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0,$$

appartient à toutes leurs surfaces; je la divise par $U\,ds$, U étant la résultante des forces X, Y, Z, et ds l'élément différentiel d'une courbe tracée arbitrairement par le point M,

sur l'une de ces surfaces; il vient

$$\frac{X}{U}\frac{dx}{ds}+\frac{Y}{U}\frac{dy}{ds}+\frac{Z}{U}\frac{dz}{ds}=0.$$

Or, $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$, $\frac{dz}{ds}$, sont les cosinus des angles que fait la tangente à cette courbe avec les axes des x, y, z; ceux des angles compris entre les mêmes axes et la direction de la force U, sont $\frac{X}{U}$, $\frac{Y}{U}$, $\frac{Z}{U}$; donc en vertu de l'équation précédente, cette direction est perpendiculaire à toutes les tangentes menées par le point M, et par conséquent normale au plan tangent en ce point.

(10) Appelons A une portion quelconque du fluide, comprise en entier dans son intérieur; supposons que l'on exerce à la superficie de A, une pression normale et dirigée de dedans en dehors, variable d'un point à un autre, et dont la grandeur soit représentée par p pour l'unité de surface : quelle que soit la forme de A, on peut prouver qu'il y aura équilibre entre cette pression extérieure et les forces données X, Y, Z, qui agissent sur tous les points de A. Mais il n'en faudra pas conclure, comme dans la *Mécanique analitique*, que p soit la pression qui a réellement lieu en chaque point de la surface de A; car cette force n'est pas la seule qui satisfasse à cet équilibre : il en existe une autre, ainsi qu'on le verra dans la paragraphe suivant, qui remplit la même condition, et qui est la pression véritable dont p n'est qu'une partie.

Pour vérifier l'équilibre dont il est question, soit dm l'élément différentiel de la masse de A, au point qui répond aux coordonnées x, y, z, et où la densité du fluide est représentée par ρ; nous aurons

$$dm=\rho\, dx\, dy\, dz.$$

Multiplions la troisième équation (6) par $dxdydz$, puis intégrons ses deux membres, et étendons les intégrales à tous les points de A, ce qui donne

$$\int Z\,dm = \iiint \frac{dp}{dz}\,dxdydz.$$

Pour fixer les idées, prenons l'axe des z vertical et le plan des x, y, au-dessous de A. Il y aura un nombre pair de points de la surface qui auront la même projection sur ce plan; nous supposerons, pour simplifier, qu'il n'y en ait que deux, en sorte que l'équation de la surface de A ne donne que deux valeurs réelles de z en fonctions de x et y. Circonscrivons à A, un cylindre vertical qui touche sa surface suivant une certaine courbe par laquelle cette surface sera divisée en deux parties, correspondantes aux deux expressions de z. Si l'on exécute l'intégration relative à cette variable, on aura

$$\int Z\,dm = \left(\iint p\,dxdy\right) - \left[\iint p\,dxdy\right];$$

l'intégrale renfermée entre des parenthèses répondant à la partie supérieure, et celle qui est comprise entre des crochets, à la partie inférieure. La normale intérieure à la surface de A, fait un angle obtus avec l'axe des z, dans la première partie, et un angle aigu, dans la seconde; si donc, on désigne cet angle par c, et par $d\sigma$ l'élément différentiel de la surface, qui doit toujours être positif, ainsi que sa projection $dxdy$, on aura

$$dxdy = -\cos.c\,d\sigma, \text{ ou } dxdy = \cos.c\,d\sigma,$$

selon qu'il s'agira de la partie supérieure ou de la partie inférieure de la surface de A. D'après cela, nous pourrons

réduire les deux intégrales doubles à une seule qui s'étendra à la surface entière de A, et remplacer par $-\int p \cos. c\, d\sigma$, le second membre de l'équation précédente. En opérant de la même manière, sur chacune des deux premières équations (6), et représentant par a et b, les angles que fait la normale intérieure à la surface de A avec les axes des x et des y, nous conclurons de ces trois équations :

$$\int X\, dm + \int p \cos. a\, d\sigma = 0,$$
$$\int Y\, dm + \int p \cos. b\, d\sigma = 0,$$
$$\int Z\, dm + \int p \cos. c\, d\sigma = 0,$$

ce qui montre que les sommes des composantes de la pression p que l'on a appliquée normalement à la surface de A, et des forces données qui agissent sur tous les points de sa masse, sont égales à zéro, suivant les trois axes des x, y, z.

Pour l'équilibre de ce système de forces, il faut encore que les sommes de leurs moments soient nulles autour des mêmes axes. Or, on peut écrire les équations (6) sous la forme :

$$\frac{d.py}{dx} - \frac{d.px}{dy} = (Xy - Yx)\rho,$$
$$\frac{d.px}{dz} - \frac{d.pz}{dx} = (Zx - Xz)\rho,$$
$$\frac{d.pz}{dy} - \frac{d.py}{dz} = (Yz - Zy)\rho;$$

et par des intégrations semblables aux précédentes, on en conclut

$$\int(\mathrm{X}y-\mathrm{Y}x)\,dm+\int p\,(y\cos.a-x\cos.b)\,d\sigma=0,$$
$$\int(\mathrm{Z}x-\mathrm{X}z)\,dm+\int p\,(x\cos.c-z\cos.a)\,d\sigma=0,$$
$$\int(\mathrm{Y}z-\mathrm{Z}y)\,dm+\int p\,(z\cos.b-y\cos.c)\,d\sigma=0;$$

équations dont les premiers membres sont les sommes des moments des mêmes forces dont les sommes des composantes sont déja égales à zéro.

§ III.

Calcul des pressions intérieures.

(11) Soient toujours x, y, z, les coordonnées d'un point quelconque M situé à une distance sensible de la surface du fluide. Par ce point, faisons passer une surface qui partage le fluide en deux portions que nous appelerons A et A′; divisons cette surface près du point M, en parties d'un grandeur insensible, par deux séries de lignes de courbure extrêmement resserrées; élevons en tous leurs points, des normales qui formeront, comme on sait, des surfaces développables par lesquelles les fluides A et A′ se trouveront décomposés en filets perpendiculaires à leur surface de séparation; appelons B le filet de A qui répond au point M, et proposons-nous de déterminer l'action exercée sur B par tous les filets de A′. Le rapport de cette force à la base de B sur la surface tracée par le point M, sera la *pression* rapportée à l'unité de surface et relative à ce point, provenant de l'action d'une partie A′ du fluide sur la partie A qui lui est contiguë.

Considérons un autre point M′ de la surface de séparation,

compris dans la sphère d'activité de M. Appelons B′ le filet de A′ qui répond à M′; soient m et m' deux points appartenant respectivement aux filets B et B′; désignons par R_i l'action mutuelle des deux molécules situées en m et m', par r_i la distance qui les sépare, et par $\alpha_i, \epsilon_i, \gamma_i$, les cosinus des angles que fait la droite mm' avec des parallèles aux axes des x, y, z, menées par le point m; représentons enfin par P, P′, P″, les composantes suivant ces axes, de la force totale qu'il s'agit de déterminer : nous aurons

$$P = -\Sigma R_i \alpha_i, \quad P' = -\Sigma R_i \epsilon_i, \quad P'' = -\Sigma R_i \gamma_i; \qquad (1)$$

les sommes Σ s'étendant à tous les points de B et à tous ceux des filets de A′ qui sont compris dans la sphère d'activité de B. A cause que la force R_i est regardée comme positive ou comme négative, selon qu'elle est répulsive ou attractive, les composantes P, P′, P″, tendront à augmenter ou à diminuer les coordonnées suivant lesquelles elles agissent, selon que leurs valeurs précédentes seront positives ou négatives.

(12) Si nous faisons par le point m une section de B parallèle à sa base, que nous représentions par μ le nombre de molécules contenues dans cette base, et par s la distance Mm; si nous supposons, de plus, le nombre μ très-grand, quoique la base de B ait une étendue insensible : le nombre de molécules contenues dans la section faite par le point m pourra être exprimé par $\mu(1 + hs)$, en négligeant le carré de s, et représentant par h un coefficient qui dépendra de la courbure de la surface de A au point M, et de la compression du fluide au point m comparée à celle qui a lieu au point M. Soit de même s' la perpendiculaire M′ m', abaissée du point m' sur cette surface, et μ' le nombre de molécules appar-

tenant à la base de B'; celui qui répondra à la section de B' faite par le point m' et parallèle à cette base, aura pour expression $\mu'(1 - hs')$, le coefficient h étant le même que précédemment, en négligeant le produit de s' et de la distance MM'. Par conséquent, si l'on néglige aussi le terme dépendant de ss', le produit de ces deux nombres sera

$$\mu\mu'[1 + h(s - s')].$$

Cela posé, à cause de la petitesse des sections faites dans B et B'. dont on peut supposer les dimensions insensibles eu égard même au rayon d'activité moléculaire, l'action des molécules de l'une sur les molécules de l'autre, se déduira de l'action mutuelle R, de deux molécules, en la multipliant par le produit de leurs nombres; les composantes suivant les axes des x, y, z, s'obtiendront donc en multipliant celles de la force R, par le produit précédent; et pour connaître l'action totale de B' sur B il faudra ensuite prendre leurs sommes étendues à toutes les sections de ces deux filets, ou à toutes les valeurs de s et s'. Or, il est aisé de voir que dans cette sommation, les termes multipliés par $s - s'$ se détruiront, et que le coefficient h disparaîtra du résultat; l'action d'un filet sur un autre sera donc indépendante de leur forme, c'est-à-dire, de leur élargissement ou rétrécissement, et de la variation du nombre de molécules appartenant à leurs sections: elle ne dépendra, toutes choses d'ailleurs égales, que de l'inclinaison mutuelle de ces filets. Ainsi, dans les sommations indiquées par les formules (1), on pourra regarder les filets fluides comme cylindriques, et ne considérer que des séries de molécules normales en tous les points de la surface de A.

(13) Afin de simplifier les calculs suivants, nous prendrons le plan des x, y, parallèle au plan tangent à cette surface, mené par le point M, et, par conséquent, l'axe des z parallèle à la normale en ce même point. Soient alors η, η', ζ, les coordonnées de M′, parallèles aux axes des x, y, z, et rapportées au point M comme origine. L'ordonnée ζ sera donnée en fonction de η et η' par l'équation de la surface de A; en supposant que cette surface ne présente aucune arrête vive près du point M, la valeur de ζ pourra se développer en série très-convergente suivant les puissances et les produits de η et η'; et si l'on néglige les termes du troisième ordre, et que l'on observe que $\zeta, \frac{d\zeta}{d\eta}, \frac{d\zeta}{d\eta'}$, s'évanouissent en même temps que ces variables, on aura simplement

$$\zeta = E\eta^2 + E'\eta'^2 + E''\eta\eta'; \quad (2)$$

E, E′, E″, étant des coefficients qui dépendront de la direction des axes des η et η' sur le plan tangent en M, et de la courbure de la surface de A au même point. Il est bon d'observer, relativement au signe de ζ, que si l'on suppose, pour fixer les idées, ce plan horisontal et l'axe des z dirigé de bas en haut, l'ordonnée ζ sera positive ou négative selon que le point M′ sera au-dessus ou au-dessous de ce même plan.

En négligeant de même les quantités du troisième ordre par rapport à s', η, η', et observant que s' est la perpendiculaire M′m' à la surface de A, les coordonnées de son extrémité m' rapportées aux mêmes axes que celles du point M′ de cette surface, auront pour valeurs :

$$\eta + s'\frac{d\zeta}{d\eta}, \quad \eta' + s'\frac{d\zeta}{d\eta'}, \quad -s' + \zeta.$$

D'après cela, on aura

$$\alpha_1 = \left(\eta + s'\frac{d\zeta}{d\eta}\right)\frac{1}{r_1},$$

$$\beta_1 = \left(\eta' + s'\frac{d\zeta}{d\eta'}\right)\frac{1}{r_1},$$

$$\gamma_1 = -(s + s' - \zeta)\frac{1}{r_1};$$

et la distance r_1 sera donnée par l'équation :

$$r_1^2 = \left(\eta + s'\frac{d\zeta}{d\eta}\right)^2 + \left(\eta' + s'\frac{d\zeta}{d\eta'}\right)^2 + (s + s' - \zeta)^2.$$

On a identiquement

$$2\zeta = \eta\frac{d\zeta}{d\eta} + \eta'\frac{d\zeta}{d\eta'};$$

au degré d'approximation où nous nous arrêtons, on aura donc

$$r_1^2 = \eta^2 + \eta'^2 + (s + s')^2 - 2(s - s')\zeta,$$

$$r_1 = r - \frac{(s - s')\zeta}{r},$$

$$R_1 = R - \frac{(s - s')\zeta}{r}\frac{dR}{dr},$$

en faisant, pour abréger,

$$r^2 = \eta^2 + \eta'^2 + (s + s')^2,$$

et appelant R ce que devient R_1 quand on y met r au lieu de r_1. On substituera cette valeur de r_1 dans celles de α_1, β_1, γ_1, et celles-ci, avec la valeur de R_1, dans les équations (1).

Les sommes Σ s'étendront à toutes les valeurs positives de s et s', et à toutes les valeurs positives ou négatives de η et η'. Dans l'étendue de ces sommations, on devra avoir égard à

la variation de la matière du fluide et à celle des intervalles moléculaires ; mais relativement aux quantités comprises sous les signes Σ, qui sont déja du premier ordre par rapport aux variables η, η', s, s', ou du second ordre, abstraction faite du dénominateur r, il sera permis de négliger ces variations, et de faire croître les variables par des différences égales. Alors, il est évident que ceux des termes qui dépendront de la première puissance de η ou de η', disparaîtront dans les sommations relatives à η et η', et que ceux qui ont pour facteur la différence $s - s'$ se détruiront de même dans la double somme relative à s et s'. Delà, on conclut qu'il suffira, dans les équations (1), de remplacer R_1 par R, et de faire

$$\alpha_1 = \frac{\eta}{r}, \quad 6_1 = \frac{\eta'}{r}, \quad \gamma_1 = -\frac{(s+s')}{r} + \frac{\zeta}{r};$$

au moyen de quoi, nous aurons

$$P = -\Sigma \frac{R\eta}{r}, \quad P' = -\Sigma \frac{R\eta'}{r}, \quad P'' = \Sigma \frac{R(s+s')}{r} - \Sigma \frac{R\zeta}{r}. \qquad (3)$$

Si l'on excepte la seconde partie de P″, ces formules sont les mêmes qui si la surface de séparation de A et A′ était un plan. A cause que le facteur ζ est une quantité du second ordre par rapport à η et η', on pourra dans le calcul de la seconde partie de P″, faire abstraction des variations des intervalles moléculaires et de la matière du fluide.

(14) Dans les sommations relatives à s et s', il sera inutile d'avoir égard à ces mêmes variations le long des lignes Mm et M′m' ; car il n'en résulterait, sous les signes Σ, que des termes qui auraient pour facteur $s - s'$, et qui disparaîtraient dans cette double sommation. Ainsi, l'on fera abstraction

dans R, des variables s et s' qui peuvent y être contenues indépendamment de r; et en désignant par ε et ε' les grandeurs des intervalles moléculaires aux points M et M′, on considérera s comme un multiple de ε et s' comme un multiple de ε'. De plus, on aura

$$\varepsilon' = \varepsilon + \frac{d\varepsilon}{dx}\eta + \frac{d\varepsilon}{dy}\eta';$$

par conséquent on remplacera s' par

$$s' + \frac{s'}{\varepsilon}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\eta + \frac{d\varepsilon}{dy}\eta'\right);$$

ce qui revient à remplacer $s + s'$ par

$$s + s' + \frac{s+s'}{2\varepsilon}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\eta + \frac{d\varepsilon}{dy}\eta'\right),$$

en observant que s' est la demi-somme de $s' + s$ et de $s' - s$, et supprimant la partie qui serait multipliée par $s' - s$. On considérera ensuite s' et s comme des multiples de l'intervalle ε tel qu'il est au point M.

Soit u la distance MM′ considérée comme un multiple de ε, et u' ce qu'elle devient en ayant égard à la variation des intervalles moléculaires suivant sa longueur ; par le même raisonnement que dans le n° 6, on trouvera

$$u' = u + \frac{u}{2\varepsilon}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\eta + \frac{d\varepsilon}{dy}\eta'\right).$$

En appelant ψ l'angle que fait la droite MM′ avec l'axe de x, on aura en même temps

$$\eta = u' \cos.\psi, \quad \eta' = u' \sin.\psi.$$

Par l'effet du changement de compression, le long des droites MM′, Mm, M′m′, les variables η, η', $s+s'$, et par suite la variable r, se trouveront multipliées par un même facteur $1+\frac{1}{2\varepsilon}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\eta+\frac{d\varepsilon}{dy}\eta'\right)$; par conséquent les facteurs $\frac{s+s'}{r}$, $\frac{\eta}{r}$, $\frac{\eta'}{r}$, contenus dans les formules (3), ne changeront pas, et la force R deviendra

$$\mathrm{R}+\frac{r}{2\varepsilon}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\eta+\frac{d\varepsilon}{dy}\eta'\right)\frac{d\mathrm{R}}{dr}.$$

Si l'on a égard à la variation de la matière du fluide parallèlement au plan des x, y, cette fonction R devra être remplacée, d'après le n° 6, par

$$\mathrm{R}+\tfrac{1}{2}\frac{d\mathrm{R}}{dx}\eta+\tfrac{1}{2}\frac{d\mathrm{R}}{dy}\eta',$$

les différences partielles étant prises sans faire varier r. Par l'effet de ces causes réunies, R deviendra donc

$$\mathrm{R}+\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\mathrm{R}}{dx}+\frac{r}{\varepsilon}\frac{d\mathrm{R}}{dr}\frac{d\varepsilon}{dx}\right)\eta+\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\mathrm{R}}{dy}+\frac{r}{\varepsilon}\frac{d\mathrm{R}}{dr}\frac{d\varepsilon}{dy}\right)\eta',$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\mathrm{R}+\tfrac{1}{2}\frac{d\mathrm{R}}{dx}\eta+\tfrac{1}{2}\frac{d\mathrm{R}}{dy}\eta'; \qquad (4)$$

les différences partielles étant prises maintenant en faisant varier ε dont r est un multiple, aussi bien que les x et y que R renferme en dehors de r.

Du point M comme centre, d'un rayon égal à u', et dans un plan parallèle à celui des x, y, décrivons une circonférence de cercle; divisons cette courbe en un très-grand nombre de parties dont chacune renferme néanmoins un nombre

très-considérable de molécules. La longueur de la partie qui répond au point M′ sera $u'\sigma$, σ étant la partie correspondante sur la circonférence concentrique qui a l'unité pour rayon; le rapport $\frac{u'\sigma}{\varepsilon'}$ exprimera le nombre de molécules contenues dans $u'\sigma$; et d'après les valeurs précédentes de u' et ε', on aura

$$\frac{u'\sigma}{\varepsilon'}=\frac{u\sigma}{\varepsilon}\left(1-\frac{1}{2}\frac{d\varepsilon}{dx}\frac{\eta}{\varepsilon}-\frac{1}{2}\frac{d\varepsilon}{dy}\frac{\eta'}{\varepsilon}\right),$$

en négligeant toujours les quantités du second ordre par rapport à η et η'. Si donc on multiplie par ce rapport, les quantités comprises sous les signes Σ dans les formules (3), et que l'on y mette pour ζ et R, les formules (2) et (4), les quantités soumises aux sommations seront des fonctions de u, s, s', ψ, dans lesquelles on regardera u, s, s', comme des multiples de ε, et l'angle ψ comme un multiple de σ.

Relativement à cet angle, les sommations devront s'étendre à la circonférence entière, et s'effectueront immédiatement : on aura effectivement

$$\Sigma\cos.^2\psi\,\sigma=\int_0^{2\pi}\cos.^2\psi\,d\psi=\pi;$$

la somme $\Sigma\sin.^2\psi\,\sigma$ aura la même valeur que $\Sigma\cos.^2\psi\,\sigma$; la somme $\Sigma\cos.\psi\sin.\psi\,\sigma$ sera nulle, et $\Sigma\sigma$ égale à 2π. Cela étant, d'après les substitutions qu'on vient d'indiquer, les équations (3), se changeront en celles-ci :

$$\left.\begin{aligned}
P&=\frac{\pi}{2}\Sigma\left(R\frac{d\varepsilon}{\varepsilon dx}-\frac{dR}{dx}\right)\frac{u^3}{r\varepsilon},\\
P'&=\frac{\pi}{2}\Sigma\left(R\frac{d\varepsilon}{\varepsilon dy}-\frac{dR}{dy}\right)\frac{u^3}{r\varepsilon},\\
P''&=2\pi\Sigma\frac{R(s+s')u}{r\varepsilon}-\pi(E+E')\Sigma\frac{Ru^3}{r\varepsilon}.
\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

Les sommes Σ qu'elles renferment sont actuellement des sommes triples, relatives aux valeurs positives des u, s, s', que l'on pourra étendre jusqu'à l'infini, à cause qu'il suffit que l'une de ces variables ait acquis une valeur sensible, pour rendre sensible la distance r et insensible la fonction R. On pourra aussi faire commencer ces sommes à zéro, quoique les réductions précédentes ne conviennent qu'aux valeurs de r qui sont de très-grands multiples de ε; mais on observera, comme dans le n° 8, que la partie de chaque somme correspondante aux valeurs de r qui ne remplissent pas cette condition, peut être négligée ou rétablie arbitrairement, sans altérer la somme entière d'une manière sensible. Nous étendrons les sommes précédentes depuis zéro jusqu'à l'infini par rapport aux trois variables u, s, s', qui croîtront par des différences égales entre elles et à ε.

(15) La double somme relative à s et s' se réduit à une somme simple par la considération suivante.

Soit $F(s+s')$ une fonction qui devient insensible dès que la variable a acquis une grandeur sensible. En donnant successivement à chacune des variables s et s', la série de valeurs $\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, 4\varepsilon$, etc., prolongée jusqu'à l'infini, et à une seule la valeur zéro, on aura

$$\begin{aligned}\Sigma\Sigma F(s+s') = {} & F\varepsilon + F2\varepsilon + F3\varepsilon + F4\varepsilon + \text{etc.} \\ & + F2\varepsilon + F3\varepsilon + F4\varepsilon + \text{etc.} \\ & + F3\varepsilon + F4\varepsilon + \text{etc.} \\ & + F4\varepsilon + \text{etc.} \\ & + \text{etc.},\end{aligned}$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\Sigma\Sigma F(s+s') = F\varepsilon + 2F\varepsilon + 3F3\varepsilon + 4F4\varepsilon + \text{etc.};$$

d'où l'on conclut

$$\Sigma\Sigma\varepsilon F(s+s')=\Sigma v F v;$$

la nouvelle somme Σ s'étendant à toutes les valeurs positives de v, dont la différence est constante et égale à ε.

D'après cela, si nous faisons $s+s'=v$ dans les équations (5), nous aurons

$$P=\frac{\pi}{2}\Sigma\left(R\frac{d\varepsilon}{\varepsilon dx}-\frac{dR}{dx}\right)\frac{u^3 v}{r\varepsilon^2},$$

$$P'=\frac{\pi}{2}\Sigma\left(R\frac{d\varepsilon}{\varepsilon dy}-\frac{dR}{dy}\right)\frac{u^3 v}{r\varepsilon^2},$$

$$P''=2\pi\Sigma\frac{R u v^2}{r\varepsilon^2}-\pi(E+E')\Sigma\frac{u^3 v}{r\varepsilon^2};$$

et les sommes Σ que ces formules renferment ne seront plus que des sommes doubles relatives à u et v, la variable r dont R est fonction, ayant pour valeur $\sqrt{u^2+v^2}$.

Pour les réduire davantage, concevons un plan indéfiniment prolongé; par un point O, menons dans ce plan, deux axes rectangulaires, et supposons que u et v sont les coordonnées d'un point quelconque de ce même plen, rapportées à ces axes : les sommes Σ s'étendront à toutes les molécules comprises dans l'angle des coordonnées positives, l'intervalle moléculaire étant constant et égal à ε. Remplaçons les coordonnées u et v, par le rayon vecteur r et l'angle qu'il fait avec l'axe des u, que nous représenterons par θ; nous aurons

$$u=r\cos.\theta, \quad v=r\sin.\theta.$$

Décrivons du point O comme centre et d'un rayon égal à r, un quart de circonférence dans l'angle des coordonnées po-

sitives; divisons cette courbe en un très-grand nombre de parties, dont chacune renferme cependant un nombre très-considérable de molécules; on pourra représenter par $r\varphi$ la grandeur d'une partie quelconque, φ étant celle de la partie correspondante sur la circonférence concentrique dont le rayon est l'unité; et le nombre de molécules contenues dans $r\varphi$ sera le rapport $\frac{r\varphi}{\varepsilon}$. Si donc on multiple par ce nombre, les quantités comprises sous les signes Σ, on pourra ensuite faire croître l'angle θ par des différences égales à φ depuis $t=0$ jusqu'à $\theta=\frac{1}{2}\pi$. On aura alors

$$\Sigma\cos.^3\theta\sin.\theta\varphi=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\cos.^3\theta\sin.\theta d\theta=\frac{1}{4},$$

$$\Sigma\sin.^2\theta\cos.\theta\varphi=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin.^2\theta\cos.\theta d\theta=\frac{1}{3};$$

et les formules précédentes deviendront

$$P=\frac{\pi}{8}\Sigma\left(R\frac{d\varepsilon}{\varepsilon dx}-\frac{dR}{dx}\right)\frac{r^4}{\varepsilon^3},$$

$$P'=\frac{\pi}{8}\Sigma\left(R\frac{d\varepsilon}{\varepsilon dy}-\frac{dR}{dy}\right)\frac{r^4}{\varepsilon^3},$$

$$P''=\frac{2\pi}{3}\Sigma\frac{Rr^3}{\varepsilon^3}-\frac{\pi}{4}(E+E')\Sigma\frac{Rr^4}{\varepsilon^3}.$$

Ainsi, les forces P, P', P'', qui étaient primitivement exprimées par des sommes quadruples, le sont maintenant par des sommes simples. Celles-ci sont relatives à la variable r dont la différence est la quantité ε, d'une grandeur insensible, mais déterminée. Elles s'étendront depuis $r=0$ jusqu'à $r=\infty$.

(16) Si l'on prend sur la surface de A, autour du point M, une aire ω, d'une étendue insensible, mais qui comprenne néanmoins un nombre très-grand de molécules, les valeurs de P, P′, P″, ne varieront pas sensiblement pour toutes ces molécules, dont le nombre sera $\frac{\omega}{\varepsilon^2}$. En multipliant P, P′, P″, par ce nombre, on aura donc les composantes de la pression exercée sur l'aire ω; et si on représente les produits par $T\omega$, $T'\omega$, $N\omega$, les coefficients T, T′, N, seront celles de la pression relative au point M et rapportée à l'unité de surface : N sera la pression normale et dirigée de dehors en dedans de A; T et T′ exprimeront les composantes de la pression tangentielle.

Si l'on désigne par λ et λ' les deux rayons de courbure principaux de la surface de A au point M, on aura

$$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}=2(E+E');$$

et, en ayant égard au signe que doit avoir l'ordonnée ζ déterminée par l'équation (2) dont celle-ci est déduite, on verra que ces rayons devront être regardés comme positifs ou négatifs, selon que la surface de A sera convexe ou concave au point que l'on considère. Soit n un nombre entier et positif. Faisons $r=n\varepsilon$, et, pour abréger,

$$\frac{2\pi}{3}\Sigma\frac{Rn^3}{\varepsilon^2}=p, \quad -\frac{\pi}{8}\Sigma\frac{Rn^4}{\varepsilon}=q; \qquad (6)$$

les sommes Σ s'étendant à toutes les valeurs de n depuis $n=1$ jusqu'à $n=\infty$. La valeur de N, déduite de celle qu'on vient de trouver pour P″, sera

$$N=p+q\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right). \qquad (7)$$

En même temps, les valeurs de T et T′ déduites de celles de P et P′, et mises sous la forme la plus simple, seront

$$T=\frac{dq}{dx},\quad T'=\frac{dq}{dy}. \qquad (8)$$

La quantité p est la même que celle qui est désignée par cette lettre dans les équations (6) du n° 9. En comparant entre elles les quantités p et q, et observant que les fonctions de r comprises sous les signes Σ, sont la même chose que $\frac{Rr^3}{\varepsilon^5}$ et $\frac{Rr^4}{\varepsilon^5}$, on voit que les termes de q renferment de plus que ceux de p, un facteur r de grandeur insensible. Mais il ne s'ensuit pas, ainsi qu'on le verra par la suite (n° 30), que q soit insensible et doive être négligé par rapport à p. Dans les liquides, ce coefficient peut avoir une valeur appréciable, dépendant comme celle de p, de la matière, de la température et du degré de compression, ou de la grandeur de ε. Il en résulte que dans leur intérieur, la pression exercée par une portion de ces fluides sur la portion contiguë, n'est pas nécessairement normale à la surface de séparation et indépendante de sa forme. Mais il ne paraît pas que la cause qui rend possible la valeur de q dans les liquides, puisse avoir une influence sensible dans les fluides aériformes; en sorte qu'on peut regarder dans ceux-ci, le coefficient q comme nul, et la pression intérieure comme normale et indépendante de la surface sur laquelle elle s'exerce. La cause dont nous parlons tient à ce que la répulsion calorifique et l'attraction moléculaire dont la force R est la différence, sont l'une et l'autre très-grandes en égard à cette différence; circonstance qui n'a pas lieu dans les gaz et les vapeurs, où l'on regarde, au contraire, la répulsion comme prépondérante et l'attraction comme à peu près nulle.

(17) Pour simplifier les calculs précédents, nous avons donné une direction particulière aux axes des coordonnées; maintenant nous allons rapporter à des axes quelconques, les coordonnées du point M auquel répondent les formules (7) et (8).

En continuant de représenter ces coordonnées par x, y, z, et considérant z comme une fonction de x et y, donnée par l'équation de la surface de A, on aura, d'après les formules connues,

$$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}=\frac{d.\frac{1}{\nu}\frac{dz}{dx}}{dx}+\frac{d.\frac{1}{\nu}\frac{dz}{dy}}{dy},$$

où l'on a fait, pour abréger,

$$\nu=\sqrt{1+\frac{dz^2}{dx^2}+\frac{dz^2}{dy^2}}.$$

Par conséquent, si l'on appelle V la partie de la force normale N qui dépend de la forme de A, on aura

$$\mathrm{V}=q\left(\frac{d.\frac{1}{\nu}\frac{dz}{dx}}{dx}+\frac{d.\frac{1}{\nu}\frac{dz}{dy}}{dy}\right). \qquad (9)$$

Le signe du radical que ν représente est ambigu; mais pour que la quantité $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}$ soit positive ou négative, d'après le numéro précédent, selon que la surface de A est convexe ou concave au point M, il est aisé de s'assurer qu'on devra considérer le radical ν comme positif ou comme négatif, selon que la parallèle à l'axe des z, menée par le point M et dirigée dans le sens des z positives, fera un angle aigu ou obtus avec la normale à la surface de A, menée par le même point

et comprise dans l'intérieur de cette partie du fluide. Si, par exemple, ces deux droites coïncident, ou si elles sont dans le prolongement l'une de l'autre, on aura, dans ces deux cas,

$$\frac{dz}{dx}=0, \quad \frac{dz}{dy}=0;$$

et l'on prendra $\nu=+1$ dans le premier, et $\nu=-1$ dans le second; d'où il résultera pour la quantité $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}$, le signe qu'elle doit avoir, soit que la surface de A soit convexe ou qu'elle soit concave au point M.

Désignons, comme précédemment, par η, η', ζ, les coordonnées d'un point M′ de la surface de A, rapportées au point M comme origine, et aux directions des forces T, T′, N; appelons q' ce que q devient en ce point M′; il est évident que les formules (8) seront la même chose que

$$T=\frac{dq'}{d\eta}, \quad T'=\frac{dq'}{d\eta'},$$

pourvu que l'on fasse $\eta=0$, $\eta'=0$, après les différentiations, ce qui rendra aussi nulles l'ordonnée ζ et les différences partielles $\frac{d\zeta}{d\eta}$ et $\frac{d\zeta}{d\eta'}$. Les coordonnées de M′, rapportées aux axes quelconques des x, y, z, seront

$$\begin{aligned} &x+\eta a+\eta' b+\zeta c,\\ &y+\eta a'+\eta' b'+\zeta c',\\ &z+\eta a''+\eta' b''+\zeta c''; \end{aligned}$$

a, b, etc., étant les cosinus des angles compris entre les axes des η, η', ζ, et ceux des x, y, z, lesquels cosinus sont liés

entre eux par des équations connues qu'il est inutile d'écrire. On pourra considérer q' comme une fonction de ces trois nouvelles coordonnées; et alors on aura

$$\frac{dq'}{d\eta}=\left(\frac{dq}{dx}\right)a+\left(\frac{dq}{dy}\right)a'+\left(\frac{dq}{dz}\right)a'',$$
$$\frac{dq'}{d\eta'}=\left(\frac{dq}{dx}\right)b+\left(\frac{dq}{dy}\right)b'+\left(\frac{dq}{dz}\right)b'',$$

pour les valeurs particulières $\eta=0$ et $\eta'=0$.

Les parenthèses dont sont enveloppées les différences partielles de q, indiquent que ces différences doivent être prises en regardant les trois variables x, y, z, comme indépendantes; mais nous pouvons aussi considérer z comme une fonction de x et y donnée par l'équation de la surface de A; et sous ce point de vue, nous aurons

$$\left(\frac{dq}{dx}\right)=\frac{dq}{dx}-\left(\frac{dq}{dz}\right)\frac{dz}{dx},\quad \left(\frac{dq}{dy}\right)=\frac{dq}{dy}-\left(\frac{dq}{dz}\right)\frac{dz}{dy}.$$

D'ailleurs l'axe de ζ positives étant la normale à la surface de A, menée par le point M et comprise dans l'intérieur de A, on aura

$$c=-\frac{1}{v}\frac{dz}{dx},\quad c'=-\frac{1}{v}\frac{dz}{dy},\quad c''=\frac{1}{v},$$

en donnant à v le même signe que dans l'expression de V. On a d'ailleurs

$$ac+a'c'+a''c''=0,\quad bc+b'c'+b''c''=0;$$

on aura donc aussi

$$a''=a\frac{dz}{dx}+a'\frac{dz}{dy},\quad b''=b\frac{dz}{dx}+b'\frac{dz}{dy};$$

ce qui fera disparaître $\left(\frac{dq}{dz}\right)$ dans les expression précédentes de $\frac{dq'}{dn}$ et $\frac{dq'}{dn'}$, et réduira à

$$T=\frac{dq}{dx}a+\frac{dq}{dy}a', \quad T'=\frac{dq}{dx}b+\frac{dq}{dy}b', \quad (10)$$

celles des forces tangentielles T et T'.

(18) Nous pouvons remplacer les trois forces V, T, T', dont les directions varient avec le point M, par d'autres qui répondent à des directions fixes et indépendantes de la position de ce point. Pour cela, supposons qu'on ait d'abord pris la résultante de V, T, T', et qu'on la décompose ensuite suivant les axes des x, y, z. Soient X_1, Y_1, Z_1, ses trois nouvelles composantes; nous aurons

$$\begin{aligned} X_1&=Ta+T'b+Vc,\\ Y_1&=Ta'+T'b'+Vc',\\ Z_1&=Ta''+T'b''+Vc''. \end{aligned}$$

Je substitue dans ces formules les valeurs de T et T', données par les équations (10), et celles de c, c', c''; j'observe que l'on a

$$a^2+b^2=1-c^2=\frac{1}{v^2}\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right),$$

$$a'^2+b'^2=1-c'^2=\frac{1}{v^2}\left(1+\frac{dz^2}{dy^2}\right),$$

$$a''^2+b''^2=1-c''^2=\frac{1}{v^2}\left(\frac{dz^2}{dx^2}+\frac{dz^2}{dy^2}\right),$$

$$aa'+bb'=-cc'=-\frac{1}{v^2}\frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy},$$

$$aa''+bb''=-cc''=\frac{1}{v^2}\frac{dz}{dx},$$

$$a'a''+b'b''=-c'c''=\frac{1}{v^2}\frac{dz}{dy};$$

d'où il résulte

$$X_1 = \frac{1}{v^2}\left(1+\frac{dz^2}{dy^2}\right)\frac{dq}{dx} - \frac{1}{v^2}\frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}\frac{dq}{dy} - \frac{1}{v}\frac{dz}{dx}V,$$

$$Y_1 = \frac{1}{v^2}\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right)\frac{dq}{dy} - \frac{1}{v^2}\frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}\frac{dq}{dx} - \frac{1}{v}\frac{dz}{dy}V,$$

$$Z_1 = \frac{1}{v^2}\frac{dz}{dx}\frac{dq}{dx} + \frac{1}{v^2}\frac{dz}{dy}\frac{dq}{dy} + \frac{1}{v}V;$$

et en y mettant pour V sa valeur donnée par l'équation (9), ces équations peuvent s'écrire sous la forme :

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \frac{1}{v}\frac{d.\frac{q}{v}\left(1+\frac{dz^2}{dy^2}\right)}{dx} - \frac{1}{v}\frac{d.\frac{q}{v}\frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}}{dy}, \\ Y_1 &= \frac{1}{v}\frac{d.\frac{q}{v}\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right)}{dy} - \frac{1}{v}\frac{d.\frac{q}{v}\frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}}{dx}, \\ Z_1 &= \frac{1}{v}\frac{d.\frac{q}{v}\frac{dz}{dx}}{dx} + \frac{1}{v}\frac{d.\frac{q}{v}\frac{dz}{dy}}{dy}. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Ainsi, la pression rapportée à l'unité de surface et exercée en chaque point de la superficie de A par le fluide environnant, se compose de deux parties : l'une égale à p, normale et dirigée de dehors en dedans; l'autre dont les composantes suivant les axes des x, y, z, sont les forces X_1, Y_1, Z_1, données par les équations (11). On suppose A enveloppé en entier, et tous les points de sa surface à une distance sensible de celle du fluide. Or, d'après ce qu'on a vu dans le n° 10, la pression p fait équilibre aux forces données qui agissent sur tous les points de A; il faudra donc que les forces X_1, Y_1, Z_1, appliquées sur tous les points de sa surface, se fassent équilibre sans le secours d'aucune autre force : c'est effectivement ce que nous allons vérifier dans le numéro suivant.

(19) Pour fixer les idées, nous supposerons que l'axe des z soit vertical et dirigé de bas en haut, et que A soit situé en entier au-dessus du plan des x, y; nous supposerons aussi, comme dans le n° 10, que chaque perpendiculaire à ce plan ne rencontre qu'en deux points la surface de A; et comme les formules (11) sont évidemment indépendantes du signe de v, nous conviendrons de prendre ce radical avec le signe + dans toute l'étendue de cette surface.

Cela posé, circonscrivons à cette même surface, un cylindre vectical qui la touchera suivant une certaine courbe, et la divisera en deux parties, l'une inférieure et l'autre supérieure. Dans toute la première partie, la normale intérieure fera un angle aigu avec l'axe des z; et puisque v est une quantité positive, on aura

$$c=-\frac{1}{v}\frac{dz}{dx},\quad c'=-\frac{1}{v}\frac{dz}{dy},\quad c''=\frac{1}{v};$$

les angles dont c, c', c'', sont les cosinus répondant à cette partie de la normale. Dans toute la partie supérieure, ce sera la normale extérieure qui fera un angle aigu avec l'axe des z; et en appelant c_1, c_1, c_1'', les cosinus des angles qui s'y rapportent, on aura aussi, à cause de v positif,

$$c_1=-\frac{1}{v}\frac{dz}{dx},\quad c'_1=-\frac{1}{v}\frac{dz}{dy},\quad c''_1=\frac{1}{v}.$$

Enfin si l'on désigne par ds, l'élément différentiel de la surface de A, qui doit être positif, ainsi que sa projection horizontale $dxdy$, on aura

$$ds=v\,dxdy,$$

dans toute l'étendue de cette surface, toujours à cause de v positif.

Multiplions les équations (11) par ds, puis intégrons dans toute cette étendue; nous aurons, d'après les formules précédentes,

$$\int X_1 ds = \iint \left\{ \frac{d.\frac{q}{c''}(c'^2+c''^2)}{dx} - \frac{d.\frac{qcc'}{c''}}{dy} \right\} dx\,dy + \iint \left\{ \frac{d.\frac{q}{c''_1}(c'^2_1+c''^2_1)}{dx} - \frac{d.\frac{qc_1c'_1}{c''_1}}{dy} \right\} dx\,dy,$$

$$\int Y_1 ds = \iint \left\{ \frac{d.\frac{q}{c''}(c^2+c''^2)}{dy} - \frac{d.\frac{qcc'}{c''}}{dx} \right\} dx\,dy + \iint \left\{ \frac{d.\frac{q}{c''_1}(c_1^2+c''^2_1)}{dy} - \frac{d.\frac{qc_1c'_1}{c''_1}}{dx} \right\} dx\,dy,$$

$$\int Z_1 ds = \iint \left(\frac{d.qc}{dx} + \frac{d.qc'}{dy} \right) dx\,dy + \iint \left(\frac{d.qc_1}{dx} + \frac{d.qc'_1}{dy} \right) dx\,dy;$$

les premières intégrales doubles de chacune de ces expressions, répondant à la surface inférieure de A, et les secondes, à la surface supérieure. Les unes et les autres auront donc pour limite commune, la courbe de contact de A et du cylindre vertical circonscrit; en sorte qu'elles doivent être étendues aux valeurs de x et y, relatives à tous les points de la base de ce cylindre sur le plan horizontal de ces coordonnées.

Nous supposerons que chaque droite horizontale, aussi bien que chaque verticale, ne rencontre qu'en deux points la surface de A; il en résultera que chaque droite menée dans l'intérieur de la base du cylindre, parallèlement à l'axe des x ou des y, ne coupera aussi son contour qu'en deux

points seulement. Cela étant, menons à cette courbe deux tangentes parallèles à l'axe des y, par exemple, dont les points de contact diviseront sa circonférence en deux parties; nous aurons

$$\iint \frac{d.qc'}{dy} dx dy = \left(\int qc' dx\right) - \left[\int qc' dx\right],$$
$$\iint \frac{d.qc_{,}'}{dy} dx dy = \left(\int qc_{,}' dx\right) - \left[\int qc_{,}' dx\right];$$

les intégrales comprises entre des parenthèses répondant à l'une de ces parties, et celles qui sont renfermées entre des crochets appartenant à l'autre. Mais pour tous les points de la courbe de contact du cylindre et de A, et par conséquent pour toutes les valeurs de x et y qui appartiennent à la projection horizontale de cette courbe, la quantité q est la même, soit qu'elle appartienne à la partie supérieure ou à la partie inférieure de la surface de A; de plus la normale intérieure à l'une de ces parties est, en chacun des mêmes points, le prolongement de la normale extérieure à l'autre partie, ou, autrement dit, les angles qui ont c, c', c'', pour cosinus, sont les suppléments de ceux dont les cosinus sont $c_{,}$, $c_{,}'$, $c_{,}''$: dans les intégrales simples qui précèdent, on fera donc $qc' = -qc_{,}'$; d'où il résultera

$$\left(\int qc' dx\right) + \left(\int qc_{,}' dx\right) = 0, \quad \left[\int qc' dx\right] + \left[\int qc_{,}' dx\right] = 0,$$

et par conséquent

$$\iint \frac{d.qc'}{dy} dx dy + \iint \frac{d.qc_{,}'}{dy} dx dy = 0.$$

On prouvera de même que l'on a

$$\iint \frac{d.qc}{dx} dx dy + \iint \frac{d.qc_1}{dx} d\dot{x} dy = 0;$$

et en ajoutant ces deux équations, on en conclura

$$\int Z_1 ds = 0.$$

Par un raisonnement semblable, on trouvera

$$\int X_1 ds = 0, \quad \int Y_1 ds = 0.$$

Ainsi les sommes des composantes des forces que nous considérons, sont nulles suivant les trois axes des x, y, z.

Les équations (11) donnent celles-ci :

$$X_1 z - Z_1 x = \frac{1}{v} \frac{d.\frac{q}{v}\left[\left(1+\frac{dz^2}{dy^2}\right)z - \frac{dz}{dx}x\right]}{dx} - \frac{1}{v} \frac{d.\frac{q}{v}\frac{dz}{dy}\left(\frac{dz}{dx}z + x\right)}{dy},$$

$$Y_1 z - Z_1 y = \frac{1}{v} \frac{d.\frac{q}{v}\left[\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right)z - \frac{dz}{dy}y\right]}{dy} - \frac{1}{v} \frac{d.\frac{q}{v}\frac{dz}{dx}\left(\frac{dz}{dy}z + y\right)}{dx},$$

$$X_1 y - Y_1 x = \frac{1}{v} \frac{d.\frac{q}{v}\left[\left(1+\frac{dz^2}{dy^2}\right)y + \frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}x\right]}{dx} - \frac{1}{v} \frac{d.\frac{q}{v}\left[\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right)x + \frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}y\right]}{dy};$$

et comme les seconds membres de ces nouvelles équations ont la même forme que ceux des équations (11), on en conclura, par une analyse semblable à la précédente

$$\int (X_1 z - Z_1 x) ds = 0, \quad \int (Y_1 z - Z_1 y) ds = 0,$$

$$\int (X_1 y - Y_1 x) ds = 0;$$

les intégrales s'étendant à la surface entière de A. Les sommes des moments des forces X_1, Y_1, Z_1, par rapport aux axes des x, y, z, sont donc aussi égales à zéro, et par conséquent ces forces, appliquées à toute la surface de A, se détruisent mutuellement, ce qu'il s'agissait de vérifier.

(20) Quoique nous ayons supposé qu'une droite menée dans l'intérieur de A, ne rencontrait sa surface qu'en deux points seulement, il est aisé de voir que la démonstration précédente s'appliquerait encore au cas où il y aurait un autre nombre pair d'intersections. Il faudra alors diviser la surface en plus de deux parties contiguës, et étendre les intégrales à chacune de ces parties séparément. La conclusion sera la même dans tous les cas, et indépendante des sinuosités de A. Mais on ne doit pas oublier que l'analyse qui nous a conduits aux expressions des forces P, P′, P″, relatives à un point quelconque M, suppose essentiellement la continuité de la surface de A. Si cette surface est composée de deux parties dont les plans tangents à leurs points de jonction forment un angle fini, en sorte que la surface ait une arête vive, ou même, si elle présente une arête arrondie dont l'épaisseur n'excède pas le rayon d'activité moléculaire, et, en même temps, si le point M en est éloigné d'une distance moindre que ce rayon, tous les filets perpendiculaires à la surface de A, dans lesquels nous avons décomposé les deux parties contiguës du fluide, ne s'étendront plus jusqu'à la limite de l'action moléculaire, ainsi que le suppose la démonstration du n° 12. On ne pourra pas non plus exprimer l'ordonnée ζ de la surface par la formule (2). Il faudra donc recourir à des moyens particuliers pour déterminer dans chaque cas, la partie de chacune des forces P, P′, P″, qui

dépendra de la forme de A. De plus cette partie variera très-rapidement avec la distance de M à l'arête vive; d'où il résultera qu'en la soumettant à une nouvelle sommation pour en déduire la partie correspondante de la pression qui aura lieu sur une étendue insensible de part et d'autre de l'arête, on pourra obtenir pour cette force une valeur sensible: encore bien que cette pression réponde à une étendue insensible de la surface, il ne sera pas permis d'en faire abstraction; et elle contribuera à l'équilibre des forces V, T, T', du n° 17, appliquées à la surface entière.

(21) Pour confirmer cette observation, par un exemple fort simple, supposons que A soit un cylindre vertical d'un très-petit rayon que nous représenterons par l, terminé en bas par une portion de sphère dont le rayon sera a, et en haut par une autre portion sphérique d'un rayon a' : ces deux parties sphériques pourront d'ailleurs être concaves ou convexes en dehors; et d'après le n° 16, leurs rayons devront être regardés, dans l'expression de la force N, comme positifs dans le cas de la convexité, et comme négatifs dans le cas de la concavité. D'après le n° 10, la partie de cette pression normale, qui est indépendante de la forme de A, fera toujours équilibre aux forces données qui agissent sur cette portion du fluide. Si le rayon l est assez petit pour que la quantité q ne varie pas sensiblement dans le sens horizontal, les composantes horizontales des forces V, T, T', se détruiront à cause que tout sera symétrique autour de l'axe vertical de A. Il ne restera donc à considérer que leurs composantes verticales, et celles des pressions inconnues qui répondent aux deux arêtes circulaires de A, c'est-à-dire, aux lignes de jonction du cylindre et des deux parties sphériques dont A

est formé. Pour que cette partie du fluide demeure en équilibre, il faudra que la somme de ces forces, calculée pour la surface entière, soit égale à zéro.

Appelons f la composante verticale et dirigée de bas en haut, de la pression inconnue qui répond à l'arête inférieure, et f' la pression, dirigée en sens contraire, relative à l'arête supérieure : ces deux pressions sont rapportées à l'unité de longueur; elles s'étendent en chaque point d'une arête, jusqu'à une distance insensible de part et d'autre de la courbe; à cause de la petitesse de l, on peut les regarder comme constantes dans toute la longueur de chaque arête, et prendre $2\pi lf$ et $2\pi lf'$ pour les pressions verticales sur les arêtes entières. Relativement à la surface sphérique inférieure, la force V sera égale à $\frac{2\alpha}{a}$, α étant la valeur de q qui a lieu en cet endroit du fluide. Cette force étant verticale et constante, la pression verticale et dirigée de bas en haut, exercée sur la surface entière, se déduira de la valeur de V, en la multipliant par la projection horizontale de cette surface, ou par πl^2, ce qui donne $\frac{2\pi l^2\alpha}{a}$. La pression en sens contraire sera en même temps $\frac{2\pi l^2\alpha'}{a}$ sur la surface sphérique supérieure, α' étant la valeur correspondante de q. Enfin, si l'on suppose l'axe des x vertical et dirigé de bas en haut, la force T, donnée par la première équation (8), aura cette direction pour toute la partie cylindrique de A, et il en résultera pour cette portion de surface, une force égale à $2\pi l\int\frac{dq}{dx}dx$, ou à $2\pi l(\alpha'-\alpha)$. Il n'y aura pas d'autres forces verticales à considérer; pour l'équilibre, on aura donc l'équation :

$$f - f' + \frac{l\alpha}{a} - \frac{l\alpha'}{a'} + \alpha' - \alpha = 0, \qquad (12)$$

en supprimant le facteur l commun à tous les termes.

On voit par cette équation que l'équilibre de A serait impossible, en général, si l'on n'avait point égard aux forces f et f' relatives aux arêtes vives, ce qu'il s'agissait de vérifier.

La valeur inconnue de f doit être indépendante de a' et α', et celle de f' ne peut dépendre, ni de a, ni de α; pour que l'équation (12) subsiste, il faut donc qu'on ait séparément

$$f = c + \alpha\left(1 - \frac{l}{a}\right), \quad f' = c + \alpha'\left(1 - \frac{l}{a'}\right);$$

c étant une quantité indépendante de a et a'. Pour la déterminer, j'observe que dans le cas d'une demi-sphère convexe, ou de $a = l$, les plans tangents au cylindre et à la sphère inférieure étant dans le prolongement l'un de l'autre, l'arête vive n'existe plus et l'on doit avoir $f = 0$, ce qui donne $c = 0$. Donc en remettant q à la place de α, on aura

$$f = q\left(1 - \frac{l}{a}\right),$$

pour une valeur quelconque de a. La plus grande valeur de f a lieu dans le cas d'une demi-sphère concave : on a alors $a = -l$ et $f = 2q$. Lorsque la sphère se change en un plan, on a $a = \infty$ et $f = q$, c'est-à-dire, la moitié de la valeur *maxima*.

§ IV.

Équations d'équilibre relatives à la surface de séparation de deux fluides superposés.

(22) Outre les équations (6) du n° 9 qui subsisteront pour tous les points intérieurs de chacun des deux fluides, il en existe d'autres qui appartiennent spécialement aux points de leur surface de séparation. C'est la recherche de ces nouvelles équations d'équilibre qui va nous occuper.

Soit M un point situé à une distance insensible de cette surface, mais cependant plus grande que le rayon d'activité moléculaire; de ce point abaissons une perpendiculaire sur la surface, qui la rencontre en un point O, et prolongeons cette droite jusqu'en un point M_1, tel que la distance OM_1 soit aussi insensible, mais plus considérable que le rayon d'activité des molécules; autour du point O, divisons la surface de séparation par deux séries de lignes de courbure très-resserrées, en parties dont les dimensions soient insensibles, en égard même à ce rayon; élevons sur ces lignes des normales qui formeront des surfaces développables; par les points M et M_1, traçons des surfaces parallèles à la surface de séparation, qui se trouveront divisées comme celle-ci, et couperont aussi les normales à angle droit. Appelons A la couche fluide comprise entre les deux surfaces tracées par les points M et M_1; cette couche d'une épaisseur insensible sera décomposée en filets normaux par les surfaces développables: nous désignerons par B celui dont l'axe est la droite MOM_1. Pour fixer les idées, nous supposerons cet axe vertical, et le

point M_1 au-dessus du point M : le fluide situé au-dessous de A, dont le point M fait partie, s'appellera le fluide inférieur; celui qui est au-dessus de A, et auquel le point M_1 appartient, sera le fluide supérieur.

Près de la surface commune à deux fluides qui ne sont pas formés de la même matière, la compression dépend de la loi de l'action moléculaire; et la fonction par laquelle cette loi est exprimée, variant d'une manière très-rapide, la densité varie de même dans le sens normal, en sorte qu'elle peut être très-différente dans chaque fluide, à la surface même et à une profondeur insensible. La forme de cette fonction de la distance ne nous étant pas connue, nous ne saurions déterminer la loi de variation de la densité suivant la longueur du filet B; mais indépendamment de cette fonction et de la loi de densité qui en résulte, nous pouvons calculer les forces totales qui agissent sur la masse entière de ce filet fluide, et en conclure les conditions de son équilibre. Les équations par lesquelles ces conditions seront exprimées, sont celles qu'il s'agit d'obtenir.

(23) Pour les former, désignons par N et N_1 les deux pressions normales, rapportées à l'unité de surface, qui ont lieu aux points M et M_1, et sont dirigées, en sens contraire l'une de l'autre, de dehors en dedans par rapport à A. Représentons les composantes de la pression tangentielle, aussi rapportées à l'unité de surface, par T et T′ au point M, et par T_1 et T_1' au point M_1; et supposons que T et T′ aient la même direction, ainsi que T_1 et T_1'. Désignons par ω et $k\omega$, les bases inférieure et supérieure du filet B, en sorte que k ne diffère de l'unité que d'une quantité proportionnelle à l'épaisseur de A. Les forces provenant de l'action du fluide

inférieur sur le filet B seront $N\omega, T\omega, T'\omega$; celles qui proviennent de l'action du fluide supérieur, suivant les mêmes directions que les premières, auront pour expressions $N_1\omega$, $T_1\omega$, $T_1'\omega$. Désignons encore par $N_2\omega, T_2\omega, T_2'\omega$, les composantes suivant ces directions, de l'action exercée par la couche A sur le filet B qui en fait partie. Soient enfin X, Y, Z, les forces données qui agissent au point M, suivant les directions de T, T′, N, et sont rapportées à l'unité de masse; celles qui agiront sur B, seront $Xl\omega\delta$, $Yl\omega\delta$, $Zl\omega\delta$, en appelant δ la densité moyenne de ce filet et l sa longueur MM_1, et négligeant le carré de l, ce qui permet de regarder X, Y, Z, comme invariables dans toute l'étendue de B, et de prendre $l\omega$ pour son volume. Pour l'équilibre de ce filet, il faudra que la somme des forces qui lui sont appliquées, soit nulle suivant chacune de leurs trois directions; par conséquent, en supprimant le facteur commun ω, nous aurons

$$\left.\begin{aligned} &T + kT_1 + T_2 + Xl\delta = 0,\\ &T' + kT'_1 + T'_2 + Yl\delta = 0,\\ &N - kN_1 + N_2 + Zl\delta = 0; \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

et la question consistera à former les expressions des neuf forces provenant de l'action moléculaire que ces trois équations renferment.

Or, nous pouvons supposer la distance insensible du point M à la surface de séparation des deux fluides, assez grande néanmoins pour que l'action du fluide inférieur sur B ne s'étende pas jusqu'aux points où la compression varie très-rapidement dans le sens normal. Alors, si l'on prend le fluide inférieur pour celui que nous avons considéré dans le paragraphe précédent et désigné par A′, les valeurs de N, T, T′,

seront exprimées par les formules relatives aux points intérieurs. Les coordonnées x, y, z, étant donc celles du point M, et en supposant l'axe de z vertical et dirigé de bas en haut, nous aurons, d'après les équations (7) et (8) du n° 16,

$$N = p + q\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right), \quad T = \frac{dq}{dx}, \quad T' = \frac{dq}{dy};$$

et nous regarderons les rayons de courbure λ et λ' relatifs au point M, comme positifs ou comme négatifs, selon que la couche A sera convexe ou concave en ce point.

Les coordonnées de M_1 seront x, y et $z + l$; la courbure de A en M_1 sera sensiblement la même qu'au point M; mais si cette couche fluide est convexe en M, elle sera concave en M_1, et réciproquement. D'après cela, si la distance OM_1 est assez grande, quoique insensible, pour que M_1 puisse être considéré comme un point intérieur, et si l'on désigne par p_1 et q_1, ce que deviennent les quantités p et q relativement au fluide supérieur et à son point M_1, on aura

$$N_1 = p_1 - q_1\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right), \quad T_1 = \frac{dq_1}{dx}, \quad T'_1 = \frac{dq_1}{dy},$$

les signes et les grandeurs de λ et λ' étant les mêmes que dans l'expression de N.

Je substitue ces différentes valeurs dans les équations (1), je néglige les termes qui sont insensibles à cause du facteur l, et je fais en conséquence $k = 1$. Il vient

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{d(q+q_1)}{dx} + T_2 = 0, \\ &\frac{d(q+q_1)}{dy} + T'_2 = 0, \\ &p - p_1 + (q+q_1)\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) + N_2 = 0. \end{aligned}\right. \qquad (2)$$

Les valeurs de p et p_1 seront données par les équations du n° 9 relatives aux points intérieurs des deux fluides. On aura

$$dp = \rho\, d\varphi, \quad dp_1 = \rho_1\, d\varphi_1 :$$

ρ est la densité du fluide inférieur au point M; φ désigne une fonction de ses coordonnées rapportées à des axes quelconques, dont les différences partielles exprimeront les composantes des forces données qui lui sont appliquées; ρ_1 et φ_1 sont les quantités analogues, relativement au point M_1 du fluide supérieur dont les molécules peuvent être sollicitées par des forces différentes de celles qui agissent sur le fluide inférieur. Quant aux quantités q et q_1, elles sont censées connues pour les deux fluides que l'on considère. Il ne reste donc plus qu'à former les expressions des composantes N_2, T_2, T'_2; cette détermination de l'action d'une couche fluide dont la compression varie très-rapidement suivant son épaisseur, exercée sur un filet normal qui en fait partie, est un nouveau problème qui sera l'objet de l'analyse suivante.

(24) Soit m un point de B, et s sa distance Mm à la surface inférieure de A. Soit M′ un point de cette surface, très-voisin de M; appelons B′ le filet correspondant de A, et s' la distance M′m' d'un point m' de ce filet à sa base dont M′ fait partie. Les quantités R_1, r_1, α_1, ϵ_1, γ_1, relatives à l'action mutuelle des deux molécules qui répondent aux points m et m', à la distance qui les séparent, et à la direction de la droite mm', seront données par les formules du n° 13, en y changeant le signe de s' à cause que ces deux points sont maintenant situés d'un même côté de la surface de A. Ainsi, nous aurons

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_1 &= \left(\eta - s'\frac{d\zeta}{d\eta}\right)\frac{1}{r_1},\\
\theta_1 &= \left(\eta' - s'\frac{d\zeta}{d\eta'}\right)\frac{1}{r_1},\\
\gamma_1 &= (s' + \zeta - s)\frac{1}{r_1},\\
r_1 &= r - \frac{(s+s')\zeta}{r},\\
\mathrm{R}_1 &= \mathrm{R} - \frac{(s+s')\zeta}{r}\frac{d\mathrm{R}}{dr},
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

en faisant, pour abréger,

$$r^2 = \eta^2 + \eta'^2 + (s - s')^2,$$

et désignant par R ce que devient R_1 quand on y met r à la place de r_1. Les trois variables η, η', ζ, sont toujours les coordonnées de M′, parallèles aux axes des x, y, z, et rapportées au point M comme origine, et l'on a

$$\zeta = E\eta^2 + E'\eta'^2 + E''\eta\eta',$$

E, E′, E″, étant des coefficients indépendants de η et η'.

Cela posé, les composantes suivant les x, y, z, de l'action exercée sur le filet B par tous les autres filets de A, compris dans sa sphère d'activité, seront les forces P, P′, P″, données par les équations (1) du n° 11. De plus, on verra, comme dans le n° 12, que pour tenir compte de l'élargissement ou du rétrécissement de ces différents filets, il faudra multiplier sous les signes Σ, les composantes de la force R_1 par $1 + g(s + s')$, en désignant par g un coefficient qui ne dépendra que de la courbure de A au point M. Observons aussi qu'à égale étendue, les sections d'un même filet, parallèles à sa base, renfermeront des nombres différents de

molécules. Pour avoir égard à cette circonstance, nous multiplierons encore les composantes de R_1, par le produit $v\,v'$, dans lequel v représente le nombre de molécules contenues dans la section de B faite par le point m et rendue égale à sa base, divisé par le nombre de celles que cette base renferme, et v_1 la quantité analogue, relativement au filet B′ et à son point m'. De cette manière, nous aurons

$$P = -\Sigma[1 + g(s+s')]\,v\,v'\,R_1\alpha_1,$$
$$P' = -\Sigma[1 + g(s+s')]\,v\,v'\,R_1\mathcal{C}_1,$$
$$P'' = -\Sigma[1 + g(s+s')\,v\,v'\,R_1\gamma_1;$$

et maintenant nous pourrons considérer la couche A comme formée de séries de molécules normales à sa surface inférieure, dont chacune répondra à l'une des molécules appartenant à cette surface. Les sommes Σ s'étendront en conséquence, aux valeurs de s et s' relatives aux molécules de chaque série, depuis zéro jusqu'à l, et aux valeurs de η et η' qui répondront à toutes les molécules de la surface inférieure de A et à toutes celles de la base ω de B. Mais, les quantités comprises sous les signes Σ étant sensiblement les mêmes dans l'étendue de cette base, il suffira, pour avoir égard à ses différentes molécules, de multiplier ces quantités par leur nombre, lequel est égal à $\frac{\omega}{\varepsilon^2}$, en représentant par ε l'intervalle moléculaire au point M. Si l'on désigne pareillement par ε', ϖ, ϖ', les grandeurs de cet intervalle aux points M′, m, m', on aura évidemment

$$v = \frac{\varepsilon^2}{\varpi^2}, \quad v' = \frac{\varepsilon'^2}{\varpi'^2}.$$

Donc, en mettant les forces $T_1\omega$, $T'_2\omega$, $N_2\omega$, à la place de

P, P′, P″, et supprimant le facteur ω, il en résultera

$$T_2 = -\Sigma[1 + g(s+s')]\frac{\varepsilon'^2}{\varpi^2\varpi'^2}R_1\alpha_1,$$

$$T'_2 = -\Sigma[1 + g(s+s')]\frac{\varepsilon'^2}{\varpi^2\varpi'^2}R_1\beta_1,$$

$$N_2 = -\Sigma[1 + g(s+s')]\frac{\varepsilon'^2}{\varpi^2\varpi'^2}R_1\gamma_1,$$

pour les forces qu'il s'agit de considérer, et dont nous n'aurons plus qu'à réduire les expressions à la forme la plus simple dont elles soient susceptibles.

(25) Au moyen des équations (3), ces dernières formules se réduisent d'abord à

$$T_2 = -\Sigma\frac{\eta U'}{\varepsilon^2}, \quad T'_2 = -\Sigma\frac{\eta' U'}{\varepsilon^2}, \quad N_2 = \Sigma\frac{(s-s')U'}{\varepsilon^2} - \Sigma\frac{\zeta U'}{\varepsilon^2},$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{\varepsilon^2\varepsilon'^2 R}{\varpi^2\varpi'^2 r} = U',$$

négligeant toujours les quantités du second ordre par rapport à η, η', s, s', et supprimant d'avance, parmi les termes du premier ordre, ceux qui sont multipliés par la première puissance de η ou η', ou par la différence $s - s'$, lesquels termes disparaîtraient dans les sommations indiquées.

Soit u' la projection horizontale de la droite MM′ et ψ l'angle qu'elle fait avec l'axe des η, de sorte que l'on ait

$$\eta = u'\cos.\psi, \quad \eta' = u'\sin.\psi.$$

En ayant égard à la variation du degré de compression, le long de MM′, et désignant par u la valeur de u' considérée

comme un multiple de ε, on aura, comme dans le n° 14,

$$u' = u + \frac{u^2}{2\varepsilon}\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\cos.\psi + \frac{d\varepsilon}{dy}\sin.\psi\right).$$

Du point M comme centre, et d'un rayon égal à u', décrivons un cercle horizontal; divisons sa circonférence en un grand nombre de parties; la longueur de la partie qui répondra au point M', sera $u'\sigma$, en appelant σ la partie correspondante sur la circonférence dont le rayon est l'unité; et le nombre de molécules qu'elle contiendra, aura pour valeur $\frac{u'\sigma}{\varepsilon'}$, celle de ε' étant

$$\varepsilon' = \varepsilon + \frac{d\varepsilon}{dx}u\cos.\psi + \frac{d\varepsilon}{dy}u\sin.\psi.$$

Je multiplie par ce nombre, les quantités comprises sous les signes Σ dans les formules précédentes; j'y mets aussi pour η, η', ζ, leurs valeurs; il vient

$$\left.\begin{aligned} T_2 &= -\Sigma\frac{u^2U'\sigma}{\varepsilon^3}\cos.\psi, \\ T'_2 &= -\Sigma\frac{u^2U'\sigma}{\varepsilon^3}\sin.\psi, \\ N_2 &= \Sigma\frac{(s-s')U'\sigma}{\varepsilon^3} - E\Sigma\frac{u^2U'\sigma}{\varepsilon^3}\cos.^2\psi - E'\Sigma\frac{u^2U'\sigma}{\varepsilon^3}\sin.^2\psi, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

au degré d'approximation où nous nous arrêtons, et pour lequel, on a

$$\frac{u'^2}{\varepsilon'} = \frac{u^2}{\varepsilon}.$$

Les sommes relatives à l'angle ψ s'étendront depuis $\psi = 0$ jusqu'à $\psi = 2\pi$, cet angle croissant par des différences égales à σ. Celles qui répondent à u pourront s'étendre depuis

$u = 0$ jusqu'à $u = \infty$, en faisant croître cette variable par des différences égales à ε.

Si l'on désigne par U ce que devient U′ quand on y met u à la place de u', et si l'on observe que

$$\frac{u}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dx} = \frac{du}{dx}, \quad \frac{u}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dy} = \frac{du}{dy},$$

on en conclura

$$U' = U + \frac{u}{2}\frac{dU}{du}\left(\frac{du}{dx}\cos.\psi + \frac{du}{dy}\sin.\psi\right),$$

et la variable r, contenue dans U, sera donnée par l'équation

$$r^2 = u^2 + (s - s')^2.$$

A cause que la compression varie très-rapidement dans le sens de l'épaisseur de A, ϖ et ϖ' sont respectivement des fonctions de s et s' qui ne peuvent pas se développer par rapport à ces variables; mais ϖ' est aussi une fonction de $x + \eta$ et $y + \eta'$, développable en série convergente suivant les puissances de η et η', et qu'on peut changer en

$$\varpi' + \frac{d\varpi'}{dx}\eta + \frac{d\varpi'}{dy}\eta',$$

ϖ' étant actuellement ce que devient ϖ quand on y met s' au lieu de s. Dans les sommations relatives à s', on devra faire croître s' par des différences variables et représentées par ϖ'; pour tenir compte de ce changement de ϖ', il faudra donc remplacer s' par

$$s' + \frac{ds'}{dx}\eta + \frac{ds'}{dy}\eta'.$$

Donc, en ayant égard aux changements de ε', ϖ', s', prove-

nant de la variation du degré de compression parallèlement à la surface de A, la quantité U deviendra

$$U+\left(\frac{dU}{dx}\right)\eta+\left(\frac{dU}{dy}\right)\eta';$$

les parenthèses indiquant que les différences partielles sont prises uniquement par rapport aux x et y qui proviennent de $\varepsilon', \varpi', s'$. Si l'on désigne en même temps par des crochets, les différences relatives aux x et y provenant de ε, ϖ, s, on pourra écrire cette même quantité sous la forme :

$$U+\tfrac{1}{2}\left(\left(\frac{dU}{dx}\right)+\left[\frac{dU}{dx}\right]\right)\eta+\tfrac{1}{2}\left(\left(\frac{dU}{dy}\right)+\left[\frac{dU}{dy}\right]\right)\eta'$$
$$+\tfrac{1}{2}\left(\left(\frac{dU}{dx}\right)-\left[\frac{dU}{dx}\right]\right)\eta+\tfrac{1}{2}\left(\left(\frac{dU}{dy}\right)-\left[\frac{dU}{dy}\right]\right)\eta'.$$

D'ailleurs pour tenir compte de la variation de la matière parallèlement à la surface, il faut changer R en

$$R+\tfrac{1}{2}\left(\frac{dR}{dx}\eta+\frac{dR}{dy}\eta'\right);$$

les différences partielles ayant rapport aux variables x et y que R renferme indépendamment de r. On conclut de là que par l'effet de ces deux sortes de variations réunies, et en mettant $u\cos.\psi$ et $u\sin.\psi$ à la place de η et η', la valeur précédente de U′ deviendra

$$U'=U+\frac{u}{2}\frac{dU}{dx}\cos.\psi+\frac{u}{2}\frac{dU}{dy}\sin.\psi$$
$$+\tfrac{1}{2}u\left(\left(\frac{dU}{dx}\right)-\left[\frac{dU}{dx}\right]\right)\cos.\psi+\tfrac{1}{2}u\left(\left(\frac{dU}{dy}\right)-\left[\frac{dU}{dy}\right]\right)\sin.\psi;$$

et maintenant les différences partielles $\frac{dU}{dx}$ et $\frac{dU}{dy}$ sont prises par rapport à tous les x et y, quelle qu'en soit l'origine.

Je substitue cette valeur dans les équations (4). J'effectue les sommations relatives à l'angle ψ qui donnent

$$\Sigma\sigma = 2\pi, \quad \Sigma\cos.\psi\sin.\psi\sigma = 0, \quad \Sigma\cos.^2\psi\sigma = \Sigma\sin.^2\psi\sigma = \pi.$$

Je supprime les termes qui ont pour facteur, soit $s - s'$, soit $\left(\frac{du}{dx}\right) - \left[\frac{dU}{dx}\right]$ ou $\left(\frac{du}{dy}\right) - \left[\frac{dU}{dy}\right]$, et qui disparaissent dans la double sommation relative à s et s', parce que chacune de ces deux variables passe par les mêmes valeurs que l'autre, depuis zéro jusqu'à l, et que d'ailleurs U est une fonction symétrique de s et s'. De cette manière, nous aurons

$$T_2 = -\frac{\pi}{2}\Sigma\frac{u^3}{\varepsilon^3}\frac{dU}{dx} = -\frac{\pi}{2}\Sigma\frac{d.\frac{u^3 U}{\varepsilon^3}}{dx},$$

$$T'_2 = -\frac{\pi}{2}\Sigma\frac{u^3}{\varepsilon^3}\frac{dU}{dy} = -\frac{\pi}{2}\Sigma\frac{d.\frac{u^3 U}{\varepsilon^3}}{dy},$$

$$N_2 = -\pi(E + E')\Sigma\frac{u^3 U}{\varepsilon^3} = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right)\Sigma\frac{u^3 U}{\varepsilon^3},$$

en observant que le rapport $\frac{u}{\varepsilon}$ est indépendant de x et y, et désignant par λ et λ' les mêmes rayons de courbure positifs ou négatifs que précèdemment (n° 23). Je remets aussi pour U sa valeur $\frac{\varepsilon^4 R}{\varpi^2\varpi'^2 r}$; je change l'ordre des caractéristiques d et Σ dans les valeurs de T_2 et T'_2, ce qui est permis; et en faisant pour abréger

$$-\frac{\pi}{2}\Sigma\frac{u^3\varepsilon R}{\varpi^2\varpi'^2 r} = h, \qquad (5)$$

il vient définitivement

$$T_2 = \frac{dh}{dx}, \quad T'_2 = \frac{dh}{dy}, \quad N_2 = h\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right). \qquad (6)$$

Cette quantité h ne peut se réduire, en général, à une forme plus simple. Elle est une somme triple, relative aux varables u, s, s', dont les différences finies sont

$$\Delta u = \varepsilon, \quad \Delta s = \varpi, \quad \Delta s' = \varpi'.$$

Celles de s et s' varient dans l'étendue des sommations, et dépendent de la loi inconnue de la compression de A dans le sens de son épaisseur. La somme relative à u pourra s'étendre depuis $u = 0$ jusqu'à $u = \infty$; les sommes qui répondent à s et s' s'étendront depuis zéro jusqu'à l, ou à l'épaisseur entière de A, supposée insensible.

(26) Les valeurs des forces T_2, T'_2, N_2, étant ainsi déterminées, je les substitue dans les équations (2) qui deviennent

$$\frac{d(q+q_1+h)}{dx} = 0, \quad \frac{d(q+q_1+h)}{dy} = 0,$$

$$dp - dp_1 + (q+q_1+h)\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right) = 0.$$

Les deux premières montrent que dans l'état d'équilibre de deux fluides superposés, la quantité $q+q_1+h$ demeure onstante dans toute l'étendue de leur surface de séparation. En faisant donc

$$q+q_1+h = H,$$

la quantité H sera une constante, positive ou négative, dont le signe et la grandeur devront être donnés dans chaque cas par l'expérience, et qui pourra dépendre de la matière, de la température et du degré de compression des deux fluides près de leur surface de contact.

La troisième de ces équations, savoir :

$$dp - dp_1 + H\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right) = 0, \qquad (7)$$

sera celle de la surface de séparation de deux fluides en équilibre. On déterminera p et $p_{,}$ comme il a été dit plus haut; et l'on mettra pour la quantité $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}$, sa valeur en fonction des coordonnées rapportées à des axes quelconques, qui résulte des formules connues, et que nous avons précédemment citée (n° 17).

Lorsque l'un des deux fluides superposés, par exemple, le fluide supérieur sera une vapeur ou un gaz permanent, on regardera la quantité q, comme nulle (n° 16), ce qui réduira H à $q+h$. On prendra en même temps pour $p_{,}$, la pression rapportée à l'unité de surface, exercée par le gaz sur le fluide inférieur, laquelle pression n'a réellement lieu qu'à une distance insensible de la surface de contact des deux fluides, c'est-à-dire, au dessus de la couche du gaz dans laquelle s'étend l'action du fluide inférieure, et où la densité de ce gaz peut varier très-rapidement. L'expérience seule pourra décider si la quantité h et par suite H, dépendent de la grandeur de la pression et de la nature du gaz qui la produit.

(27) Il ne sera pas inutile de vérifier l'analyse précédente, en appliquant les résultats que nous venons de trouver, au cas où les deux fluides contigus sont formés de la même matière, ou d'une matière qui ne varie que par degrés insensibles.

Dans ce cas, la compression variera de même selon l'épaisseur de A; les valeurs de ϖ et ϖ' pourront se développer suivant les puissances de s et s', et l'on aura

$$\varpi=\varepsilon+\frac{d\varepsilon}{dz}s, \quad \varpi'=\varepsilon+\frac{d\varepsilon}{dz}s'.$$

On devrait en ou outre remplacer R par

$$R+\frac{1}{2}\frac{dR}{dz}(s+s'),$$

pour avoir égard à la variation de la matière dans le sens normal; mais au degré d'approximation où nous nous sommes arrêtés, on pourra négliger, dans la formule (5), les seconds termes des valeurs de ϖ, ϖ', R; on aura alors

$$h=-\frac{\pi}{2}\Sigma\frac{u^3 R}{\varepsilon^3 r};$$

R ne renfermant plus s et s' indépendamment de r, et ces variables croissant depuis zéro jusqu'à l, par des différences constantes et égales à ε.

Soit $F(s-s')$ une fonction qui devient insensible dès que la variable $s-s'$ a acquis une grandeur sensible, et telle que l'on ait $F(s-s')=F(s'-s)$. La quantité l étant un très-grand multiple de ε, si l'on représente ce nombre par n, et que l'on donne à s et s' toutes les valeurs équidifférentes, depuis zéro jusqu'à l, il est aisé de voir que la double somme $\Sigma\Sigma F(s-s')$ contiendra n fois le terme $F0$, $2n-2$ fois le terme $F\varepsilon$, $2n-4$ fois le terme $F2\varepsilon$, et ainsi de suite jusqu'au terme $Fn\varepsilon$ qu'elle ne contiendra que deux fois, ou $2n-2(n-1)$ fois. On aura par conséquent

$$\Sigma\Sigma F(s-s')=nF0+2nF\varepsilon+2nF2\varepsilon+2nF3\varepsilon+\ldots+2nFn\varepsilon$$
$$-2F\varepsilon-4F2\varepsilon-6F3\varepsilon-\ldots-2(n-1)Fn\varepsilon;$$

d'où l'on conclut

$$\Sigma\Sigma_\varepsilon F(s-s')=-lF0+2l\Sigma Fv-2\Sigma vFv+2lFl,$$

ou simplement

$$\Sigma\Sigma_\varepsilon(s-s')=2l\Sigma Fv-2\Sigma vFv,$$

en supprimant, comme absolument insensibles, les termes compris hors des signes Σ : la nouvelle variable v croîtra par des différences égales à ε, et les sommes qui s'y rapportent s'étendront depuis $v=0$ jusqu'à $v=l$, ou depuis $v=0$ jusqu'à $v=\infty$, d'après la nature de la fonction $\mathrm{F}v$.

Je prends la quantité $\frac{1}{r}\mathrm{R}$ pour la fonction $\mathrm{F}(s-s')$; et en faisant

$$s-s'=v, \quad r^2=u^2+v^2,$$

l'expression de h devient

$$h=\pi\Sigma\frac{u^3 v\,\mathrm{R}}{\varepsilon^4 r}-\pi l\Sigma\frac{u^3\,\mathrm{R}}{\varepsilon^4 r}.$$

Je remplace les variables u et v auxquelles ces nouvelles sommes répondent, par le rayon vecteur r et l'angle qu'il fait avec sa projection, angle que je désigne par θ, en sorte qu'on ait

$$u=r\cos.\theta, \quad v=r\sin.\theta.$$

Les sommes relatives à l'angle θ se changeront comme dans le n° 15, en intégrales prises depuis $\theta=0$ jusqu'à $\theta=\frac{1}{2}\pi$, après qu'on aura multiplié sous les signes Σ, par la différence de θ et par le rapport $\frac{r}{\varepsilon}$. A cause de

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\cos.^3\theta\,d\theta=\tfrac{2}{3}, \quad \int_0^{\frac{1}{2}\pi}\cos.^3\theta\sin.\theta\,d\theta=\tfrac{1}{4},$$

il en résultera

$$h=\frac{\pi}{4}\Sigma\frac{r^4\,\mathrm{R}}{\varepsilon^5}-\frac{2\pi l}{3}\Sigma\frac{r^3\,\mathrm{R}}{\varepsilon^5}=-2q-lp;$$

p et q étant les quantités données par les formules (6) du

n° 16. En vertu des équations (6), on aura donc, dans le cas particulier que nous considérons

$$T_1 = -2\frac{dq}{dx} - l\frac{dp}{dx}, \quad T'_1 = -2\frac{dq}{dy} - l\frac{dp}{dy},$$
$$N_2 = -(2q + lp)\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right).$$

Je substitue ces expressions dans les équations (1); j'y mets en même temps pour N, T, etc., leurs valeurs; il vient

$$\left.\begin{aligned} &k\frac{dq_1}{dx} - \frac{dq}{dx} - l\frac{dp}{dx} + Xl\delta = 0, \\ &k\frac{dq_1}{dy} - \frac{dq}{dy} - l\frac{dp}{dy} + Yl\delta = 0, \\ &p - kp_1 + (kq_1 - q - lp)\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) + Zl\delta = 0. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Dans ces équations, k représente l'aire de la section faite dans le filet B par le point M_1, divisée par l'aire de la section faite par le point M, l'une et l'autre perpendiculairement à l'axe MM_1. Or, ces deux aires sont des rectangles, et les rapports des côtés de la première aux côtés correspondants de la seconde, sont $1 - \frac{1}{\lambda}$ et $1 - \frac{1}{\lambda'}$, les signes de λ et λ' étant pris comme nous l'avons supposé jusqu'ici; la valeur de k sera donc

$$k = 1 - l\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right),$$

en négligeant toujours le carré de l. On a en même temps

$$p_1 = p + \frac{dp}{dz}l, \quad q_1 = q + \frac{dq}{dz}l;$$

à cause que les points M et M_1 répondent à z et $z + l$. D'ail-

leurs le produit $q\,l$ est une somme dont les termes sont du même ordre que les quantités négligées dans les calculs précédents, en ayant égard à leur nombre de facteurs de grandeur insensible; nous devons donc négliger dans les équations (8), les termes qui auront pour facteur la quantité $q\,l$ ou ses différences partielles; on pourra, en outre, prendre pour δ la densité ρ qui a lieu au point M; et en supprimant le facteur l commun à tous leurs termes, ces équations deviennent

$$\frac{dp}{dx}=\rho X,\quad \frac{dp}{dy}=\rho Y,\quad \frac{dp}{dz}=\rho Z,$$

c'est-à-dire, qu'elles se changent, ainsi que cela devait être, dans les équations d'équilibre relatives aux points intérieurs.

§ V.

Équation relative à la surface libre d'un fluide incompressible.

(28) Si les points de la surface ne sont soumis à aucune pression extérieure, il est évident que l'équation qui s'y rapporte se déduira de celle que nous avons trouvée pour le cas de deux fluides superposés, en y supprimant tout ce qui est relatif à l'un des fluides. Ce sera donc l'équation (7) du n° 26 dans laquelle on supprimera le terme p_1, par exemple, ainsi que le terme q_1 du coefficient H. D'après ce qu'on a vu dans le même numéro, si le liquide que l'on considère est soumis à la pression d'un gaz contigu, on remplacera p_1 par cette pression rapportée à l'unité de surface. En la représentant donc par Π, et conservant toutes les autres notations, l'équa-

tion d'équilibre relative à la surface d'un fluide incompressible, sera

$$p + H\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) = \Pi. \qquad (1)$$

On y regardera H comme un coefficient constant pour toute l'étendue de la surface, qui sera donné dans chaque cas par l'expérience, et les rayons de courbure λ et λ' comme positifs ou comme négatifs, selon que le liquide sera concave ou convexe, au point de la surface auquel on appliquera cette équation.

La quantité p que cette équation renferme, répond à un point du fluide situé à une distance insensible de sa surface; et son expression est donnée par la première formule (6) du n° 16. Si l'on appelle ρ la densité du liquide en ce point, m la masse de chacune de ses molécules, et ε, comme précédemment, l'intervalle moléculaire, on aura

$$\rho = \frac{m}{\varepsilon^3},$$

en observant que $\frac{1}{\varepsilon^3}$ peut être pris pour le nombre de molécules qui répondrait à l'unité de volume. D'après cela, la formule citée deviendra

$$p = \frac{2\pi\rho^2}{3m^2}\Sigma r^3 \mathrm{R}\varepsilon,$$

ou, plus simplement,

$$p = \rho^2 \Sigma r^3 \mathrm{R}\varepsilon, \qquad (2)$$

en comprenant le facteur $\frac{2\pi}{3m^2}$ dans la fonction R.

La pression normale à une surface semblable et parallèle

à celle du fluide, tracée dans son intérieur à une profondeur insensible, est exprimée par $p+q\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)$ (n° 16); et comme la quantité q n'est qu'une partie du coefficient H, lequel est égal à $q+h$, il résulte de l'équation (1) que cette pression peut différer sensiblement de la pression extérieure Π qui a lieu à la surface même du fluide.

En général, la pression Π ne variera pas en passant d'un point à un autre de la surface supposée libre. Cela étant, en différentiant l'équation (1), et y mettant pour dp sa valeur donnée par l'équation (7) du n° 9, nous aurons

$$\rho(\mathrm{X}\,dx+\mathrm{Y}\,dy+\mathrm{Z}\,dz)+\mathrm{H}\,d\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)=0; \qquad (3)$$

ce qui montre que la couche superficielle d'un liquide en équilibre et soumis à une pression constante, n'est pas rigoureusement une couche de niveau qui coupe à angle droit la résultante des forces données X, Y, Z, appliquées à ses différents points, et qu'elle s'en écarte d'autant plus que sa courbure est plus considérable, ou que les rayons λ et λ' sont plus petits.

(29) Lorsque la surface du liquide sera plane, ses deux rayons de courbure étant infinis, l'équation (1) se réduira à $p=\Pi$; en vertu de l'équation (2), on aura donc

$$\Pi=\rho^2\,\Sigma r^3\,\mathrm{R}\,\varepsilon. \qquad (4)$$

Supposons que l'on augmente la pression extérieure, et qu'elle devienne $\Pi+\Pi'$. La température du fluide augmentera; et si l'on attend qu'elle soit revenue à son degré primitif, le fluide aura perdu une certaine quantité de chaleur. Je désigne

par γ la perte de chaleur éprouvée par chaque molécule ; il en résultera une diminution de la force R, proportionnelle à γ et que je représenterai par $P\gamma$. En même temps, le fluide se sera condensé; et si l'on désigne par $\varepsilon(1-\alpha)$ ce que sera devenu l'intervalle moléculaire, α sera une très-petite fraction, à cause qu'il s'agit d'un fluide du genre de ceux qu'on appelle incompressibles. La distance r comprise entre deux molécules et la densité ρ deviendront alors $r(1-\alpha)$ et $\rho(1+3\alpha)$; on pourra développer R en série convergente suivant les puissances de αr; et si l'on néglige le carré de α, R deviendra $R-\alpha r\frac{dR}{dr}$; en négligeant aussi le produit $\alpha\gamma$, on conclura de l'équation (4) :

$$\Pi' = -\rho^2\gamma\Sigma r^3 P\varepsilon + 2\alpha\rho^2\Sigma r^3 R\varepsilon - \alpha\rho^2\Sigma r^4\frac{dR}{dr}\varepsilon. \qquad (5)$$

Jusqu'au plus haut degré de compression que l'on ait pu produire, l'expérience a donné pour α une valeur proportionnelle à l'augmentation de pression Π'; il faut donc que la perte de chaleur γ soit aussi proportionnelle à Π' ou à α : en la représentant par $c\alpha$, et faisant, pour abréger,

$$-\rho^2 c\Sigma r^3 P\varepsilon + 2\rho^2\Sigma r^3 R\varepsilon - \rho^2\Sigma r^4\frac{dR}{dr}\varepsilon = C,$$

nous aurons

$$\Pi' = C\alpha.$$

Le coefficient C sera une quantité positive qu'on pourra prendre pour la mesure de la compressibilité spécifique du liquide que l'on considère. Sa valeur devra être déterminée par l'expérience, pour chaque liquide en particulier, et pour les différents degrés de température.

Quelle que soit la perte de chaleur produite par l'accroissement Π' de pression, si l'on enlève au liquide la même quantité de chaleur sans changer la pression extérieure, il éprouvera une condensation évidemment moindre que α, et que je représenterai par α'. En faisant donc $\Pi' = 0$ et $\alpha = \alpha'$ dans l'équation (5), on aura

$$0 = -\rho^2 \gamma \Sigma r^3 P\varepsilon + 2\alpha' \rho^2 \Sigma r^3 \varepsilon - \alpha' \rho^2 \Sigma r^4 \frac{dR}{dr}\varepsilon;$$

et en retranchant celle-ci de cette même équation, il en résultera

$$\Pi' = 2(\alpha - \alpha')\rho^2 \Sigma r^3 R\varepsilon - (\alpha - \alpha')\rho^2 \Sigma r^4 \frac{dR}{dr}\varepsilon. \qquad (6)$$

Or, au moyen de ce résultat, on peut facilement prouver que la somme $\Sigma r^3 R\varepsilon$ n'est pas de nature à se changer en une intégrale définie; ce qu'on doit attribuer à ce que la fonction R est du genre de celles qui varient très-rapidement, et qu'en même temps la différence ε de la variable r, quoiqu'insensible, a néanmoins une grandeur déterminée.

Si, en effet, la transformation de $\Sigma r^3 R\varepsilon$ en intégrale était possible, on aurait

$$\Sigma r^3 R\varepsilon = \int r^3 R\, dr, \quad \Sigma r^4 \frac{dR}{dr}\varepsilon = \int r^4 dR,$$

les intégrales étant prises depuis $r = 0$ jusqu'à la limite où la valeur de R est insensible; l'intégration par partie donnerait

$$\int r^4 dR = -4\int r^3 R\, dr;$$

donc en ayant égard à l'équation (4), la valeur précédente

de Π' deviendrait

$$\Pi' = 6(\alpha - \alpha')\Pi;$$

résultat impossible, puisque α et α' sont de très-petites fractions, quoique Π' puisse être au contraire un multiple très-considérable de Π.

Si l'on néglige le premier terme de la formule (6), elle se réduira à

$$\Pi' = -(\alpha - \alpha')\Sigma r^4 \frac{d\mathrm{R}}{dr}\varepsilon.$$

Relativement à une fonction R qui décroît très-rapidement, le produit $r\frac{d\mathrm{R}}{dr}$ est généralement du même ordre de grandeur que R; mais ici, cette fonction étant la différence de deux autres fonctions de la même nature, qui expriment la répulsion et l'attraction moléculaires, on conçoit que si ces deux fonctions sont des très-grandes quantités eu égard à leur différence, les valeurs de $r\frac{d\mathrm{R}}{dr}$ pourront aussi être très-grandes par rapport à celles de R; par conséquent, il sera possible que $\Sigma r^4 \frac{d\mathrm{R}}{dr}\varepsilon$ soit un très-grand multiple de $\Sigma r^3 \mathrm{R}\varepsilon$; ce qui explique comment Π' peut être un multiple considérable de Π, malgré la petitesse du facteur $\alpha - \alpha'$.

(3o) Représentons par $\mathrm{F}r$ et fr les forces répulsive et attractive dont R est la différence, en sorte qu'on ait

$$\mathrm{R} = \mathrm{F}r - fr,$$

et que $\mathrm{F}r$ et fr soient des fonctions qui décroissent continuellement depuis $r = 0$ jusqu'à une valeur insensible de r, pour laquelle elles sont l'une et l'autre sensiblement nulles.

Quoique les lois de leur variation nous soient inconnues, nous pouvons cependant prouver que Fr décroît plus rapidement que fr à mesure que la distance r augmente. Cela résulte de ce que la somme $\Sigma r^3 R_\varepsilon$ doit varier, d'après l'équation (4), dans le même sens que la pression Π.

En effet, soit $l' + l_1$ une distance insensible qui surpasse néanmoins le rayon d'activité moléculaire; supposons qu'on ait $Fr > fr$ dans l'intervalle l' des valeurs de r, et, au contraire, $Fr < fr$ dans l'intervalle l_1; désignons par Σ' la partie de la somme Σ relative au premier intervalle, et par Σ_1 celle qui répond au second; nous aurons

$$\Sigma r^3 R_\varepsilon = \Sigma' r^3 (Fr - fr)_\varepsilon - \Sigma_1 r^3 (fr - Fr)_\varepsilon ; \qquad (7)$$

et les deux sommes Σ' et Σ_1 seront des quantités positives. Or, en maintenant la même quantité de chaleur dans le fluide, si l'on écarte ses molécules par une diminution de la pression extérieure, les valeurs de Fr et fr relatives à chaque molécule agissant sur celle que l'on considère, deviendront plus petites; mais en supposant que Fr décroisse plus rapidement que fr, la somme Σ' diminuera et la somme Σ_1 augmentera; par conséquent $\Sigma r^3 R_\varepsilon$ décroîtra, ce qui s'accorde avec l'équation (4). On verrait de même que cette somme augmenterait, la pression diminuant, si l'on supposait que Fr décrût moins rapidement que fr; il faut donc adopter la première hypothèse, et rejeter la seconde comme contraire à l'équation (4).

Ainsi, dans un liquide l'attraction moléculaire s'étend plus loin que la répulsion calorifique; et il en est de même dans les corps solides. Les physiciens admettent que dans les vapeurs et les gaz permanents, la répulsion est prépondérante et l'attraction à peu près insensible, malgré la grande dis-

tance de leurs molécules; ce qui tient à la quantité considérable de chaleur que ces corps absorbent en passant à l'état de gaz, et n'est pas contraire à la marche respective des deux fonctions fr et Fr.

Le produit $(l' + l_{,})\rho^{2}\Sigma r^{3}R\varepsilon$, égal à $(l' + l_{,})\Pi$, en vertu de l'équation (4), est insensible à cause du facteur $l' + l_{,}$; cependant la quantité $\rho^{2}\Sigma r^{4}R\varepsilon$ dont les termes renferment le même nombre de facteurs insensibles que les termes de ce produit, pourra avoir une valeur appréciable dans les liquides; et cela sera possible, si les sommes Σ' et $\Sigma_{,}$ contenues dans l'équation (7), sont des quantités extrêmement grandes eu égard à leur différence ou à la somme Σ; car on conçoit alors qu'en introduisant un nouveau facteur r sous les signes Σ' et $\Sigma_{,}$, ces sommes pourront encore conserver des valeurs sensibles. Mais, si $\Sigma r^{4}R\varepsilon$ a une valeur appréciable, on peut démontrer qu'elle sera nécessairement négative, d'après ce qu'on vient de voir relativement aux deux fonctions Fr et fr.

J'observe, en effet, que la somme $\Sigma r^{3}(Fr - fr)\varepsilon$ devant être positive et fr décroissant moins rapidement que Fr, il faut qu'on ait $fr > Fr$ pour les moindres valeurs de r. Ainsi dans l'équation (7), la somme Σ' s'étendra depuis $r = 0$ jusqu'à $r = l'$, et la somme $\Sigma_{,}$ depuis $r = l'$ jusqu'à $r = l' + l_{,}$. Or, si l'on multiplie les deux membres de cette équation par $l' + l_{,}$, et qu'on veuille ensuite passer de la valeur de $(l' + l_{,})\Sigma r^{3}R\varepsilon$ à celle de $\Sigma r^{4}R\varepsilon$, il faudra diminuer chaque terme des deux sommes Σ' et $\Sigma_{,}$ dans le rapport de r à $l' + l_{,}$; et comme, par cette opération, les termes de la première se trouveront plus diminués que ceux de la seconde, la valeur qui en résultera pour l'excès de celle-là sur celle-ci, ou pour

$\Sigma r^4 R_\varepsilon$, ne pourra être que négative, celle de $(l' + l_1)\Sigma r^3 R_\varepsilon$ d'où l'on est parti, étant regardée comme insensible.

Les diverses remarques contenues dans ce numéro et dans le précédent, sont tout ce que nous pouvons savoir touchant les sommes $\Sigma r^3 R_\varepsilon$ et $\Sigma r^4 R_\varepsilon$, et les fonctions fr et Fr qui concourent à former leurs valeurs.

(31) La quantité q donnée par la seconde formule (6) du n° 16, étant d'un signe contraire à $\Sigma r^4 R_\varepsilon$, sera donc positive; mais cela ne suffit pas pour connaître *a priori*, le signe du coefficient H de l'équation (1) relative à la surface, puisque q n'est qu'une partie de H, et qu'on a $H = q + h$. Le signe et la grandeur de H ne pourront donc être déterminés que par l'expérience; et le phénomène le plus propre à cet usage est, comme on sait, l'élévation ou l'abaissement des liquides dans les tubes capillaires.

Pour appliquer l'équation (1) à cet exemple, supposons qu'il s'agisse d'un liquide homogène et pesant, dans lequel on plonge un tube capillaire; représentons la pesanteur par g, et prenons l'axe des z vertical et dirigé en sens contraire de cette force; nous aurons

$$dp = -\rho g dz, \quad p = -\rho g z + c;$$

c étant une constante arbitraire. Par conséquent, l'équation (1) deviendra

$$c - \rho g z + H\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) = \Pi;$$

et elle appartiendra à toute la surface du fluide, soit en dehors du tube, soit en dedans, si l'on suppose le fluide soumis partout à la même pression extérieure Π. Prenons aussi pour

le plan des x, y, la surface du liquide en dehors du tube et à une distance où elle est plane et horizontale. Nous aurons à-la-fois $z = 0$, $\lambda = \infty$, $\lambda' = \infty$; d'où il résulte $c = \Pi$; ce qui réduit l'équation précédente à

$$\rho g z - H\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) = 0.$$

Si le tube est un cylindre vertical à base circulaire, la surface du liquide dans son intérieur, sera évidemment une surface de révolution, et à son point le plus bas les deux rayons de courbure λ et λ' seront égaux. En désignant donc par a leur grandeur commune, et par k la valeur de z qui répond au même point, on aura

$$\lambda = \lambda' = \pm a, \quad g\rho k = \pm \frac{H}{2a},$$

où l'on prendra les signes supérieurs ou inférieurs selon que le liquide sera concave ou convexe. Or, pour tous les liquides que l'on a soumis à l'expérience, on a trouvé qu'il y a élévation dans le cas de la concavité, et abaissement dans le cas contraire ; la quantité k est donc positive ou négative selon que le fluide est concave ou convexe ; d'où l'on conclut que la valeur de H, tirée de la dernière équation, sera toujours positive ou de même signe que la partie q de ce coefficient.

Ce résultat de l'expérience paraissant indépendant de la nature du liquide, il y a lieu de croire qu'il tient à ce que l'autre partie h de H, qui provient de l'action mutuelle des molécules fluides dans l'épaisseur de la couche superficielle, a toujours une valeur peu considérable, ce qu'on peut attribuer à l'état de dilatation du fluide dont cette couche est formée. Si au contraire, la densité y était la même que dans

l'intérieur et qu'elle n'y variât pas très-rapidement, on aurait, d'après le n° 27, $h = -2q$, en négligeant le terme pl dont la grandeur est insensible, à cause du facteur l qui représente l'épaisseur de la couche; il en résulterait $H = q + h = -q$; ce coefficient H serait donc négatif, si sa valeur était sensible; et par conséquent les phénomènes capillaires auraient lieu en sens contraire de l'observation, c'est-à-dire, que les liquides s'élèveraient quand ils seraient terminés par une surface convexe, et s'abaisseraient quand leur surface serait concave. Cela suffit pour prouver, *a posteriori*, que la densité ne peut être invariable dans l'épaisseur de la couche superficielle; mais nous allons faire voir de plus que si le degré de compression était constant près de la surface, il faudrait, pour l'équilibre, que le coefficient H fût nul : en vertu de l'équation (3), la surface couperait donc à angle droit la résultante des forces données X, Y, Z; dans le cas des liquides pesans, elle ne pourrait être qu'un plan horizontal; et les liquides contenus dans les tubes capillaires ne s'élèveraient ni ne s'abaisseraient au-dessus ou au-dessous de leur niveau extérieur. Ainsi l'on doit dire que les phénomènes capillaires sont dus à l'action moléculaire, résultant de la répulsion calorifique et de l'attraction, et modifiée, non-seulement par la forme des surfaces d'après la Théorie de Laplace, mais encore par un état particulier de compression du liquide dans sa couche superficielle.

(32) Lorsque la compression ne varie pas très-rapidement dans l'épaisseur de cette couche, on peut former de deux manières différentes l'équation de l'équilibre dans le sens normal, et conclure de cette double considération, que l'on doit avoir $q = 0$ et $H = 0$.

Soit, en premier lieu, O un point de la surface; par ce point, menons une normale OM comprise dans l'intérieur du fluide et de grandeur insensible; par le point M, traçons une surface parallèle à celle du fluide; décomposons, comme dans le paragraphe précédent, la couche comprise entre ces deux surfaces en filets normaux à l'une et à l'autre; appelons B le filet dont l'axe est OM, ω sa base correspondante au point M, et ω' celle qui répond au point O. L'action normale et dirigée de dedans en dehors, exercée sur B par la couche dont il fait partie, sera égale à $\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)h\omega$, d'après le n° 25; elle s'ajoutera à la pression normale qui a lieu au point M, et dont la valeur est $p\omega+\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)q\omega$; et leur somme devant faire équilibre à la pression extérieure $\Pi\omega'$, agissant au point O en sens opposé, on aura

$$p\omega+\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)(q+h)\omega=\Pi\omega'.$$

En négligeant les termes qui ont l'épaisseur l pour facteur, on a $\omega'=\omega$, $h=-2q$, dans l'hypothèse que nous examinons (n° 27); on aura donc

$$p-q\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)=\Pi,$$

ce qui n'est autre chose que l'équation (1) appliquée à la même hypothèse.

En second lieu, menons par le point O un plan tangent à la surface du fluide, et par le point M un plan parallèle. Considérons un cylindre vertical ayant pour axe OM, dont nous représenterons la base par ω, et que nous appel-

lerons C. L'action exercée sur C suivant sa longueur par la couche fluide dont il fait partie, sera évidemment nulle, dans l'hypothèse d'une densité qui ne varie pas sensiblement suivant cette direction; car il n'y aurait alors aucune raison pour que cette action eût lieu plutôt dans le sens OM que dans le sens opposé MO. La pression normale au point M se réduira à $p\omega$; désignons de plus par $\mu\omega$ l'action exercée dans la même direction sur C, par le ménisque compris entre la surface du fluide et le plan tangent en O; il faudra que ces deux forces fassent aussi équilibre à la pression extérieure $\Pi\omega$; donc, en supprimant le facteur commun ω, nous aurons

$$p + \mu = \Pi.$$

Maintenant pour que cette équation d'équilibre subsiste en même temps que la précédente, il faudra qu'on ait

$$\mu = -q\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right);$$

mais en calculant la valeur de μ dans le numéro suivant, nous trouverons

$$\mu = q\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right);$$

les rayons de courbure λ et λ' étant pris avec les mêmes signes que précédemment, ou étant regardés comme positifs ou comme négatifs selon que le fluide est concave ou convexe au point O : de la comparaison de ces deux valeurs de μ, il résulte donc $q = 0$, et par conséquent $h = 0$ et $H = 0$. Il n'y aurait d'exception à cette conclusion que si l'on avait $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} = 0$, c'est-à-dire, si la surface du fluide était celle dont l'aire est

un *minimum ;* ce qui n'a pas lieu pour un liquide pesant qui s'élève ou s'abaisse dans un tube capillaire.

(33) Supposons, pour fixer les idées, le plan tangent en O horizontal, et le point M au-dessous du point O. Prenons ce dernier point pour origine des coordonnées ; soit M′ un des points de la surface compris dans la sphère d'activité de M ; désignons par η et η' ses coordonnées horizontales, et par ζ son ordonnée verticale, positive ou négative, selon que M′ est au-dessus ou au-dessous du plan tangent en O. On aura, comme dans les paragraphes précédents,

$$\zeta = E\eta^2 + E'\eta'^2 + E''\eta\eta';$$

les coefficients E, E′, E″, étant indépendants de η et η'. Soit m un point de la droite MO. Représentons par v et r la verticale Om et la distance mM′, et par u la projection horizontale de cette droite mM′, de sorte qu'on ait

$$r^2 = u^2 + v^2.$$

Appelons aussi R l'action mutuelle des deux molécules situées en m et M′ ; cette force agira au point m suivant le prolongement de mM′, et sa composante verticale et dirigée de bas en haut sera égale à $-\frac{Rv}{r}$, la variable v étant une quantité positive, ainsi que la distance r. De plus, cette composante ne changera pas d'une manière sensible pour les différentes molécules appartenant à l'ordonnée ζ, dont la longueur est une quantité du second ordre par rapport au rayon d'activité moléculaire ; sa valeur pour toutes ces molécules, s'obtiendra donc en multipliant $-\frac{Rv}{r}$ par leur nom-

bre. Si l'on appelle ε l'intervalle moléculaire qui a lieu au point O, et qui ne change pas sensiblement, autour de ce point, ce nombre s'exprimera par $\frac{\zeta}{\varepsilon}$ ou par $-\frac{\zeta}{\varepsilon}$, selon que l'ordonnée ζ sera positive ou négative; or, l'action de chaque point du ménisque est additive dans le premier cas, et soustractive dans le second, par rapport à celle du fluide terminé par le plan tangent en O; et comme on a supposé dans le numéro précédent, que la force $\mu\omega$ s'ajoutait toujours à l'action provenant du fluide, il en résulte qu'il faudra prendre $\frac{\zeta}{\varepsilon}$ pour le nombre en question, quel que soit le signe de ζ; par conséquent, l'action verticale et dirigée de bas en haut, exercée par tous les points de ζ sur le point M, aura pour valeur $-\frac{R\nu\zeta}{r\varepsilon}$. Pour connaître l'action du ménisque sur C, ou la valeur de $\mu\omega$, il ne restera plus qu'à prendre la somme des valeurs de $-\frac{R\nu\zeta}{r\varepsilon}$, étendue à toutes les molécules de C et à toutes les positions de ζ. Le résultat de la sommation sera sensiblement le même pour toutes les séries verticales de molécules dont C est composé et dont le nombre est $\frac{\omega}{\varepsilon^2}$, puisque ε ne varie pas sensiblement, par hypothèse, au-dessous du point O; on pourra donc multiplier la quantité précédente par $\frac{\omega}{\varepsilon^2}$, et n'avoir égard ensuite qu'à une seule série de molécules : en supprimant le facteur commun ω, on aura alors

$$\mu = -\Sigma\frac{R\nu\zeta}{r\varepsilon^3}.$$

Cette somme Σ est une somme triple, relative à η, η', υ,

que l'on réduira facilement à une somme simple par des changements de variables. En effet, soit d'abord ψ l'angle compris entre la droite représentée par u et l'axe des η; on aura

$$\eta = u\cos.\psi, \quad \eta' = u\sin.\psi;$$

et si nous remplaçons η et η' par les variables u et ψ, la somme relative à l'angle ψ se changera, comme dans le n° 14, en une intégrale définie, prise depuis $\psi = 0$ jusqu'à $\psi = 2\pi$: il faudra préalablement multiplier sous le signe Σ, par la différence de l'angle ψ, et par le rapport $\frac{u}{\varepsilon}$; l'intégration relative à ψ étant ensuite effectuée, nous aurons

$$\mu = -\pi(E + E')\Sigma\frac{R\,v\,u^3}{r\,\varepsilon^4}.$$

Les variables u et v auxquelles répond la nouvelle somme Σ, sont les projections horizontale et verticale, du rayon vecteur r; en appelant θ son inclinaison, on aura donc

$$u = r\cos.\theta, \quad v = r\sin.\theta.$$

Nous substituerons, comme dans le n° 15, r et θ à u et v; la somme relative à θ se changera en une intégrale définie, que l'on prendra depuis $\theta = 0$ jusqu'à $\theta = \frac{1}{2}\pi$, après avoir multiplié sous le signe Σ par la différence de θ et par le rapport $\frac{u}{\varepsilon}$. A cause de

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin.\theta\cos.^3\theta\,d\theta = \tfrac{1}{4}, \quad E + E' = \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right),$$

nous aurons, de cette manière,

$$\mu = -\frac{\pi}{8}\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)\Sigma\frac{Rr^4}{\varepsilon^5} = q\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right);$$

q étant la même quantité que dans le n° 16, et les rayons de courbure λ et λ' étant positifs ou négatifs, selon que le ménisque est au-dessus ou au-dessous du plan tangent en O, ou, ce qui revient au même, selon que la surface du fluide est concave ou convexe en ce point.

(34) Cette valeur de μ est celle qu'il fallait obtenir. Si l'on suppose, comme dans la *Mécanique céleste*, que la somme Σ qu'elle renferme puisse s'exprimer par une intégrale, on aura

$$\Sigma r^4 R\varepsilon = \int R r^4 dr;$$

et en désignant par ρ la densité du fluide, et par m la masse de chaque molécule, de sorte qu'on ait $\rho = \frac{m}{\varepsilon^3}$, il en résultera

$$\mu = -\frac{\pi\rho^2}{8m^2}\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)\int R r^4 dr.$$

Or, il est facile de s'assurer que cette expression coïncide avec l'action normale du ménisque, trouvée par Laplace, et relative à l'hypothèse d'une densité qui ne varie pas sensiblement près de la surface.

En effet, d'après l'ouvrage cité, la force que nous avons désignée par μ aurait pour expression :

$$\mu = \pi\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}\right)\int r\Psi r\, dr,$$

le sens de cette force et les signes de λ et λ' étant ceux que nous avons supposés. On a fait, dans cette formule,

$$\frac{d\psi r}{dr} = -r\Pi r, \quad \Pi r = -\frac{d\varphi r}{dr};$$

et si l'on compare la force φr à celle que nous avons représentée par R, on a

$$\varphi r = -\frac{\rho^2 R}{m^2}.$$

En intégrant par partie et supprimant les termes compris hors des signes $\int$, qui disparaissent par la nature des fonctions Ψr et Πr, il vient

$$\int r\Psi r\,dr = \tfrac{1}{2}\int r^3 \Pi r\,dr = \tfrac{1}{8}\int r^4 \varphi r\,dr;$$

on aura donc

$$\int r\Psi r\,dr = -\frac{\rho^2}{8m^2}\int r^4 R\,dr;$$

ce qui fait coïncider ensemble les deux valeurs de la quantité μ.

(35) Il est évident qu'un volume déterminé d'un fluide homogène, dont les points ne sont sollicités, ni par la pésanteur, ni par aucune autre force donnée, et dont la surface est entièrement libre et soumise à une pression constante, demeurera en équilibre si on lui fait prendre la forme sphérique; mais pour savoir s'il y a d'autres figures d'équilibre possibles, il faut intégrer l'équation (1), et exclure ensuite toutes les surfaces qui s'étendraient indéfiniment; car le volume du fluide étant donné, sa surface doit être limitée de toutes parts. Ce serait une question difficile à résoudre d'une manière générale; nous nous bornerons à faire voir qu'il n'existe qu'une seule figure d'équilibre possible, parmi les sphéroïdes de révolution très-peu différents d'une sphère, et que cette figure est celle de la sphère elle-même.

Les forces X, Y, Z, étant nulles par hypothèse, la quantité p sera une constante arbitraire ; si donc on fait

$$\frac{\Pi - p}{H} = b, \qquad (a)$$

b sera une pareille constante, et l'équation (1) deviendra

$$\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} = b.$$

On suppose aussi que la surface du fluide soit celle d'un solide de révolution ; en appelant donc x et y les coordonnées d'un point quelconque de la courbe génératrice, comptant l'abscisse x sur l'axe de figure, et faisant $dx^2 + dy^2 = ds^2$, nous aurons, d'après les formules connues,

$$\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} = \frac{dy\,d^2x - dx\,d^2y}{ds^3} + \frac{1}{y}\frac{dx}{ds},$$

et, par conséquent,

$$\frac{dy\,d^2x - dx\,d^2y}{ds^3} + \frac{dx}{y} = b\,ds. \qquad (b)$$

Soit r le rayon vecteur du point qui répond à x et y, et θ l'angle que fait ce rayon avec l'axe des x, en sorte qu'on ait

$$x = r\cos.\theta, \quad y = r\sin.\theta.$$

Si l'on prend $d\theta$ pour la différentielle constante, on aura

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2$$
$$dx\,d^2y - dy\,d^2x = r\,d^2r\,d\theta - 2\,dr^2\,d\theta - r^2 d\theta^3.$$

Supposons actuellement que la surface du fluide diffère peu de celle d'une sphère qui ait son centre à l'origine des coor-

données; et faisons en conséquence

$$r = a(1+u),$$

a étant une constante et u une variable très-petite dont nous négligerons les puissances supérieures à la première. Il en résultera

$$ds = a(1+u)d\theta,$$
$$\frac{dx}{y} = -d\theta + \frac{\cos.\theta}{\sin.\theta}du,$$
$$\frac{dyd^2x - dxd^2y}{ds^2} = \left(\frac{d^2u}{d\theta^2} - 1\right)d\theta;$$

et au moyen de ces différentes valeurs, l'équation (b) deviendra

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + \frac{\cos.\theta}{\sin.\theta}\frac{du}{d\theta} - bau = 2 + ba.$$

On fera disparaître son second membre, en diminuant u d'une constante égale à $\frac{ba+2}{ba}$; et si l'on veut que toute la partie constante du rayon r soit comprise dans le terme a de sa valeur, il faudra déterminer la constante b de manière que cette diminution soit nulle, ou prendra $b = -\frac{2}{a}$. Si l'on fait en même temps $u = v\cos.\theta$, l'équation précédente se réduira à

$$\frac{d^2v}{d\theta^2} + \left(\frac{\cos.\theta}{\sin.\theta} - \frac{2\sin.\theta}{\cos.\theta}\right)\frac{dv}{d\theta} = 0;$$

d'où l'on tire, en intégrant et désignant par c et c' les deux constantes arbitraires :

$$v = c + c'\cos.\theta + \frac{c'}{2}\log.\frac{1-\cos.\theta}{1+\cos.\theta}.$$

Si la constante c' n'est pas nulle, la valeur de v, et par suite celles de u et de r, seront infinies pour $\theta = 0$ et $\theta = \pi$, c'est-à-dire, aux deux extrémités de l'axe du fluide, qui s'étendrait alors indéfiniment dans le sens de sa longueur: il faut donc qu'on ait $c' = 0$; ce qui réduit la valeur de u à $c \cos.\theta$, et l'équation de la surface à

$$r = a(1 + c\cos.\theta).$$

Or, à cause que c est une fraction très-petite dont on néglige le carré, cette équation est celle d'une sphère dont le rayon est a, et qui a son centre à une distance ac de l'origine des coordonnées. Ainsi dans le cas auquel nous nous sommes bornés, la sphère est la seule figure d'équilibre possible, ce qu'il s'agissait de démontrer.

Son rayon se conclura du volume connu du fluide; et à cause de $b = -\frac{2}{a}$, l'équation (a) donnera

$$p = \Pi + \frac{2H}{a},$$

pour la pression intérieure sur une surface plane, laquelle surpassera la pression extérieure, d'une quantité $\frac{2H}{a}$ en raison inverse du rayon a.

NOTE

SUR LES RACINES DES ÉQUATIONS TRANSCENDANTES.

PAR M. POISSON.

Lue à l'Académie le 2 mars 1829.

LES problèmes de mécanique ou de physique qui dépendent d'équations linéaires aux différences partielles, conduisent le plus souvent à des séries d'exponentielles ou de sinus dont les exposants ou les arcs sont proportionnels au temps et ont successivement pour facteurs les racines, en nombre infini, d'une équation transcendante relative à chaque question. Les différents termes de ces séries satisfont séparément à toutes les équations du problème, et les séries entières représentent, dans chaque cas, l'état initial du système, ce qui est nécessaire pour la généralité de la solution. Ces expressions en séries de solutions particulières se sont présentées aux géomètres dès l'origine du calcul aux différences partielles; elles ne sont pas une acquisition récente de l'analyse; Laplace s'en était aussi servi, il y a près de soixante ans, pour résoudre le problème du flux et du reflux; et l'analyse dont il avait alors fait usage, est la même qu'il a appliquée,

dans ces derniers temps, à la distribution de la chaleur dans une sphère homogène, primitivement échauffée d'une manière quelconque.

En général, l'analyse qui conduit à ce genre de solutions en séries, fournit deux équations dont l'une fait connaître les coefficients de la série d'après l'état initial du système; j'ai remarqué que l'autre, dont on n'avait fait jusque là aucun usage, pouvait servir à démontrer la réalité des racines de l'équation transcendante, indépendamment de sa forme particulière (1); ce qui a rendu complètes les solutions dont il s'agit. Pour un grand nombre de ces équations, M. Cauchy a prouvé directement et d'après les diverses formes de celles qu'il a considérées, qu'elles n'admettent pas de racines imaginaires (2); mais ce moyen, quelle que soit l'étendue qu'on lui donne, ne saurait s'appliquer à toutes les équations de cette nature qui peuvent se présenter dans des problèmes de physique ou de mécanique, et, par exemple, aux équations, en nombre infini et d'une forme très-compliquée, qui répondent à la distribution de la chaleur dans une sphère ou dans un cylindre, lorsque ces corps ont d'abord été échauffés arbitrairement. Selon M. Fourier, les règles que les géomètres ont trouvées pour reconnaître l'existence des racines réelles des équations algébriques, s'appliquent également aux équations transcendantes. Ainsi le théorème de De Gua, fondé sur l'ancienne méthode des *cascades*, et d'après lequel on peut s'as-

(1) Bulletin de la Société philomatique, octobre 1826.

(2) Exercices de mathématiques, tome I, année 1826.

surer que toutes les racines d'une équation algébrique d'un degré quelconque sont réelles, conserverait le même avantage, dans le cas d'une équation transcendante. Dans mon second Mémoire sur la distribution de la chaleur, j'ai émis une opinion contraire, que j'ai appuyée d'un exemple propre à mettre ce théorème en défaut. M. Fourier répond à cette difficulté, que je n'ai pas convenablement énoncé la proposition (1); c'est pourquoi je vais tout à l'heure rappeler l'énoncé même de M. Fourier, et en faire littéralement l'application à l'exemple que j'avais choisi. Mais auparavant, qu'il me soit permis d'observer que je n'ai avancé nulle part et que je n'ai aucune connaissance qu'on ait soutenu pendant plusieurs années, ni cherché à prouver de différentes manières que les équations transcendantes relatives à la distribution de la chaleur ont des racines imaginaires. Autre chose est de penser qu'une proposition n'était pas démontrée, autre chose aurait été de dire qu'elle fût fausse; et à cet égard, il me suffira de renvoyer au Mémoire que je viens de citer, dont la lecture remonte à l'année 1821, et dans lequel j'ai élevé la difficulté relative à la réalité de ces racines (2).

Maintenant voici comment M. Fourier énonce la règle ou le théorème dont il s'agit (3).

« Si l'on écrit dans l'ordre suivant l'équation algébrique « $X=0$, et toutes celles qui en dérivent par la différentia- « tion,

(1) Mémoires de l'Académie, tome VIII, p. 616.

(2) Journal de l'École polytechnique, 19^{e} cahier, page 381.

(3) Théorie analytique de la chaleur, page 373.

$$X=0,\ \frac{dX}{dx}=0,\ \frac{d^2X}{dx^2}=0,\ \frac{d^3X}{dx^3}=0,\ \frac{d^4X}{dx^4}=0,\ \text{etc.},$$

« et si l'on suppose que toute racine réelle d'une quelconque « de ces équations étant substituée dans celle qui la précède « et dans celle qui la suit, donne deux résultats de signe « contraire; il est certain que la proposée $X=0$ a toutes ses « racines réelles, et que par conséquent il en est de même « de toutes les équations subordonnées

$$\frac{dX}{dx}=0,\ \frac{d^2X}{dx^2}=0,\ \frac{d^3X}{dx^3}=0,\ \text{etc.}$$

C'est cette règle, ainsi énoncée, que M. Fourier a étendue, jusqu'à présent sans démonstration, à toutes les équations transcendantes; et pour montrer qu'elle ne s'y applique pas sans restriction, j'ai cité cet exemple :

$$X=e^x-be^{ax}=0,$$

e désignant la base des logarithmes népériens, et a et b étant des constantes données, que je supposerai toutes deux positives.

On aura dans ce cas,

$$\frac{d^nX}{dx^n}=e^x-ba^ne^{ax},$$
$$\frac{d^{n+1}X}{dx^{n+1}}=e^x-ba^{n+1}e^{ax},$$
$$\frac{d^{n+2}X}{dx^{n+2}}=e^x-ba^{n+2}e^{ax},$$

n étant un nombre entier quelconque ou zéro; en éliminant l'une des deux exponentielles au moyen de l'équation :

$$\frac{d^{n+1}X}{dx^{n+1}}=0, \text{ ou } e^x-ba^{n+1}e^{ax}=0,$$

il en résulte

$$\frac{d^nX}{dx^n}=-b(1-a)a^ne^{ax},$$
$$\frac{d^{n+2}X}{dx^{n+2}}=b(1-a)a^{n+1}e^{ax},$$

et par conséquent

$$\frac{d^nX}{dx^n}\frac{d^{n+2}X}{dx^{n+2}}=-b^2(1-a)^2a^{2n+1}e^{2ax},$$

quantité négative pour toute valeur réelle de x. Donc *toute racine réelle* de l'équation intermédiaire $\frac{d^{n+1}X}{dx^{n+1}}=0$, étant substituée dans les deux équations adjacentes $\frac{d^nX}{dx^n}=0$ et $\frac{d^{n+2}X}{dx^{n+2}}=0$, donnera des résultats de signe contraire; donc d'après la règle de M. Fourier, l'équation $e^x-be^{ax}=0$, et toutes celles qui s'en déduisent par la différentiation, devraient avoir toutes leurs racines réelles; et, au contraire, chacune de ces équations a une seule racine réelle et une infinité de racines imaginaires, comprises sous la forme :

$$x=\frac{\log. ba^n+2i\pi\sqrt{-1}}{1-a},$$

π désignant le rapport de la circonférence au diamètre, et i étant un nombre entier ou zéro.

Les règles relatives au nombre de racines réelles des équations algébriques, se démontrent par la considération des courbes paraboliques dont les équations sont

$$y=\frac{d^nX}{dx^n},$$

en donnant au nombre n toutes les valeurs depuis $n=0$ jusqu'à $n=m-1$, et appelant m le degré du polinome X. Aucune de ces courbes n'est asymptotique de l'axe des abscisses x, et pour chacune d'elles le nombre de ses intersections avec cet axe excède d'une unité, le nombre des ordonnées *maxima* moins le nombre des ordonnées *minima*, considérées en grandeur absolue (1). C'est sur ce principe que sont en partie fondées les règles dont il s'agit; or, il n'a pas toujours lieu dans le cas des équations transcendantes; et par exemple, si l'on a, comme précédemment,

$$X = e^x - be^{ax},$$

chacune des courbes dont il s'agit sera asymptotique de l'axe des abscisses du côté des x négatives, coupera cette droite en un seul point, et n'aura qu'une seule ordonnée *maxima* et aucune ordonnée *minima*. Il était bon de faire remarquer cette différence essentielle entre les courbes algébriques et les courbes transcendantes. On peut consulter sur ce sujet un Mémoire de M. Cauchy qui renferme tout ce qu'on a démontré jusqu'à présent relativement aux caractères distinctifs des racines réelles ou imaginaires dans les équations algébriques (2).

J'avais pensé que les équations transcendantes semblables à celle-ci :

$$1 - x + \frac{x^2}{(1.2)^2} - \frac{x^3}{(1.2.3)^2} + \frac{x^4}{(1.2.3.4)^2} - \text{etc.} = 0,$$

(1) Bulletin de la Société philomatique, année 1814, page 94.

(2) Journal de l'École polytechnique, 17^e cahier.

pourraient être assimilées aux équations algébriques, à cause de l'accroissement des dénominateurs qui permettrait de négliger les termes d'un rang très-éloignés (1). Mais en y réfléchissant de nouveau, j'ai reconnu que cette considération ne serait pas satisfaisante. En effet, l'équation différentielle de l'ordre n serait, dans cet exemple,

$$1-\frac{x}{1.n+1}+\frac{x^2}{1.2.n+1.n+2}-\frac{x^3}{1.2.3.n+1.n+2.n+3}+\text{etc.}=0;$$

or, quelque grand que soit n, on ne pourrait pas la réduire à ses premiers termes, parce que les valeurs de x qui s'en déduisent sont aussi très-grandes et comparables à n.

---

(1) Mémoires de l'Académie, tome VIII, page 367.

EXTRAIT DU MÉMOIRE

SUR

L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES PARTIELLES,

PAR M. A. L. CAUCHY.

Présenté à l'Académie royale des Sciences, le 26 mai 1823.

J'AI montré dans ce Mémoire comment les formules que j'avais déduites de la théorie des intégrales singulières pouvaient être appliquées à l'intégration des équations différentielles linéaires, des équations aux différences finies, et des équations aux différences partielles. Les formules que j'ai présentées dans les trois premiers paragraphes du Mémoire, ont été insérées dans le 19^{e} cahier du Journal de l'École polytechnique. Je vais transcrire ici celles auxquelles j'étais parvenu dans le quatrième paragraphe, et qui sont relatives à l'intégration des équations aux différences partielles, linéaires, mais à coefficients variables.

J'ai donné dans le 19^{e} cahier du Journal de l'École polytechnique, une formule que l'on peut écrire comme il suit :

$$(1)\qquad f(\mu_0,\nu_0,\varpi_0\ldots)+f(\mu_1,\nu_1,\varpi_1,\ldots)+\text{etc.}=$$

$$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n\iiint\ldots e^{\alpha M\sqrt{-1}}e^{\beta N\sqrt{-1}}\ldots\sqrt{L^2}.f(\mu,\nu,\varpi\ldots)\,d\alpha\,d\mu\,d\beta\,d\nu\,d\gamma\,d\varpi\ldots$$

$$\left\{\begin{array}{l}\alpha=-\infty,\beta=-\infty,\ldots\ \mu=\mu',\nu=\nu'\ldots\\ \alpha=-\infty,\beta=+\infty,\ldots\ \mu=\mu'',\nu=\nu''\ldots\end{array}\right.$$

Dans cette formule M, N... sont des fonctions quelconques des variables $\mu, \nu, \varpi\ldots$; n désigne le nombre de ces mêmes variables; et L le dénominateur commun des fractions qui représentent les valeurs de $p, q, r\ldots$ tirées des équations

$$(2)\qquad\left\{\begin{array}{l}p\dfrac{dM}{d\mu}+q\dfrac{dM}{d\nu}+r\dfrac{dM}{d\varpi}+\ldots=1,\\ p\dfrac{dN}{d\mu}+q\dfrac{dN}{d\nu}+r\dfrac{dN}{d\varpi}+\ldots=1,\\ \text{etc.}\end{array}\right.$$

Enfin $\mu_0, \nu_0, \varpi_0\ldots\ \mu_1, \nu_1, \varpi_1\ldots$ etc..., désignent les divers systèmes de valeurs de $\mu, \nu, \varpi\ldots$ propres à résoudre les équations simultanées

$$(3)\qquad M=0,\quad N=0,\quad \text{etc.}$$

et composés de valeurs de μ renfermées entre les limites μ', μ'', de valeurs de ν renfermées entre les limites ν', ν'', etc... Dans le cas particulier où l'on suppose

$$(4)\qquad M=x-u,\quad N=y-v,\ \text{etc.}\ldots,$$

le nombre des variables $x, y, z\ldots$ étant égal à n, et $u, v\ldots$ représentant des fonctions des variables $\mu, \nu, \varpi\ldots$, on tire

de la formule (1),

$$(5)\qquad F(x,y,z\ldots)=$$

$$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n\iiint\ldots e^{(x-u)\alpha\sqrt{-1}}e^{(y-v)\beta\sqrt{-1}}\ldots\sqrt{L^2}.F(u,v,\ldots)\,d\alpha\,d\mu\,d\beta\,d\nu\ldots$$

$$\left\{\begin{array}{l}\alpha=-\infty,\ \beta=-\infty\ \ldots\ \mu=\mu',\ \nu=\nu'\ \ldots\\ \alpha=+\infty,\ \beta=+\infty\ \ldots\ \mu=\mu'',\ \nu=\nu''\ \ldots\end{array}\right\}.$$

Dans cette dernière formule, la fonction $F(u, v, \ldots)$ remplace la fonction $f(\mu,\nu,\varpi\ldots)$, $\mu', \mu''\ldots\nu', \nu''\ldots$, sont choisies de manière que les valeurs correspondantes de u, $v\ldots$ puissent être considérées comme des limites inférieures et supérieures des valeurs attribuées aux variables $x, y, z\ldots$, et L désigne le dénominateur commun des valeurs de $p, q, r\ldots$, tirées des équations

$$(6)\qquad\left\{\begin{array}{l}p\dfrac{du}{d\mu}+q\dfrac{du}{d\nu}+r\dfrac{du}{d\varpi}+\ldots=0,\\ p\dfrac{dv}{d\mu}+q\dfrac{dv}{d\nu}+r\dfrac{dv}{d\varpi}+\ldots=0,\\ \text{etc}\ldots\end{array}\right.$$

Ajoutons que, dans des formules (1) et (5) on pourrait, au lieu de $\alpha\sqrt{-1}$, $\beta\sqrt{-1}$, écrire partout $a+\alpha\sqrt{-1}$, $b+\beta\sqrt{-1}\ldots$, a, b désignant des constantes choisies arbitrairement.

Concevons maintenant que,

$$K, X, Y, \ldots T$$

étant des fonctions quelconques des variables $x, y, z\ldots t$, il s'agisse d'intégrer l'équation aux différences partielles,

$$(7)\qquad K\varphi+X\frac{d\varphi}{dx}+Y\frac{d\varphi}{dy}+\ldots+T\frac{d\varphi}{dt}=f(x,y,z\ldots t),$$

de manière que la variable principale φ se réduise à

$$f_0(x, y, z \dots), \tag{8}$$

pour $t = t_0$. On présentera l'équation (7) sous la forme

$$\mathrm{K}\varphi + \left\{\begin{matrix} \frac{d(\mathrm{X}\varphi)}{dx} + \frac{d(\mathrm{Y}\varphi)}{dy} + \dots + \frac{d(\mathrm{T}\varphi)}{dt} \\ -\varphi\frac{d\mathrm{X}}{dx} - \varphi\frac{d\mathrm{Y}}{dy} - \dots - \varphi\frac{d\mathrm{T}}{dt} \end{matrix}\right\} = f(x, y, z \dots t), \tag{9}$$

et la valeur inconnue de φ sous la forme

$$\varphi = \left(\tfrac{1}{2\pi}\right)^n \iiint \dots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}} e^{\beta(y-v)\sqrt{-1}} \dots \psi \, d\alpha \, d\mu \, d\beta \, d\nu \dots \quad \left\{\begin{matrix} \alpha = -\infty, \beta = -\infty, \dots \mu = \mu', \nu = \nu' \dots \\ \alpha = +\infty, \beta = +\infty, \dots \mu = \mu'', \nu = \nu'' \dots \end{matrix}\right\}; \tag{10}$$

$u, v \dots \psi$ étant des quantités que l'on supposera fonctions des variables $\mu, \nu \dots$ et t. Soient d'ailleurs

$$\mathrm{S}, \mathrm{U}, \mathrm{V} \dots \mathrm{W},$$

ce que deviennent

$$\mathrm{K}, \mathrm{X}, \mathrm{Y} \dots \mathrm{T},$$

quand on y remplace x par u, y par $v \dots$ On tirera des équations (5) et (10),

$$\left\{\begin{matrix} \mathrm{K}\varphi = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \iiint \dots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}} e^{\beta(y-v)\sqrt{-1}} \dots \mathrm{S}\psi \, d\alpha \, d\mu \, d\beta \, d\nu \dots . \\ \mathrm{X}\varphi = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \iiint \dots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}} e^{\beta(y-v)\sqrt{-1}} \dots \mathrm{U}\psi \, d\alpha \, d\mu \, d\beta \, d\nu \dots , \\ \mathrm{Y}\varphi = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \iiint \dots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}} e^{\beta(y-v)\sqrt{-1}} \dots \mathrm{V}\psi \, d\alpha \, d\mu \, d\beta \, d\varepsilon \dots , \\ \text{etc} \dots \\ \mathrm{T}\varphi = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \iiint \dots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}} e^{\beta(y-v)\sqrt{-1}} \dots \mathrm{W}\psi \, d\alpha \, d\mu \, d\beta \, d\nu \dots \end{matrix}\right. \tag{11}$$

et

$$(12)\quad \begin{cases} \varphi\dfrac{dX}{dx}=\left(\dfrac{1}{2\pi}\right)^n\iiint\ldots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}}e^{\mathcal{E}(y-v)\sqrt{-1}}\ldots\psi\dfrac{dU}{du}d\alpha d\mu d\mathcal{E}d\nu\ldots, \\ \varphi\dfrac{dY}{dy}=\left(\dfrac{1}{2\pi}\right)^n\iiint\ldots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}}e^{\mathcal{E}(y-v)\sqrt{-1}}\ldots\psi\dfrac{dV}{dt}d\alpha d\mu d\mathcal{E}d\nu\ldots, \\ \text{etc.} \\ \varphi\dfrac{dT}{dt}=\left(\dfrac{1}{2\pi}\right)^n\iiint\ldots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}}e^{\mathcal{E}(y-v)\sqrt{-1}}\ldots\psi\dfrac{dW}{dt}d\alpha d\mu d\mathcal{E}d\nu\ldots \end{cases}$$

Enfin, on aura

$$3f(x,y,z\ldots t)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n\iiint\ldots e^{\alpha(x-u)\sqrt{-1}}e^{\mathcal{E}(y-v)\sqrt{-1}}\ldots\sqrt{L^2}.f(u,v,\ldots t)\,d\alpha d\mu d\mathcal{E}d\nu\ldots$$

Cela posé, on satisfera évidemment à l'équation (7), en posant

$$(14)\quad \left[\left(U-W\frac{du}{dt}\right)\alpha\sqrt{-1}+\left(V-W\frac{dv}{dt}\right)\mathcal{E}\sqrt{-1}+\ldots+S-\frac{dU}{du}-\frac{dV}{dv}\ldots\right]\psi+W\frac{d\psi}{dt}$$
$$=\sqrt{L^2}f(u,v,\ldots t).$$

Pour que cette dernière équation se vérifie, sans que $u, v, \ldots$ deviennent fonctions de $\alpha, \mathcal{E}\ldots$, il est nécessaire que l'on ait

$$(15)\qquad U-W\frac{du}{dt}=0,\quad V-W\frac{dv}{dt}=0,\ \text{etc.}\ldots$$

et

$$(16)\quad \left(S-\frac{dU}{du}-\frac{dV}{dv}\ldots\right)\psi+W\frac{d\psi}{dt}=f(u,v,\ldots t).\sqrt{L^2}.$$

Si l'on veut en outre que φ se réduise à

$$(17)\quad f_0(x,y\ldots)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n\iiint\ldots e^{\alpha(x-\mu)\sqrt{-1}}e^{\mathcal{E}(y-\nu)\sqrt{-1}}\ldots f_0(\mu,\nu\ldots)\,d\alpha d\mu d\mathcal{E}d\nu\ldots$$

pour $t=t_0$, il suffira d'admettre que cette supposition réduit

les valeurs de $u, v, \ldots \psi$ à celles que déterminent les formules

$$(18) \qquad u=\mu, \quad v=\nu, \ldots \quad \psi=f_0(\mu,\nu,\varpi\ldots).$$

On devra donc alors intégrer les équations simultanées (15) et (16), de manière que les conditions (18) soient remplies pour $t=t_0$.

Pour appliquer à un exemple fort simple les principes que nous venons d'établir, supposons qu'il s'agisse d'intégrer l'équation

$$x\frac{d\varphi}{dx}+y\frac{d\varphi}{dy}+\ldots+t\frac{d\varphi}{dt}-a\varphi=0,$$

de manière que l'on ait $\varphi=f_0(x,y,z\ldots)$ pour $t=0$. Dans ce cas particulier on trouvera

$$\mathrm{X}=x, \ \mathrm{Y}=y,\ldots \ \mathrm{T}=t, \ \mathrm{K}=-a, f(x,y,\ldots t)=0,$$
$$\mathrm{U}=u, \ \mathrm{V}=v,\ldots \mathrm{W}=t, \ \mathrm{S}=-a, f(u,v,\ldots t)=0;$$

et par suite les équations (15) et (16) deviendront

$$u-t\frac{du}{dt}=0, \quad v-t\frac{dv}{dt}=0, \text{ etc}\ldots$$
$$-(a+n)\psi+t\frac{d\psi}{dt}=0.$$

En intégrant celles-ci de manière que les conditions (18) soient vérifiées pour $t=1$, on trouvera

$$u=\mu t, \quad v=\nu t,\ldots \psi=t^{a+n}f_0(\mu,\nu\ldots),$$

Cela posé, la formule (10) donnera

$$=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n t^{a+n}\iiint\ldots e^{\alpha(x-\mu t)\sqrt{-1}}e^{\xi(y-\nu t)\sqrt{-1}}\ldots f_0(\mu,\nu\ldots)d\alpha d\mu d\xi d\nu\ldots$$

$$=t^a\cdot\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n\iiint\ldots e^{\alpha(x-\mu)\sqrt{-1}}e^{\xi(y-\nu)\sqrt{-1}}\ldots f_0\left(\frac{\mu}{t},\frac{\nu}{t}\ldots\right)d\alpha d\mu d\xi d\nu\ldots$$

$$=t^a f_0\left(\frac{x}{t},\frac{y}{t},\ldots\right),$$

ce qui est exact.

Comme toute équation aux différences partielles du premier ordre peut être remplacée par une équation linéaire du même ordre qui renferme un plus grand nombre de variables, il est clair que la méthode précédente peut être appliquée à l'intégration de toutes les équations aux différences partielles du premier ordre.

En appliquant la même méthode à l'équation linéaire la plus générale du second ordre et à coefficients variables, et présentant cette équation sous la forme

$$\mathrm{K}\varphi+\frac{d^2(\mathrm{P}\varphi)}{dx^2}+\frac{d^2(\mathrm{Q}\varphi)}{dxdt}+\frac{d^2(\mathrm{R}\varphi)}{dt^2}+\frac{d(\mathrm{X}\varphi)}{dx}+\frac{d(\mathrm{T}\varphi)}{dt}=f(x,t),$$

on reconnaît qu'on peut toujours disposer de la fonction $f(x,t)$, de manière à la rendre intégrable.

Exemple. On intègre par cette méthode l'équation

$$2\frac{d^2(x^2\varphi)}{dx^2}+3\frac{d^2(xt\varphi)}{dxdt}+\frac{d^2(t^2\varphi)}{dt^2}=0,$$

et on trouve pour son intégrale

$$\varphi=\frac{1}{t^3}\left[f_0\left(\frac{x}{t}\right)+f_1\left(\frac{x}{t^2}\right)\right].$$

EXTRAIT DU MÉMOIRE

Sur quelques séries analogues à la série de Lagrange, sur les fonctions symétriques, et sur la formation directe des équations que produit l'élimination des inconnues entre des équations algébriques données,

PAR A. L. CAUCHY.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 9 août 1824.

DANS ce Mémoire, après avoir rappelé les formules que j'ai données dans le 19^e^ cahier du Journal de l'École royale polytechnique, et qui servent à convertir en intégrales définies les sommes des fonctions semblables des racines d'une équation quelconque, j'ai fait voir que le développement de ces intégrales en séries conduisait à plusieurs formules remarquables qui comprennent, comme cas particulier, la formule de Taylor, et la série de Lagrange. Quelquefois les séries obtenues se composent d'un nombre fini de termes. Ainsi, par exemple, si l'on désigne par a une quantité constante, par m un nombre entier, par $\varphi(x)$, $f(x)$ deux fonctions entières de x, dont la seconde soit d'un degré inférieur à m, et par $x_1, x_2, \ldots x_m$ les racines de l'équation

$$(x-a)^m - f(x) = 0, \tag{1}$$

on trouvera

$$(2)\qquad \varphi(x_1)+\varphi(x_2)+\ldots+\varphi(x_m)=m\varphi(a)$$
$$+\frac{1}{1.2.3..(m-1)}\frac{d^{m-1}\{\varphi'(a).\mathrm{f}(a)\}}{da^{m-1}}+\frac{\frac{1}{2}}{1.2.3..(2m-1)}\frac{d^{2m-1}\{\varphi'(a)[\mathrm{f}(a)]^2\}}{da^{2m-1}}$$
$$+\frac{\frac{1}{3}}{1.2.3..(3m-1)}\frac{d^{3m-1}\{\varphi'(a)[\mathrm{f}(a)]^3\}}{da^{3m-1}}+\text{etc.};$$

et il est clair que le terme général de la série comprise dans le second membre de l'équation (2), savoir,

$$(3)\qquad \frac{\frac{1}{n}}{1.2.3..(nm-1)}\frac{d^{nm-1}\{\varphi'(a)[\mathrm{f}(a)]^n\}}{da^{nm-1}},$$

s'évanouira, dès que le nombre $nm-1$ deviendra supérieur au degré de la fonction $\varphi'(x)[\mathrm{f}(x)]^n$.

Si l'on pose en particulier

$$(4)\ (x-a)^n-\mathrm{f}(x)=x^2-2rx\cos.2z+r^2=(x-r)^2+4rx\sin.^2z$$
$$=(x+r)^2-4rx\cos.^2z,$$

l'équation (2) donnera

$$(5)\quad \varphi[r(\cos.2z+\sqrt{-1}\sin.2z]+\varphi[r(\cos.2z-\sqrt{-1}\sin.2z)]$$
$$=2\varphi(r)-\frac{4r}{1}\frac{d[r\varphi'(r)]}{dr}\sin.^2z+\frac{\frac{1}{2}(4r)^2}{1.2.3}\frac{d^3[r^2\varphi'(r)]}{dr^3}\sin.^4z$$
$$-\frac{\frac{1}{3}(4r)^3}{1.2.3.4.5}\frac{d^5[r^3\varphi'(r)]}{dr^5}\sin.^6z+\ldots$$
$$=2\varphi(-r)+\frac{4r}{1}\frac{d[r\varphi'(-r)]}{dr}\cos.^2z-\frac{\frac{1}{2}(4r)^2}{1.2.3}\frac{d^3[r^2\varphi'(-r)]}{dr^3}\cos.^4z$$
$$+\frac{\frac{1}{3}(4r)^2}{1.2.3.4.5}\frac{d^5[r^3\varphi'(-r)]}{dr^5}\cos.^6z-\ldots$$

En terminant le Mémoire, j'ai indiqué les moyens de composer directement l'équation qui résulte de l'élimination de

plusieurs inconnues entre des équations algébriques. Pour y parvenir, dans le cas où l'on considère seulement deux inconnues, il suffit de résoudre les deux problèmes que nous allons énoncer.

1^er^ Problème. $F(x)$ *désignant une fonction entière du degré* m, *et* $x_1, x_2, \ldots x_m$ *les racines de l'équation*

$$F(x) = 0, \tag{6}$$

on demande la somme S_n *déterminée par la formule*

$$S_n = x_1^n + x_2^n + \ldots + x_m^n. \tag{7}$$

Solution. Concevons que le coefficient de x^m dans $F(x)$ ait été réduit à l'unité; posons, pour abréger

$$F(x) = x^m - f(x), \tag{8}$$

et désignons par k un nombre entier quelconque. Les deux expressions

$$\frac{F'(x)}{F(x)}\{x^{mk} - [f(x)]^k\} = F'(x)\frac{x^{mk} - [f(x)]^k}{x^m - f(x)},$$

seront des fonctions entières de x, la première d'un degré inférieur à m, la seconde du degré $mk - 1$. De plus, on aura évidemment

$$\frac{F'(x)}{F(x)} = \frac{1}{x - x_1} + \frac{1}{x - x_2} + \ldots + \frac{1}{x - x_m} \tag{9}$$
$$= \frac{m}{x} + \frac{S_1}{x^2} + \frac{S_2}{x^3} + \ldots + \frac{S_n}{x^{n+1}} + \frac{1}{x^{n+1}}\left[\frac{x_1^{n+1}}{x - x_1} + \ldots + \frac{x_m^{n+1}}{x - x_m}\right],$$

et l'on en conclura

$$(10)\quad \begin{cases} \dfrac{F'(x)}{F(x)}\left\{x^{mk}-[f(x)]^k\right\}= \\ x^{mk-n-1}\left\{mx^n+S_1x^{n-1}+\ldots+S_{n-1}x+S_n\right\}+\varpi(x), \end{cases}$$

$\varpi(x)$ étant un polynome déterminé par la formule

$$(11)\quad \varpi(x)=x^{mk-n-1}\left\{\frac{x_1^{n+1}}{x-x_1}+\ldots+\frac{x_m^{n+1}}{x-x_m}\right\}-\frac{F'(x)}{F(x)}[f(x)]^k,$$

et par conséquent un polynome dont le degré ne pourra surpasser le plus grand des deux nombres $mk-n-2$, $(m-1)k-1$. Ce degré sera donc inférieur à $mk-n-1$, si l'on suppose $k=$ ou $>n+1$; et alors il suffira, pour obtenir S_n, de chercher dans le développement de l'expression (10) le coefficient de x^{mk-n-1}. Donc, si l'on désigne par ε une quantité infiniment petite, on trouvera

$$(12)\quad S_n=\frac{1}{1.2.3..(mk-n-1)}\frac{d^{mk-n-1}}{d\varepsilon^{mk-n-1}}\left\{F'(\varepsilon)\frac{\varepsilon^{mk}-[f(\varepsilon)]^k}{\varepsilon^m-f(\varepsilon)}\right\},$$

ε devant être réduit à zéro, après que l'on aura effectué les différentiations.

Corollaire 1er. Comme le coefficient de x^{mk-n-1}, dans l'expression (10), est égal au coefficient de x^{mk-1} dans le produit qu'on obtient en multipliant cette expression par x^n, il en résulte que la formule (12) peut être remplacée par la suivante

$$(13)\quad S_n=\frac{1}{1.2.3..(mk-1)}\frac{d^{mk-1}}{d\varepsilon^{mk-1}}\left\{\varepsilon^nF'(\varepsilon)\frac{\varepsilon^{mk}-[f(\varepsilon)]^k}{\varepsilon^m-f(\varepsilon)}\right\}.$$

Corollaire 2. Soit $\varphi(x)$ une fonction entière du degré n. Comme la formule (13) subsiste dans le cas où l'on y rem-

place le nombre entier entier n par un nombre entier plus petit, on en tirera, en ayant égard à l'équation identique $F'(x)=mx^{m-1}-f'(x)$,

$$(14)\quad \left\{ \begin{array}{c} \varphi(x_1)+\varphi(x_2)+\ldots+\varphi(x_m)= \\ \dfrac{1}{1.2.3..(mk-1)}\dfrac{d^{mk-1}}{d\varepsilon^{mk-1}}\left\{\varphi(\varepsilon)[m\varepsilon^{m-1}-f'(\varepsilon)]\dfrac{\varepsilon^{mk}-[f(\varepsilon)]^k}{\varepsilon^m-f(\varepsilon)}\right\}, \end{array} \right.$$

k désignant toujours un nombre entier égal ou supérieur à $n+1$. En développant le second membre de la formule (14), et supprimant les termes qui se détruisent mutuellement, on en conclura

$$(15)\quad \varphi(x_1)+\ldots+\varphi(x_m)=m\varphi(0)$$
$$+\frac{1}{1.2.3..(m-1)}\frac{d^{m-1}[\varphi'(\varepsilon).f(\varepsilon)]}{d\varepsilon^{m-1}}+\frac{\frac{1}{2}\ldots}{1.2.3..(2m-1)}\frac{d^{2m-1}\{\varphi'(\varepsilon)[f(\varepsilon)]^2\}}{d\varepsilon^{2m-1}}$$
$$+\frac{\frac{1}{3}}{1.2.3..(3m-1)}\frac{d^{3m-1}\{\varphi'(\varepsilon)[f(\varepsilon)]^3\}}{d\varepsilon^{3m-1}}+\text{etc.}$$

Corollaire 3. Si l'on supposait la fonction $F(x)$ déterminée, non par l'équation (8), mais par la suivante

$$(16)\qquad F(x)=(x-a)^m-f(x),$$

alors il faudrait à la formule (14) substituer celle-ci

$$(17)\left\{ \begin{array}{c} \varphi(x_1)+\ldots+\varphi(x_m)= \\ \dfrac{1}{1.2.3..(mk-1)}\dfrac{d^{mk-1}}{d\varepsilon^{mk-1}}\left\{\varphi(a+\varepsilon)[m\varepsilon^{m-1}-f'(a+\varepsilon)]\dfrac{\varepsilon^{mk}-[f(a+\varepsilon)]^k}{\varepsilon^m-f(\varepsilon)}\right\}. \end{array} \right.$$

En développant le second membre de cette dernière on retrouvera l'équation (2).

2e Problème. *Etant données les sommes*

$$(18)\left\{ \begin{array}{l} S_1=x_1+x_2+\ldots+x_m,\ S_2=x_1^2+x_2^2+\ldots+x_m^2,\text{etc}\ldots \\ S_m=x_1^m+x_2^m+\ldots+x_m^m, \end{array} \right.$$

on demande la valeur du produit $x_1, x_2 \ldots x_m$.

Soit toujours ε une quantité infiniment petite, et posons

$$(19) \qquad E = S_1 - \frac{\varepsilon}{2} S_2 + \frac{\varepsilon^2}{3} S_3 - \text{etc.} \ldots \pm \frac{\varepsilon^{m-1}}{m} S_m.$$

On aura évidemment

$$l[(1+\varepsilon x_1)(1+\varepsilon x_2)\ldots(1+\varepsilon x_m)] = l(1+\varepsilon x_1) + \ldots + l(1+\varepsilon x_m)$$
$$= \varepsilon E \mp \frac{\varepsilon^{m+1}}{m+1}(S_{m+1} + \alpha),$$

et par suite

$$(20) \qquad (1+\varepsilon x_1)(1+\varepsilon x_2)\ldots(1+\varepsilon x_m) = e^{\varepsilon E \mp \frac{\varepsilon^{m+1}}{m+1}(S_{m+1}+\alpha)},$$

α devant s'évanouir avec ε. Si maintenant on développe les deux membres de la formule (20) suivant les puissances ascendantes de ε, on trouvera, en négligeant les infiniment petits d'un ordre supérieur à m,

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1+\varepsilon x_1)(1+\varepsilon x_2)\ldots(1+\varepsilon x_m) = e^{\varepsilon E} \\ \qquad = 1 + \dfrac{\varepsilon E}{1} + \dfrac{\varepsilon E^2}{1.2} + \ldots + \dfrac{\varepsilon^m E^m}{1.2.3\ldots m}; \end{array} \right.$$

puis, en égalant de part et d'autre les coefficients de ε^m, on aura définivement

$$(22) \qquad x_1 x_2 \ldots x_m = \frac{1}{1.2.3\ldots m} \frac{d^m(e^{\varepsilon E})}{d\varepsilon^m}$$
$$= \frac{1}{1.2.3\ldots m}\left\{ E^m + \frac{m}{1}\frac{d.E^{m-1}}{d\varepsilon} + \frac{m(m-1)}{1.2}\frac{d^2.E^{m-2}}{d\varepsilon^2} + \ldots \right\},$$

ε devant être réduit à zéro après les différentiations.

Corollaire. Si, dans les formules (18) et (22), l'on remplace $x_1, x_2, \ldots x_m$ par $\varphi(x_1), \varphi(x_2), \ldots \varphi(x_m)$, la dernière de

ces formules suffira pour déterminer la valeur du produit

$$\varphi(x_1).\varphi(x_2)\ldots\varphi(x_m); \tag{23}$$

quand on connaîtra les valeurs des sommes

$$\begin{aligned}
&\varphi(x_1)+\varphi(x_2)+\ldots+\varphi(x_m),\\
&[\varphi(x_1)]^2+[\varphi(x_2)]^2+\ldots+[\varphi(x_1)]^2,\\
&\text{etc}\ldots\\
&[\varphi(x_1)]^m+[\varphi(x_2)]^m+\ldots+[\varphi(x_m)]^m.
\end{aligned}$$

Or, ces mêmes sommes pouvant être facilement calculées à l'aide du premier problème, quand on connaît les fonctions $\varphi(x)$ et $F(x)$, nous devons conclure que, ces fonctions étant données on formera sans peine le produit (23). D'ailleurs, lorsque les fonctions $\varphi(x)$ et $F(x)$ renferment avec la variable x, d'autres variables y, $z\ldots$, le produit (23), est précisément le premier membre de l'équation qui résulte de l'élimination de x entre les deux suivantes,

$$\varphi(x)=0, \quad F(x)=0. \tag{24}$$

Au reste, la méthode d'élimination que nous venons d'indiquer, diffère peu de celle qui a été donnée par Lagrange dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, pour l'année 1769, et qui est également fondée sur la solution des problèmes 1 à 2.

MÉMOIRE

SUR

L'équation qui a pour racines les moments d'inertie principaux d'un corps solide, et sur diverses équations du même genre.

PAR M. A. L. CAUCHY.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 20 novembre 1826.

ON sait que la détermination des axes d'une surface du second degré, ou des axes principaux et des moments d'inertie d'un corps solide dépend d'une équation du troisième degré, dont les trois racines sont nécessairement réelles. Toutefois les géomètres ne sont parvenus à démontrer la réalité des trois racines qu'à l'aide de moyens indirects, par exemple, en ayant recours à une transformation de coordonnées dans l'espace, afin de réduire l'équation, dont il s'agit, à une autre équation qui soit du second degré seulement, ou en faisant voir que l'on arriverait à des conclusions absurdes si l'on supposait deux racines imaginaires. La question que je me suis proposée consiste a établir directement la réalité des trois racines, quelles que soient les valeurs des six coefficients renfermés dans l'équation donnée. La solution, qui mérite d'être remarquée à cause de sa simplicité, se trouve comprise dans un théorème que je vais énoncer.

1^er^ *Théorème.* Concevons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse de déterminer les moments d'inertie principaux d'un corps. Pour obtenir les limites des trois racines de l'équation qui sert à déterminer ces moments, il suffira de supprimer dans cette équation les termes qui s'évanouiraient si l'un des axes coordonnés coïncidait avec l'un des axes principaux. Alors on obtiendra une nouvelle équation qui sera immédiatement divisible par un facteur du premier degré, et pourra être ainsi réduite à une équation du second degré dont les deux racines seront réelles. Soient α, θ ces deux dernières racines, rangées par ordre de grandeur. Si, dans l'équation proposée on substitue successivement à la variable les quatre valeurs

$$-\infty, \alpha, \theta, \infty,$$

on obtiendra quatre résultats alternativement positifs et négatifs. Donc la proposée aura trois racines réelles, l'une inférieure à la quantité α, l'autre comprise entre les limites α, θ, la troisième supérieure à θ.

La démonstration de ce théorème ne présente aucune espèce de difficulté. Ajoutons qu'il se trouve compris comme cas particulier dans un autre théorème plus général, et que je vais indiquer.

2^e^ *Théorème.* Si l'on nomme s la somme des carrés de n variables indépendantes $x, y, z, u \ldots$, et r une fonction homogène du second degré, composée avec ces mêmes variables, et si l'on cherche les valeurs *maximum* ou *minimum* du rapport $\frac{r}{s}$, la détermination de ces valeurs dépendra d'une équation du n^me^ degré dont toutes les racines sont réelles.

La méthode que j'ai suivie pour arriver à la démonstration de ce théorème, m'a encore fourni quelques autres propositions, parmi lesquelles je citerai la suivante.

3e *Théorème.* Étant donnée une fonction homogène du second degré de plusieurs variables $x, y, z, \ldots$ on peut toujours leur substituer d'autres variables $\xi, \eta, \zeta \ldots$ liées à $x, y, z, \ldots$ par des équations linéaires tellement choisies que la somme des carrés de $x, y, z \ldots$ soit équivalente à la somme des carrés de $\xi, \eta, \zeta \ldots$, et que la fonction donnée de $x, y, z \ldots$ se transforme en une fonction de $\xi, \eta, \zeta \ldots$, homogène et du second degré, mais qui renferme seulement les carrés de ces dernières variables.

Le dernier théorème entraîne évidemment plusieurs relations entre les coefficients des équations linéaires par lesquelles les variables ξ, η, ζ sont liées aux variables $x, y, z \ldots$ Ces relations sont semblables à celles qui existent entre les cosinus des angles que forment trois axes rectangulaires donnés avec les axes des coordonnées, supposés eux-mêmes rectangulaires.

MÉMOIRE

SUR

Le mouvement d'un système de molécules qui s'attirent ou se repoussent à de très-petites distances et sur la théorie de la lumière.

PAR M. A. L. CAUCHY.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 12 janvier 1829.

LES équations aux différences partielles que j'ai données dans les 30^{e}, 31^{e} et 32^{e} livraisons des Exercices de mathématiques, expriment le mouvement d'un système de molécules qui s'attirent ou se repoussent à de très-petites distances, et que l'on suppose très-peu écartées des positions qu'elles occupaient dans un état d'équilibre. D'ailleurs ces équations peuvent être facilement intégrées par les méthodes que j'ai indiquées dans le 19^{e} cahier du Journal de l'École polytechnique, et dans le Mémoire sur l'application du calcul des résidus aux questions de physique mathématique ; et alors les valeurs des inconnues se trouvent représentées par des intégrales multiples, dans lesquelles entrent sous le signe $\int$ les fonctions qui expriment, à l'origine du mouvement, les déplacements et les vitesses des molécules mesurés parallèlement aux axes

coordonnés. Or, ces intégrales fournissent le moyen d'assigner les lois, suivant lesquelles un ébranlement, primitivement produit en un point donné du système que l'on considère, se propagera dans tout le système. C'est ainsi que je suis parvenu aux résultats que je vais énoncer, et qui me paraissent dignes de fixer un moment l'attention des physiciens et des géomètres.

1° Si un système de molécules est tellement constitué que l'élasticité de ce système soit la même en tous sens, un ébranlement primitivement produit en un point quelconque se propagera de manière qu'il en résulte deux ondes sphériques animées de vitesses constantes, mais inégales. De ces deux ondes la première disparaîtra, si la dilatation initiale du volume se réduit à zéro, et alors, si l'on suppose les vibrations des molécules primitivement parallèles à un plan donné, elles ne cesseront pas d'être parallèles à ce plan.

2° Si un système de molécules est tellement constitué que l'élasticité reste la même autour d'un axe parallèle à une droite donnée, dans toutes les directions perpendiculaires à cet axe, les équations du mouvement renfermeront plusieurs coefficients dépendants de la nature du système; et l'on pourra établir entre ces coefficients une relation telle que la propagation d'un ébranlement, primitivement produit en un point du système, donne naissance à trois ondes dont chacune coïncide avec une surface du second degré. De plus, si l'on fait abstraction de celle de trois ondes qui disparaît avec la dilatation du volume quand l'élasticité redevient la même en tous sens, les surfaces des deux ondes restantes se réduiront au système d'une sphère et d'un ellipsoïde de ré-

volution, cet ellipsoïde ayant pour axe de révolution le diamètre même de la sphère. L'accord remarquable de ce résultat avec le théorème d'Huyghens sur la double réfraction de la lumière dans les cristaux à un seul axe, nous a paru assez important pour mériter d'être signalé, et nous croyons devoir en conclure que les équations du mouvement de la lumière sont renfermées dans celles qui expriment le mouvement d'un système de molécules très-peu écarté d'une position d'équilibre.

DÉMONSTRATION ANALYTIQUE

D'une loi découverte par M. Savart et relative aux vibrations des corps solides ou fluides.

PAR M. A. L. CAUCHY.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 12 janvier 1829.

J'AI donné dans les Exercices de mathématiques les équations générales qui représentent le mouvement d'un corps élastique dont les molécules sont très-peu écartées des positions qu'elles occupaient dans l'état naturel du corps, de quelque manière que l'élasticité varie dans les diverses directions. Ces équations qui servent à déterminer, en fonction du temps t et des coordonnées x, y, z, les déplacements ξ, η, ζ, d'un point quelconque mesurés dans le sens de ces coordonnées, sont de deux espèces. Les unes se rapportent à tous les points du corps élastique, les autres aux points renfermés dans sa surface extérieure. Or, à l'inspection seule des équations dont il s'agit, on reconnaît immédiatement qu'elles continuent de subsister, lorsqu'on y remplace x par kx, y par ky, z par kz, ξ par $k\xi$, η par $k\eta$, ζ par $k\zeta$, k désignant une constante choisie arbitrairement, et lorsqu'en même temps on fait varier les forces accélératrices appliquées aux diverses molécules dans le rapport de 1 à $\frac{1}{k}$. Donc, si ces forces ac-

célératrices sont nulles, il suffira de faire croître ou diminuer les dimensions du corps solide, et les valeurs initiales des déplacements dans le rapport de 1 à k, pour que les valeurs générales de ξ, η, ζ, et les durées des vibrations varient dans le même rapport. Donc, si l'on prend pour mesure du son rendu par un corps, par une plaque, ou par une verge élastique, le nombre des vibrations produites pendant l'unité de temps, ce son variera en raison inverse des dimensions du corps, de la plaque ou de la verge, tandis que ces dimensions croîtront ou décroîtront dans un rapport donné. Cette loi, découverte par M. Savart, s'étend aux sons rendus par une masse fluide contenue dans un espace fini, et se démontre alors de la même manière.

On prouverait encore de même que, si, les dimensions d'un corps venant à croître ou à diminuer dans un certain rapport, sa température initiale croît ou diminue dans le même rapport, la durée de la propagation de la chaleur variera comme le carré de ce rapport.

MÉMOIRE

SUR

LA TORSION ET LES VIBRATIONS TOURNANTES D'UNE VERGE RECTANGULAIRE.

PAR M. A. L. CAUCHY.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 9 février 1829.

A l'aide des principes que j'ai posés dans le troisième volume des Exercices de mathématiques, on peut déterminer non-seulement les vibrations longitudinales et transversales, mais aussi les vibrations tournantes d'une verge rectangulaire, et l'on parvient alors aux résultats que je vais indiquer.

Considérons une verge rectangulaire qui dans l'état naturel ait pour axe l'axe de x, et supposons que, chaque point de cet axe étant immobile, la verge soit tordue autour de ce même axe. Désignons par ρ la densité naturelle de la verge, par $2h$ et $2i$ ses deux épaisseurs, par ξ, η, ζ les déplacements d'un point de la verge, mesurés parallèlement aux axes des x, y, z, par A, F, E; F, B, D; E, D, C les projections algébriques des pressions que supportent au point (x, y, z), et du côté des coordonnées positives, des plans perpendiculaires à ces mêmes axes, par

$$\text{(1)} \qquad \mathrm{E} = i\left(\frac{d\xi}{dz} + \frac{d\zeta}{dx}\right),$$

ce que devient la fonction E, quand on suppose $\mathrm{B} = 0$, $\mathrm{C} = 0$,

$D=o$, $F=o$, $\frac{d\xi}{dx}=o$, et par

$$F=h\left(\frac{d\eta}{dz}+\frac{d\zeta}{dy}\right), \tag{2}$$

ce que devient la fonction F quand on suppose $B=o$, $C=o$, $D=o$, $E=o$, $\frac{d\xi}{dx}=o$. Enfin soient

$$\rho\Omega^2=\frac{8}{3}\frac{1}{\left(\frac{h^3}{h}+\frac{i^3}{i}\right)\left(\frac{1}{h^2}+\frac{1}{i^2}\right)}; \tag{3}$$

ψ l'angle de torsion, dans le plan perpendiculaire à l'axe des x, et correspondant à l'abscisse x; Y, Z les projections algébriques de la force accélératrice sur les axes des y et z dirigés dans le sens des épaisseurs $2h$, $2i$; et $Y_{o,1}$, $Z_{1,o}$ les valeurs de

$$\frac{dY}{dz},\quad \frac{dZ}{dy}$$

correspondantes à des valeurs nulles des coordonnées y, z. On aura, au bout d'un temps quelconque t, et pour une valeur quelconque de x,

$$\Omega^2\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{h^2Z_{1,o}-i^2Y_{o,1}}{h^2+i^2}=\frac{d^2\psi}{dt^2}. \tag{4}$$

On aura d'ailleurs, pour une extrémité fixe, $\psi=o$, et, pour une extrémité libre, $\frac{d\psi}{dx}=o$.

Si la force accélératrice est nulle, on trouvera simplement

$$\Omega^2\frac{d^2\psi}{dx^2}=\frac{d^2\psi}{dt^2}. \tag{5}$$

Cette dernière formule est semblable à celle qui détermine les vibrations longitudinales. On en conclut, en représentant par n un nombre entier quelconque, par a la longueur de

la verge rectangulaire et par $\mathfrak{N}$ le nombre des vibrations tournantes exécutées dans l'unité de temps

$$\mathfrak{N} = \frac{n\Omega}{2a}. \tag{7}$$

Lorsque le son produit par les vibrations tournantes devient le plus grave possible, on a $n = 1$,

$$\mathfrak{N} = \frac{\Omega}{2a} = \left(\frac{2}{3\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{a\left(\frac{i^2}{i} + \frac{h^2}{h}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{i^2} + \frac{1}{h^2}\right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{7}$$

Si l'on suppose la verge extraite d'un corps solide qui offre la même élasticité en tous sens, on aura

$$h = i; \tag{8}$$

et par suite, en nommant f la valeur commune de h et de i, on trouvera

$$\mathfrak{N} = \left(\frac{2f}{3\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{hi}{a(i^2 + h^2)}. \tag{9}$$

Si les épaisseurs h, i deviennent égales, l'équation (9) donnera

$$\mathfrak{N} = \left(\frac{f}{6\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{a}; \tag{10}$$

et, comme le nombre N des vibrations longitudinales les plus lentes sera déterminé par la formule

$$N = \left(\frac{5f}{2\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2a}, \tag{11}$$

on trouvera

$$\frac{N}{\mathfrak{N}} = \tfrac{1}{2}\sqrt{15} = 1{,}9364\ldots \tag{12}$$

Enfin, si l'épaisseur $2i$ est très-petite relativement à l'épaisseur $2h$, l'équation (6) donnera sensiblement

$$\mathfrak{v} = \left(\frac{2h}{3\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{i}{ah}. \tag{13}$$

Si l'on considère la verge tordue non plus dans l'état de mouvement mais dans l'état d'équilibre alors au lieu de l'équation (5), on obtiendra la suivante :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = 0. \tag{14}$$

Ajoutons que, si l'on nomme K le moment du système des pressions ou tensions, supportées par un plan perpendiculaire à l'axe dont il s'agit, on aura

$$K = \frac{\frac{16}{3} h^3 i^3}{\frac{i^3}{i} + \frac{h^3}{h}} \frac{d\psi}{dx}. \tag{15}$$

Si K devient le moment de la force appliquée à une extrémité libre de la verge, on trouvera, en supposant l'autre l'extrémité fixe, et pour une abscisse quelconque x,

$$\psi = \frac{3}{16} \frac{K}{h^3 i^3} \left(\frac{i^3}{i} + \frac{h^3}{h}\right) x. \tag{16}$$

Des formules qui précèdent, on déduit immédiatement les conclusions suivantes :

1° L'angle de torsion d'une verge rectangulaire qui offre une extrémité fixe, et une extrémité libre, étant mesuré dans un plan perpendiculaire à l'axe de la verge, est en raison directe non-seulement de la distance qui sépare ce plan de

l'extrémité fixe, mais aussi du moment de la force appliquée à l'extrémité libre.

2° Si la section transversale de la verge varie en demeurant semblable à elle-même, l'angle de torsion variera en raison inverse du carré de l'aire de cette section, ou, ce qui revient au même, en raison inverse de la quatrième puissance de chaque épaisseur. Ces résultats, semblables à ceux que M. Poisson a obtenus, en considérant la torsion d'une verge cylindrique à base circulaire, extraite d'un corps dont l'élasticité est la même en tous sens, subsisteront pareillement pour une verge cylindrique ou prismatique à base quelconque.

3° Si l'une des épaisseurs de la verge devient très-petite par rapport à l'autre, l'angle de torsion variera en raison inverse de la plus grande épaisseur et du cube de la plus petite.

4° Les sons produits par les vibrations tournantes d'une verge rectangulaire ne varient pas, lorsque les deux épaisseurs de la verge croissent ou diminuent dans le même rapport. Cette proposition a été confirmée par des expériences de M. Savart.

5° Si l'une des épaisseurs de la verge devient très-petite par rapport à l'autre, le son le plus grave, produit par des vibrations tournantes, sera en raison directe de la plus petite épaisseur de la verge, et en raison inverse de l'aire de la section faite par un plan perpendiculaire à cette épaisseur. Cette loi est encore une de celles que M. Savart a découvertes, et auxquelles il a été conduit par l'expérience. (Voyez le tome XXV des Annales de physique et de chimie.)

6° Si la verge est extraite d'un corps solide qui offre la même élasticité en tous sens, les sons correspondants aux

vibrations tournantes, seront en raison directe du produit des deux épaisseurs de la verge, et en raison inverse de la somme de leurs carrés.

7° Si de plus les deux épaisseurs deviennent égales, le son le plus grave, produit par des vibrations longitudinales, sera au son le plus grave produit par des vibrations tournantes dans le rapport de $\sqrt{15}$ à 2, ou de 1,9364 à l'unité.

RECHERCHES STATISTIQUES

SUR

L'ÉTAT ACTUEL DES USINES A FER DE LA FRANCE, EN L'ANNÉE 1825,

PAR Mr A. M. HÉRON DE VILLEFOSSE.

Mémoire lu à l'Académie des Sciences, le 12 février 1827.

DEPUIS quelques années seulement, la fabrication du fer éprouve, en France, de notables changements, qui depuis long-temps étaient désirés par les amis de l'industrie française. Il a paru important d'assigner les causes de cette heureuse révolution, d'en constater les progrès, d'en apprécier les résultats, et surtout d'indiquer les moyens propres à la rendre aussi complète, aussi utile, qu'elle peut le devenir. Tel fut, en 1825, l'objet d'un Mémoire que je fus invité à rédiger sur l'état actuel des usines à fer de la France. Ce Mémoire offre la réunion de tous les renseignements qui ont été recueillis sur cette intéressante matière par MM. les Ingénieurs au Corps royal des mines de France; il en expose les conséquences; il fait voir les usines à fer de la France dans leurs nombreux points de contact avec les forêts du royaume, avec les mines de houille, avec les routes, rivières et canaux,

avec le commerce, avec les douanes, et avec les usines des pays étrangers.

M. le Directeur général des Ponts et Chaussées et des Mines, sur l'invitation duquel ce Mémoire fut rédigé en 1826, ayant ordonné qu'il fût imprimé dans les *Annales des mines*, le travail dont il s'agit sera bientôt présenté à l'Académie royale des Sciences. Il a pour titre : *Mémoire sur l'état actuel des usines à fer de la France, considérées au commencement de l'année* 1826, *avec un supplément relatif à la fin de cette même année, présentant un aperçu des mines de houille de la France et des usines à fer de la Grande-Bretagne.*

Comme il s'agit d'un art dont les progrès sont dus à l'application simultanée de plusieurs sciences, j'ai espéré que l'Académie me permettrait d'appeler son attention sur un résumé succinct des faits qui sont constatés et développés dans le Mémoire dont il s'agit : c'est ce résumé que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

Parmi les causes qui ont amené d'heureux changements dans les usines à fer de la France, il faut placer en première ligne cette noble émulation qu'excitèrent chez nous les succès obtenus par l'industrie de nos voisins, depuis que, dans les forges de la Grande-Bretagne, on a substitué la houille au charbon de bois, et le laminoir au marteau. D'autres causes encore, dont il faut remarquer l'influence favorable, sont l'accroissement de la consommation du fer, accroissement qui, depuis la paix, a été grand et rapide en France, et surtout la protection assurée aux usines à fer du royaume par la loi sur les douanes, du 27 Juillet 1822.

Parmi les effets de cette révolution qui s'opère en France,

dans la fabrication du fer, le plus important consiste dans un accroissement très-considérable de la production de ce métal qui procure aux états le soc de la charrue, les armes et tous les outils et instruments des arts. La France, en 1820, ne produisait que les deux tiers de la quantité de fer en barres qu'elle a produite en l'année 1825. L'accroissement de production annuelle est d'environ 400.000 quintaux métriques. L'importation du fer en barres qui, en l'année 1821, s'était élevée à 138.437 quintaux métriques, n'a plus été, dans chacune de ces dernières années, qu'environ le tiers de cette quantité.

Un autre effet qui peut surprendre au premier coup d'œil, mais qui n'est que passager, c'est que l'introduction de l'affinage du fer par le moyen de la houille a fait augmenter, dans les usines à fer de la France, la consommation du charbon de bois. De là est résultée une augmentation du prix des bois, et par conséquent du prix des fers. Cet effet provient de ce que, pour fabriquer plus de fer par le moyen de la houille et du laminoir, il a fallu employer plus de fonte, et de ce que c'est encore par le moyen du charbon de bois, que la fonte brute est obtenue dans la plupart des usines à fer de la France. Cet effet contraire au but que l'on s'était proposé, en substituant la houille au charbon de bois, doit bientôt cesser, d'après l'ardeur avec laquelle un grand nombre d'entrepreneurs d'usines à fer s'empressent de construire des hauts-fourneaux pour la fusion du minerai par le moyen de la houille carbonisée, dite *coke*. Jusqu'à présent ce procédé n'est exécuté, en France, que dans 4 hauts-fourneaux. C'est cependant le moyen le plus désirable, et peut-être le seul moyen, d'assurer les bons résultats de cette

révolution qu'éprouvent aujourd'hui les usines à fer. Le Mémoire dont j'ai l'honneur d'entretenir l'Académie fait voir, par des tableaux détaillés, ce qu'il nous est permis d'espérer très-prochainement à cet égard.

Aujourd'hui, l'état des choses est tel qu'il suit :

Dans 45 des 86 départements de la France, il existe 375 hauts-fourneaux en activité pour la production de la fonte de fer par le moyen du charbon de bois, et seulement 4 hauts-fourneaux allant à la houille carbonisée, dite *coke;* en total 379 hauts-fourneaux qui produisent annuellement 1.614.402 quintaux métriques de fonte de fer. Il y a de plus 40 hauts-fourneaux hors d'activité.

Pour tout l'ensemble de la France, le produit moyen d'un haut-fourneau employant le charbon de bois est de 4.163 quintaux métriques de fonte par année, et le produit moyen d'un haut-fourneau employant la houille carbonisée est annuellement de 13.250 quintaux métriques. Les détails de ces faits sont exposés dans le Mémoire, d'après des renseignements authentiques.

Les produits qui viennent d'être indiqués sont très-susceptibles d'augmentation. Déja ils s'accroissent de jour en jour dans plusieurs départements.

A cette quantité de 1.614.402 quintaux métriques de fonte brute, qui est produite annuellement en France, on ajoute par l'importation de fonte étrangère, déduction faite d'une faible exportation, une quantité de 69.706 quintaux métriques de fonte. Ce fait est constaté par les états officiels des douanes, d'après les années 1821 à 1824. On y ajoute encore, par l'emploi d'une certaine quantité de vieille fonte qui existe dans les forges, comme un capital circulant, environ

50.000 quintaux métriques. Ainsi un total de 1.734.108 quintaux métriques, telle est la quantité de fonte brute de fer, sur laquelle s'est exercée l'industrie française en 1825, tant pour obtenir la fonte moulée, que pour fabriquer le fer forgé.

Sur ce total de fonte brute, on emploie pour la fabrication d'ouvrages en fonte moulée, tant auprès des hauts-fourneaux, que dans les ateliers de seconde fusion qui appartiennent, soit au Gouvernement, soit à des particuliers, une quantité de 283.098 quintaux métriques de fonte. Il reste donc 1.451.010 quintaux métriques de fonte brute, que l'on emploie annuellement en France pour fabriquer du fer affiné, soit au charbon de bois, soit à la houille.

L'affinage du fer au charbon de bois s'exécute dans 1125 feux d'affinerie situés dans les forges anciennes, à proximité des hauts-fourneaux. L'affinage du fer à la houille s'exécute dans 31 établissements, dits *forges à l'anglaise;* ces derniers établissements ont été formés, en France, depuis l'année 1818, et principalement depuis la publication de la loi sur les douanes, de 1822. Vingt-trois départements possèdent de tels ateliers, dans lesquels on fabrique le fer forgé par le moyen de la houille et du laminoir. Leur ensemble présente 172 fours d'affinage en activité.

Outre cela, 12 des départements méridionaux de la France présentent 96 feux d'affinerie, que l'on nomme *feux de forge catalane.* Dans ces ateliers, on obtient le fer directement du minerai, sans produire préalablement de la fonte.

En l'année 1825, la fabrication constatée du fer en France s'est élevée aux quantités que voici :

Fer obtenu de la fonte dans les affineries allant au charbon de bois	569.540 q. mét.
Fer obtenu de la fonte dans les affineries allant à la houille	442.000
Fer provenant des forges catalanes, au charbon de bois.	93.470
TOTAL	1.105.010 q. mét.
A cette quantité, il a été ajouté par l'importation du fer en barres, déduction faite d'une faible exportation. C'est ce qu'indiquent les états de douanes pour l'année 1824.	51.840
Ainsi, le total de consommation du fer en grosses barres est, pour toute la France, de	1.156.850 q. mét.

Pour apprécier toute l'importance de la fabrication du fer en France, il convient de jeter un coup d'œil sur le nombre d'ouvriers auquel l'industrie des usines à fer procure le travail et le salaire, soit dans l'enceinte même de ces usines, soit dans les mines et minières, dans les forêts, sur les routes et sur les fleuves, rivières ou canaux. Ce nombre total est de 69.617 ouvriers pour les hauts-fourneaux et forges proprement dites, d'où provient le fer en grosses barres, sans compter les nombreux ateliers d'industrie manufacturière dans lesquels on élabore ultérieurement la fonte et le fer pour obtenir, soit des ouvrages en fonte moulée, soit du fer martiné, de la tôle, du fer-blanc, du fil de fer, de l'acier et des outils.

Cinq espèces de produits sont obtenues dans les grandes usines à fer que nous considérons. Ces produits distincts sont :

Le fer au charbon de bois, provenant de fonte au charbon de bois;

La fonte de fer au charbon de bois;

La fonte de fer à la houille carbonisée, dite *coke ;*

Le fer à la houille, obtenu de la fonte ;

Le fer au charbon de bois, obtenu des minerais, sans fonte, dans les forges catalanes.

Si l'on calcule la valeur totale de ces divers produits, d'après la quantité et le prix de chacun d'eux, on trouve qu'un capital de 73 millions de francs est annuellement créé par l'activité des usines à fer, dites communément *grosses forges*, et cela seulement pour la fabrication de la fonte et du fer en grosses barres, sans parler de l'industrie manufacturière qui s'applique ensuite à ces objets, pour en augmenter la valeur. Cette industrie manufacturière, dont les résultats n'entrent pas dans le calcul précédent, comprend, en France, un grand nombre d'ateliers, soit de martinet, soit de fenderie, plus de 60 ateliers de seconde fusion pour la fabrication des ouvrages en fonte moulée, enfin un grand nombre de manufactures de tôle, de fer-blanc, de fil de fer, d'instruments aratoires, d'outils et de quincaillerie. C'est dans les grosses forges seulement, et sans parler de tous ces ateliers d'industrie manufacturière, qu'un capital de 73 millions de francs est annuellement créé sur le sol français.

Comme, dans ces mêmes grosses forges, le nombre des ouvriers employés est à peu près de 70.000 hommes, ainsi que nous l'avons déja remarqué, on voit que, pour chaque million de la valeur du produit brut des mines et usines à fer de la France, le travail et le salaire sont assurés à 1000 hommes; en d'autres termes, le travail de chaque homme, dans ce genre d'industrie, procure à peu près 1000 fr. de produit brut, somme égale à ce que coûte un soldat par année.

Ce résultat général est d'accord avec ceux qui sont exposés, relativement à de célèbres établissements de mines et usines, dans l'ouvrage intitulé *de la Richesse minérale, Paris*, 1810 et 1819.

Le capital sus-mentionné, de 73 millions de francs, se distribue entre les diverses parties prenantes qui concourent à l'activité des usines à fer, selon des proportions qu'établit le Mémoire dont il s'agit, d'après les divers éléments qui contribuent à créer ce capital. Ainsi, par exemple :

Pour achat de minerais, la somme distribuée parmi les propriétaires du sol, des mines et minières, et leurs ouvriers, est de..... 8.016.426 fr.

C'est environ 0,109 du capital.

Pour achat de bois, la somme distribuée parmi les propriétaires de forêts est de..... 28.365.754

0,386 du capital.

Pour achat de houille, la somme distribuée parmi les propriétaires et ouvriers des mines de houille, et voituriers, est de..... 3.610.560

0,049 du capital.

Pour transport des minerais et fondants, la somme distribuée parmi les voituriers, tant par terre que par eau, est de..... 3.452.760

0,047 du capital.

Pour transport du charbon de bois, la somme distribuée parmi les voituriers est de..... 3.505.776

0,047 du capital.

Pour salaires d'ouvriers dans les usines, devant les hauts-fourneaux et les feux d'affinerie, la somme distribuée est de..... 3.862.628

0,052 du capital.

Pour abattage et charbonnage des bois, pour frais de

régie et de bureaux, pour entretien des usines, pour chacun de ces objets, la somme distribuée, soit parmi les bûcherons et charbonniers, soit parmi les employés, écrivains et agents de commerce, soit parmi les maçons, charpentiers et autres ouvriers, est à peu près de..... 1.800.000 fr.
0,025 du capital.

Pour intérêt de la valeur de la propriété foncière, la somme distribuée parmi les propriétaires d'usines à fer est de..... 3.307.392
0,045 du capital.

Pour intérêt des fonds de roulement des usines, la somme distribuée parmi les capitalistes, soit maîtres de forge, soit autres, est de..... 4.258.695
0,058 du capital.

Pour bénéfice de l'industrie, la somme distribuée parmi les maîtres de forge, soit propriétaires, soit fermiers, est de..... 9.623.963
0,131 du capital.

Voilà comment, d'après les calculs développés dans le Mémoire dont il s'agit, un capital de 73 millions de francs, annuellement créé par l'activité des usines à fer de la France, se distribue entre les propriétaires, les capitalistes, les ouvriers, les maîtres de forge et autres, si l'on considère comme provenant d'une seule et même industrie, d'une seule usine pour ainsi dire, l'ensemble des cinq espèces de produit dont nous avons déja fait mention; mais, pour arriver à ce résultat général, il a fallu considérer séparément, et d'une manière analogue, chacun des cinq produits sus-énoncés, chacune des cinq industries spéciales, d'après les éléments dont elle se compose. C'est ce que le Mémoire développe au moyen d'exemples, ou devis détaillés, qui font voir de

quels éléments se compose, en France, le prix de fabrication du fer au charbon de bois, de la fonte au charbon de bois, de la fonte au *coke*, du fer à la houille, et du fer obtenu dans les forges catalanes. Je craindrais d'abuser des moments de l'Académie, si je présentais ici de plus longs détails à cet égard.

On sait que, dans les usines à fer, l'une des principales dépenses consiste dans la consommation du combustible; mais les nombreux consommateurs de fer, qui se plaignent du renchérissement de ce métal en France, et qui en accusent les maîtres de forge, ne savent pas toujours exactement quelle influence le haut prix du bois exerce sur le haut prix des fers. Cet objet intéressant méritait d'être soumis à des calculs dont voici les principales données et les résultats :

Dans l'ensemble des usines de la France, pour extraire, des minerais de fer, une partie de fonte brute, il faut communément 1 partie $\frac{1}{2}$ de charbon de bois, d'après un terme moyen. Pour obtenir, de la fonte, une partie de fer, il faut 1 partie $\frac{1}{2}$ de fonte, et 1 partie $\frac{3}{4}$ de charbon de bois. Ainsi, pour obtenir une partie de fer parvenu, pour la première fois, à l'état de pureté qui lui donne le nom propre de métal, il faut, à compter du minerai de fer, 4 parties de charbon de bois.

Cela posé, les quantités sus-mentionnées, de fonte et de fer, que l'on obtient annuellement, en France, par le moyen du charbon de bois, exigent, sans aucun double emploi, une consommation annuelle de 3.689.310 quintaux métriques de charbon de bois.

L'expérience d'un grand nombre de forges nous apprend qu'une corde de bois de 80 pieds cubes, ou de 2 stères $\frac{3}{4}$, suivant la mesure usitée dans plusieurs forges françaises, procure 1

quintal métrique $\frac{1}{2}$ de charbon de bois mêlé. Ainsi, pour obtenir le total de charbon de bois, qui est nécessaire au service des hauts-fourneaux et forges de la France, il faut employer annuellement 2.462.207 cordes de bois, chacune de 2 stères $\frac{3}{4}$, équivalant à 80 pieds cubes.

D'un autre côté, l'étendue totale des forêts de la France est de 6.521.470 hectares. Ce total, après déduction faite d'un quinzième qui consiste en futaie, et du quart des bois des communes et établissements publics qui est mis en réserve, se réduit à 5.610.833 hectares de bois susceptible d'être coupé à 20 ans, d'après un terme moyen, ce qui donne à couper par année 280.541 hectares. D'après le témoignage de plusieurs statisticiens, on peut admettre que le produit annuel des coupes de bois s'élève, en France, à 9.804.928 cordes, chacune de 2 stères $\frac{3}{4}$.

Ainsi, l'on est porté à estimer que l'activité des usines à fer, considérées seulement quant à la production de la fonte brute et du fer forgé en grosses barres, obtenus par le moyen du charbon de bois, absorbe annuellement le quart du produit des coupes de bois de toute la France. Cette activité procure par conséquent à l'ensemble des propriétaires de bois le quart du revenu net qui provient de ce genre de propriété. Or, d'après des renseignements dignes de foi, le revenu net des forêts du royaume peut être évalué à 84.163.646 fr., tant pour l'État, que pour les autres propriétaires de forêts. Il en résulte que l'activité des usines à fer, considérées comme il a été dit, procure annuellement à l'ensemble de ces propriétaires de forêts un revenu net, qui est le quart de cette somme, c'est-à-dire 21.040.911 fr.

Si l'on compare ce revenu net avec celui que procurent

les usines à fer allant au bois, y compris le bénéfice de cette industrie spéciale, on trouve que le revenu net des propriétaires de forêts, en ce qui concerne les bois fournis aux forges, excède le revenu net des maîtres de forge, d'environ 11 millions. Ainsi, les propriétaires de forêts, sans avoir besoin, comme les propriétaires d'usines, ni d'exercer une industrie toute spéciale, ni d'employer de grands capitaux, et sans courir par conséquent les mêmes risques, obtiennent cependant, de l'activité de ces établissements consommateurs de bois, plus de deux fois autant de revenu, que les propriétaires d'usines à fer. Il faut en conclure que c'est principalement aux propriétaires de bois, que profite le renchérissement du fer. Ce que l'on nomme en France, la *question du prix des fers* est à proprement parler *la question du prix des bois*, et *la question des moyens de communication intérieure par les routes, fleuves, rivières et canaux.*

Le prix des fers, il faut en convenir, s'est considérablement élevé, en France, depuis quelques années; mais c'est parce qu'il a suivi la hausse énorme du prix des bois. Le Mémoire dont il s'agit établit, par un grand nombre d'exemples, une comparaison entre le prix du fer en grosses barres dans les différentes forges de la France, et le prix du même métal parvenu au même état, dans les forges de la Belgique, de l'Allemagne, de la Suède, de la Russie et de l'Angleterre. On y voit qu'au mois de Janvier 1826, le prix du quintal métrique de fer, dans les forges françaises, était, au *minimum*, de 54 fr., plus communément de 65 fr., et qu'il s'y élevait même jusqu'à 76 fr., tandis que dans les forges étrangères, le prix du quintal métrique de fer était, pour la Belgique et l'Allemagne, de 37 à 45 fr., pour la Suède et la Russie, à Stock-

holm et à Pétersbourg, de 32 à 33 fr., et pour l'Angleterre, dans le port de Cardiff, seulement de 24 fr. 75 ct.

A côté de ces prix des fers étrangers, il ne serait pas possible que la concurrence fût soutenue par les produits français, si la loi sur les douanes, de 1822, n'avait établi des droits protecteurs de notre industrie; car, dans les pays étrangers, le fer, à raison de circonstances plus favorables, est produit à meilleur marché qu'il ne peut l'être en France. C'est par les frais de transport, et principalement par les droits d'entrée, que les forges françaises sont défendues contre l'invasion des fers étrangers. A cet égard, le Mémoire dont il s'agit présente un grand nombre d'exemples très-détaillés; ils font voir que les droits d'entrée, qui sont établis sur les fers étrangers, par la loi de 1822, ont permis et favorisé le développement de l'industrie dans les forges françaises; ces droits d'entrée, ainsi que le prouve le calcul, ne font que rétablir l'équilibre entre les forges étrangères et les forges de la France; ils le rétablissent exactement.

Cependant, on ne peut regarder le prix élevé des fers de France comme un mal nécessaire, qui doive rester sans remède. Pour que le prix des fers diminue, il importe surtout que la fonte éprouve une grande diminution de prix. Ce dernier effet, vu le renchérissement excessif des bois, ne peut s'opérer sûrement, en France, qu'au moyen d'une production très-abondante de fonte obtenue par l'emploi de la houille carbonisée, dite *coke*. Il importe donc que le Gouvernement favorise spécialement les établissements de ce genre, en facilitant le transport des masses énormes de diverses matières, qu'exige leur activité. C'est de là, et par conséquent c'est de la confection des chemins et des canaux, c'est d'un système

favorable de navigation intérieure, que dépend désormais la solution de ce que l'on nomme *la question des fers.*

Déja, comme nous l'avons annoncé plus haut, un grand nombre de nouvelles entreprises sont formées, en France, pour l'érection de hauts-fourneaux destinés à produire de la fonte de fer par le moyen de la houille carbonisée, dite *coke.* Dans six départements, 15 hauts-fourneaux devant aller au *coke* sont en construction, ou déja construits. Outre cela, 25 hauts-fourneaux devant aller au *coke* sont en projet et en demande d'autorisation. D'après ces faits, on peut espérer que bientôt le produit en fonte de fer, des usines françaises, sera augmenté d'un total annuel de 198.750 quintaux métriques, et que, si les hauts-fourneaux en projet sont tous exécutés, nous aurons encore un surcroît de fonte d'environ 331.250 quintaux métriques, sans parler d'une vingtaine de hauts-fourneaux devant aller au charbon de bois, qui sont en construction.

On peut donc espérer que la production de la fonte de fer, en France, est au moment de s'accroître d'environ 600.000 quintaux métriques par année, c'est-à-dire de plus d'un tiers de la production totale.

Un capital de 30 à 35 millions se trouve engagé dans les nouvelles entreprises de hauts-fourneaux. Un semblable capital de 30 à 35 millions est également engagé dans les nouvelles entreprises de *forges à l'anglaise*, dont le Mémoire indique l'époque, l'emplacement et l'état actuel (en 1825).

Il est à remarquer qu'en ce moment, (en 1827), le commerce des fers se ressent des fluctuations auxquelles sont exposées diverses entreprises qui emploient ce métal. Il en résulte de fréquentes alternatives de hausse et de baisse dans

le prix des fers, qui en général tend à baisser. Cependant, le zèle des entrepreneurs de nouvelles usines à fer ne se ralentit pas en France. Outre les projets indiqués au commencement de l'année 1826, d'autres ont été conçus tout récemment. Le Mémoire dont il s'agit les fait connaître jusqu'à la fin de la même année (1826).

Jusqu'à présent, les forges à l'anglaise allant à la houille et le petit nombre de hauts-fourneaux qui emploient le *coke* ne consomment qu'environ la quatorzième partie de la quantité de ce combustible, qui est extraite des mines du royaume, c'est-à-dire 1.300.000 quintaux métriques. Ce fait montre que la houille du sol français ne manquera pas aux nouvelles entreprises de hauts-fourneaux, si les moyens de communication intérieure sont assurés, par les routes, les rivières et les canaux, entre les mines et les usines.

Voilà quelles sont nos espérances; mais il ne faut pas se dissimuler les difficultés dont l'industrie française aura encore à triompher. Ne redoutons pas d'établir une comparaison entre l'industrie de la France et l'industrie de l'Angleterre, d'après des faits constatés jusqu'à la fin de l'année 1826; car une telle comparaison pourra nous révéler des vérités qui seront plus utiles à notre industrie, que des louanges prématurées.

En France, dans la fabrication du fer par le moyen du charbon de bois, le prix du fer en barres (63 fr.) est triple du prix de la fonte brute pour fer (21 fr.).

En Angleterre, dans la fabrication du fer par le moyen de la houille, le prix du fer en barres (26 fr.) est à peu près double du prix de la fonte brute pour fer (12 fr. 65 ct.).

Cette différence, du double au triple, exprime l'avantage

qui résulte de la fabrication du fer forgé par le moyen de la houille et du laminoir; elle montre que, si par les deux modes d'affinage on traite comparativement de la fonte brute, supposée d'un même prix dans les deux cas, on dépensera, pour l'ancien procédé, à peu près deux fois autant que pour le nouveau.

Déja, dans quelques-unes des nouvelles usines de la France, le rapport du prix des fers, affinés par le moyen de la houille, au prix de la fonte, est à peu près le même qu'en Angleterre, c'est-à-dire comme 2 : 1. Mais en France, ce n'est, en général, que sur de la fonte obtenue au charbon de bois, et par conséquent d'un prix très-élevé, que l'on exécute le nouveau procédé d'affinage; de là provient la cherté du fer en barres, affiné à la houille.

Jusqu'à présent, plusieurs obstacles s'opposent à ce que la fonte de fer au *coke* soit produite, en France, aussi abondamment et pour un aussi bas prix qu'en Angleterre. Ces obstacles sont principalement,

1° La difficulté des communications intérieures;

2° Le retard qu'éprouve la marche progressive, c'est-à-dire l'*avancement* des travaux d'exploitation, dans plusieurs de nos principales mines de houille; ce retard a lieu, d'un côté, parce que l'usage du combustible minéral étant moins répandu en France qu'en Angleterre, l'extraction en est moins rapide chez nous, et d'un autre côté, parce que nos couches de houille sont communément des masses beaucoup plus épaisses que celles des Anglais. De ce retard des travaux d'exploitation, il résulte que, dans un même espace de temps, et dans une même étendue de terrain, si l'on admet d'ailleurs, pour les deux pays, une interposition également fréquente des lits de

minerai de fer au sein des couches de houille, ce minerai de fer des houillères, que l'on nomme *fer carbonaté*, ne peut, quant à présent, être extrait aussi promptement et en aussi grande quantité en France, qu'en Angleterre ;

3° Un troisième obstacle, en France, à la production de la fonte de fer au coke, c'est la cherté de la houille, non pas tant sur les mines, où quelque fois même ce combustible est à vil prix, que dans les usines, où il ne peut être transporté qu'à grands frais ;

4° Un autre obstacle, c'est le haut prix du transport de la *castine* qui est nécessaire comme fondant, les mines de houille de la France n'étant pas aussi communément voisines du terrain calcaire, que le sont, en général, celles de la Grande-Bretagne ;

5° Joignez à cela que le prix de la main-d'œuvre, en général, est plus élevé dans les forges de la France, que dans celles de l'Angleterre.

Telles sont les principales difficultés qui, jusqu'à présent, s'opposent, en France, à ce que le fer y soit fabriqué, par le moyen de la houille et du laminoir, pour un aussi bas prix qu'en Angleterre ; le temps seul pourra les faire disparaître, du moins en partie. Ces points de vue, qui méritent l'attention des entrepreneurs de semblables usines à fer, ne sont pas indignes des regards d'un Gouvernement protecteur de l'industrie.

En partant du point que nous avons essayé de fixer, relativement à l'état des usines à fer de la France, considérées en 1825, on pourra toujours procéder d'une manière analogue, pour une époque ultérieure. On jugera ainsi de la marche qu'aura suivie cette branche de l'industrie française

pendant un certain laps de temps. On pourra donc assigner les causes qui auront influé sur cette marche, discuter utilement les mesures à prendre, et prévoir les résultats à espérer. Tel est l'objet que nous nous sommes proposé en offrant un cadre dans lequel on pourra placer, pour chaque époque, les faits qui lui conviendront, et modifier ainsi les chiffres que nous avons admis relativement à celle qui nous occupait. Par ce moyen, on pourra comparer l'industrie des usines à fer de la France, d'une part avec elle-même, d'autre part avec l'industrie de la Grande-Bretagne, considérée sous le même rapport.

C'est ainsi que, dans la Grande-Bretagne, d'après des faits qui ont été constatés, d'abord depuis l'année 1788 jusqu'en 1806, et ensuite depuis 1806 jusqu'en 1826, on a très-utilement considéré les développements successifs de l'industrie des forges.

En l'année 1788, la Grande-Bretagne, y compris l'Écosse, possédait 26 hauts-fourneaux allant au charbon de bois, et 60 allant au *coke*. L'ensemble de ces 86 hauts-fourneaux produisait en fonte de fer 70.000 tonnes, équivalant à 711.088 quintaux métriques.

En l'année 1806, le nombre des hauts-fourneaux pour la fusion du minerai de fer par le moyen de la houille carbonisée, dite *coke*, fut de 227, dont 159 furent en activité. Il n'existait plus alors que deux hauts-fourneaux allant au charbon de bois. Le produit total fut de 245.071 tonnes, équivalant à 2.489.529 quintaux métriques.

En l'année 1826, la Grande-Bretagne possède 305 hauts-fourneaux, pour la fusion du minerai de fer par le moyen du *coke*, seul procédé que l'on y emploie maintenant. Sur

ce nombre de hauts-fourneaux 280 sont en activité. Leur produit total, par année, est de 728.000 tonnes, équivalant à 7.395,315 quintaux métriques.

On voit donc que, dans une période de quarante années à peu près, la production en fonte de fer est devenue plus de dix fois aussi forte, qu'elle l'était au commencement de cette même période. La production, soit de la fonte moulée, soit du fer affiné à la houille, s'est accrue dans le même rapport.

Le prix du fer en barres, dans la Grande-Bretagne, était :

En l'année 1788, de 22 liv. sterl. la tonne;

Il est, en 1826, de 10 liv. sterl. 10 sh.

Ces faits montrent suffisamment quel avantage procurent l'exploitation des mines de houille et des mines ou minières de fer, l'amélioration des procédés métallurgiques, la facilité des communications intérieures et la concurrence.

Espérons que bientôt la France aura lieu de se féliciter aussi, en comparant l'état de ses usines à fer avec celui que nous avons essayé de faire connaître exactement, pour l'année 1825. Déja les progrès qui ont été constatés, depuis l'année 1819, autorisent cette espérance; elle sera confirmée par le Gouvernement d'un Roi qui veut assurer à la France tous les genres de prospérité.

RECHERCHES STATISTIQUES

SUR

LES MÉTAUX EN FRANCE,

PAR Mr A. M. HÉRON DE VILLEFOSSE.

Mémoire lu à l'Académie des Sciences, le 14 avril 1828.

CES brillantes Expositions qui, tous les quatre ans, présentent aux regards du public les produits de l'industrie française, sont pour ainsi dire de modernes Olympiades, qu'il est utile de signaler dans l'histoire des sciences et des arts.

On sait que le Jury central qui est appelé à juger les produits exposés se compose, en grande partie, de membres de l'Institut royal de France, et en général, d'hommes versés dans les connaissances industrielles.

Recueillir des faits, est le premier soin d'une semblable réunion.

Ayant été membre de ce jury, dans les trois dernières Expositions, et ayant été chargé, chaque fois, de présenter un rapport sur les produits métallurgiques de l'industrie française, j'ai pensé que l'Exposition de 1827 nous offrait une occasion favorable d'examiner plusieurs questions qui, ayant pour objet la production, la consommation, et le commerce des métaux en France, ont des rapports essentiels avec la prospérité de notre belle patrie.

Tels sont les motifs qui m'ont engagé à faire des recherches statistiques sur l'état actuel du travail de tous les métaux dans les ateliers français, et à réunir tous les faits relatifs à cet important objet dans un Mémoire intitulé DES MÉTAUX EN FRANCE (*Annales des mines de* 1827). C'est afin de soumettre à l'Académie les principaux résultats de ces recherches, que j'ose la prier de m'accorder quelques moments d'attention.

1° Quel développement a pris, en France, chacune des branches de l'industrie métallurgique, depuis l'Exposition qui eut lieu en 1823, et quel degré d'importance présente chacune de ces branches en 1827 ?

2° Quels sont les genres de fabrication auxquels on s'est livré avec le plus de succès, en France, depuis la même époque, et dans quels départements peut-on reconnaître le plus d'activité, d'après le nombre des produits de chaque genre qui ont été envoyés à l'Exposition ?

Telles sont les questions qu'il m'a paru nécessaire d'examiner.

Pour mesurer le développement de l'industrie métallurgique, et pour déterminer le degré d'importance qu'elle présente en France, il faut d'abord connaître les quantités de matières métalliques, sur lesquelles s'exerce annuellement cette industrie dans l'ensemble des ateliers français.

De précieuses données à cet égard nous sont offertes: 1° par les états de produits, que dressent annuellement MM. les Ingénieurs des mines, et qui contiennent tous les détails relatifs à chacun des établissements métallurgiques de la France; 2° par les procès-verbaux des Jurys spéciaux, qui dans les départements ont examiné les objets exposés,

avant de les admettre au concours ; 3° enfin, par les tableaux que publie, chaque année, l'Administration générale des douanes, concernant les quantités de marchandises qui sont importées, en France, pour la consommation intérieure, et les produits du sol français qui sont exportés du royaume pendant le même temps. A ces documents nous joignons ceux qui nous sont fournis, tant par les comptes généraux de l'Administration des finances, relativement aux monnaies, que par des recherches faites à la Direction générale des contributions indirectes, en ce qui concerne les matières d'or et d'argent soumises au droit de garantie, et par un intéressant recueil de faits, que M. le Préfet de la Seine a publié sous le titre de *Recherches statistiques sur la ville de Paris* (1823 et 1826).

Dans le travail des métaux, il convient de distinguer : 1° Les métaux bruts, c'est-à-dire parvenus au degré de pureté qui leur donne leur nom propre, et qui les fait considérer comme des matières premières, telles que le fer en barres, le plomb en saumons, le cuivre et le zinc en plaques, et d'autres produits d'une industrie que l'on peut appeler génératrice ;

2° Les métaux ouvrés, c'est-à-dire élaborés ultérieurement par l'industrie manufacturière.

Les métaux bruts que l'on emploie dans l'ensemble des ateliers français proviennent de trois sources distinctes :

1° De l'exploitation des mines et minières métalliques de la France ;

2° De l'importation des métaux étrangers pour la consommation intérieure, non compris l'entrepôt et le transit, après

déduction faite des quantités qui sont exportées de l'intérieur du royaume ;

3° Des réserves ou approvisionnements de chaque métal qui existent en France, et qui constituent en quelque sorte un capital circulant dans le commerce.

La quantité de chaque métal, qui est annuellement employée en France, est puisée dans ces trois sources, suivant certains rapports qu'il m'a paru intéressant de déterminer, d'après un terme moyen calculé pour deux périodes successives, dont chacune comprend quatre années.

La première de ces périodes, commençant à l'année 1819, époque d'une Exposition des produits de l'industrie, se termine à l'année 1822, qui précéda l'avant-dernière Exposition. La seconde période s'étend de l'année 1823 à l'année 1826, qui précéda la dernière Exposition des produits de l'industrie.

Produits métalliques.

Un tableau général du produit des mines et minières métalliques de la France, dressé pour les deux années 1822 et 1826, fait voir, sans double emploi des mêmes matières, que la quantité totale de métaux bruts qui provint du sol français fut, en 1822, de 908.287 quintaux métriques de ces matières premières, telles que : plomb, cuivre, antimoine, arsenic, manganèse oxidé, fonte de fer brute pour moulage en première fusion, fer en grosses barres, acier, tant naturel que cémenté et acier fondu, argent en lingots.

La quantité de ces mêmes produits fut, en 1826, de 1.606.127 quintaux métriques, valant 79.989.860 fr.

Si, dans cette valeur, on considère séparément la fonte de

fer brute pour moulage en première fusion, le fer en grosses barres et l'acier, ces trois objets forment à eux seuls une valeur de 78.821.572 fr.

Ainsi, le plomb, le cuivre, l'antimoine, l'arsenic, le manganèse et l'argent, qui proviennent du sol français, n'offrent, dans l'état de métal brut, qu'une valeur annuelle de 1.168.288 fr.

Il en résulte que, dans l'exploitation des mines et minières de la France, c'est le fer qui joue le principal rôle.

Les quantités de fer qui sont portées sur notre tableau, pour l'année 1826, sont déja beaucoup plus considérables que celles qui avaient été constatées, pour l'année 1825, dans un Mémoire, dont j'ai eu l'honneur de faire hommage à l'Académie, sur l'état actuel des usines à fer de la France, considérées en 1825; c'est à cause des accroissements de production qui ont eu lieu, comme on l'espérait.

Pendant l'année 1826, les hauts-fourneaux de la France, portés au nombre de 424, au lieu de 379, ont produit, en fonte, tant brute que moulée de première fusion, 1.995.334 quintaux métriques de cette matière.

Sur le total de fonte brute, 35.026 quintaux métriques seulement sont provenus de la fusion du minerai de fer par le moyen de la houille carbonisée, dite coke, dans les départements de la Moselle, de Saône-et-Loire, de la Loire et de l'Isère. Tout le reste a été obtenu par le moyen du charbon de bois.

A la quantité de fonte brute sus-énoncée (près de 2 millions de quintaux métriques), on a ajouté environ 110.000 quintaux métriques de fonte importée, et 264.750 quintaux métriques de fonte et ferrailles prises sur des approvisionne-

ments antérieurs, ou sur d'anciennes réserves qui ont été vendues aux forges françaises en 1826.

Par la réunion de ces moyens, on a obtenu, pendant la même année, en 1826, les divers produits dont voici l'indication, sans aucun double emploi :

Fonte moulée de 1re fusion	256.065	q. mét.
— — de 2e fusion	122.121	
Fer affiné au charbon de bois	960.710	
— des forges catalanes	93.000	
— affiné à la houille	426.370	
Acier naturel	32.568	
— cémenté	20.560	
— fondu	1.725	

Tels sont les résultats généraux du travail du fer, qui est en activité dans 45 des départements français.

On peut calculer que la somme totale des capitaux qui sont consacrés à l'activité des usines à fer de la France, sans compter les ateliers secondaires où s'opère la conversion de ce métal, s'élève à 240 millions de francs, dont une moitié environ représente la valeur de ces immeubles, tandis que l'autre moitié représente le capital mobilier qui se trouve engagé dans ce genre d'industrie.

On peut calculer aussi, d'après l'état actuel des choses, en 1828, que le nombre des ouvriers quelconques qui sont employés pour le service de ces mêmes usines à fer s'élève à 90.000, et que leur salaire total est d'environ 21 millions de francs par année.

Ces faits montrent l'importance d'une branche d'industrie qui, depuis l'année 1822, et surtout depuis l'année 1825, a

pris, en France, un heureux accroissement, et qui chaque jour tend à s'y développer de plus en plus.

Produits non métalliques.

Outre les produits métalliques portés sur notre tableau général, les mines et minières de la France ont fourni, en 1826, des quantités considérables de produits non métalliques, dont plusieurs, et notamment la houille, sont d'une haute importance pour la métallurgie.

Par exemple, dans 32 des départements de la France, on a extrait 15.310.687 quintaux métriques de houille, dont le prix moyen, sur les mines, est de 1 fr. par quintal métrique.

L'extraction d'un autre combustible minéral, qui est connu sous le nom de lignite, s'est élevée à 98.414 quintaux métriques; et de plus, on a fabriqué différents sels minéraux, tels que :

Vitriol vert (sulfate de fer).....	25.941 q. mét.
Alun (sulfate d'alumine).....	21.118

Outre cela, les mines de la France ont fourni, en 1826, des quantités de mastic bitumineux, dit asphalte, de bitume malte, et de pétrole, dont le total est de 4.858 quintaux métriques de ces matières utiles dans plusieurs arts.

L'extraction du sel gemme, dans le département de la Meurthe, a été de 110.000 quintaux métriques; elle est réglée à 150.000 quintaux métriques, pour l'année 1828, dans la mine de Dieuze, qui a remplacé la mine de Vic.

De tous ces faits, il résulte que l'ensemble des mines et minières de la France fournit annuellement, en matières

premières, une valeur totale de 96.751.274 fr., dont les cinq-sixièmes environ proviennent des mines et minières métalliques, et le dernier sixième provient des mines et minières non métalliques.

Plomb.

Aux quantités de métaux que la France obtient annuellement de son propre sol, elle ajoute, pour les besoins de son industrie, des quantités plus ou moins considérables de métaux tirés des pays étrangers.

Par exemple, en 1826, les mines de la France ont produit, en plomb neuf.....	6.453 q. mét.
On a de plus importé, déduction faite des quantités exportées, d'après le terme moyen de 4 années.	94.990
Outre cela, on a employé par la refonte du vieux plomb, d'après les faits recueillis dans plusieurs grands ateliers.....	10.144
Le total de plomb brut employé par l'industrie manufacturière, en 1826, fut donc de.....	111.587 q. mét.

Calculé de même, pour l'année 1822, ce total n'était que de 73.514 quintaux métriques.

Ainsi, depuis l'Exposition de l'année 1823, jusqu'à celle de l'année 1827, la quantité de plomb brut qui a été employée, en France, par l'industrie manufacturière, s'est accrue de 38.073 quintaux métriques par année moyenne. Ce fait nous montre que l'activité des manufactures dans lesquelles on fabrique des ouvrages en plomb, tels que tables ou feuilles, et tuyaux, a éprouvé un accroissement considérable. On peut reconnaître une des principales causes de cet accroissement

dans les nombreuses constructions d'édifices, qui ont eu lieu depuis quelques années, et dans le fréquent emploi du plomb pour la fabrication des produits chimiques, du cristal ou verre de plomb, de la céruse (ou du sous-carbonate, dit blanc de plomb), et pour les conduits de l'éclairage par le gaz hydrogène.

Cuivre.

Le travail du cuivre, considéré de la même manière, présente les faits que voici :

En 1826, le produit des mines de la France en cuivre brut, dans deux départements, fut de.....	1.640 q. mét.
L'importation, déduction faite des quantités exportées, fut de.....	43.826
La quantité de vieux cuivre employée par la refonte, d'après ce qui a lieu dans plusieurs grands ateliers, fut de.....	9.092
D'où l'on voit qu'en 1826, le total de cuivre brut employé par l'industrie manufacturière, est de....	54.558 q. mét.

On calcule de même que, pour l'année 1822, ce total fut de 50.671 quintaux métriques.

Ainsi, l'accroissement d'emploi du cuivre brut est de 3.887 quintaux métriques, depuis l'Exposition de 1823. On peut en conclure que l'activité des manufactures où l'on opère sur le cuivre brut s'est accrue dans le même rapport. Les états des douanes, pour l'année 1826, font voir que, depuis l'année 1822, l'exportation de cuivre laminé est plus que quadruple de ce qu'elle était alors. La bonne qualité des produits français de ce genre est constatée, non-seulement en France, mais encore dans les pays étrangers.

Zinc.

Le zinc, ce métal que l'on regardait, il y a vingt ans, comme imparfait ou non malléable, est aujourd'hui fort employé dans plusieurs arts. Jusqu'à présent c'est des pays étrangers, que les fabriques françaises tirent cette matière première, quoique, dans plusieurs départements, par exemple, dans le Finistère et dans l'Isère, on se propose de mettre à profit, pour cet objet, les dépôts naturels de zinc sulfuré, ou *blende*, qui s'y trouvent en abondance.

En 1822, d'après le terme moyen de quatre années, l'importation du zinc, tant en masses ou lingots pour la refonte, qu'en plaques ou barres pour le laminage, déduction faite des quantités exportées, était de.... 6.973 q. mét.

En 1826, cette importation annuelle, considérée de la même manière, est de..... 17.313

Ainsi, depuis l'Exposition de 1823, la quantité moyenne de zinc brut, qui est employée annuellement par l'industrie française, s'est accrue de 10.340 quintaux métriques. Pour juger des progrès que l'on a faits, en France, dans la fabrication du zinc laminé, il suffit de se rappeler qu'aujourd'hui plusieurs édifices publics sont couverts en zinc, à Saint-Lô, à Cherbourg, à Bourbon-Vendée, à Rouen et ailleurs. Outre que l'emploi du zinc laminé est devenu fréquent en France, le zinc brut à l'état métallique a remplacé, dans les fabriques de laiton, le zinc oxidé calamine, ce qui rend plus sûre et plus économique la composition de l'alliage connu sous le nom de laiton ou cuivre jaune.

Si l'on comparait directement l'année 1822 avec l'année

1826, sans prendre le terme moyen des deux périodes de quatre années, comme il nous a paru plus convenable de le faire, l'accroissement d'emploi du zinc brut, dans les ateliers français, serait une quantité de 28.436 quintaux métriques, au lieu du nombre 10.340 qu'il nous paraît plus sûr d'admettre.

Laiton.

Les quantités considérables de laiton et de bronze, qui sont annuellement fabriquées en France, proviennent, en grande partie, des quantités de cuivre indiquées ci-dessus. Les ateliers français ne tirent des pays étrangers, à l'état de métal brut, qu'environ 200 quintaux métriques, par année, de cet alliage de cuivre et de zinc, auquel on a donné le nom de cuivre jaune ou de laiton, et 1.000 quintaux métriques de cet alliage de cuivre et d'étain, que l'on appelle bronze.

D'après les données recueillies sur un grand nombre d'établissements, on sait qu'en France il se fabrique annuellement 11.000 quintaux métriques de laiton brut (*Annales des Mines de* 1818, p. 380). Ainsi, la quantité de laiton brut qui provient des pays étrangers (environ 200 quintaux métriques par année) n'est que la cinquante-cinquième partie de la quantité qui se fabrique en France.

Bronze.

Quant au bronze, le principal emploi de cet alliage métallique a lieu dans les trois fonderies royales de bouches à feu, qui sont en activité dans les villes de Douai, Strasbourg et Toulouse.

Des renseignements fournis par l'Administration et par les

fabricants font voir que, d'après le terme moyen des quatre années 1823 à 1826, on emploie annuellement les quantités que voici :

Dans les trois fonderies de la guerre.....	6.829 q. mét.
Dans les ateliers de la marine, situés à Rochefort et à Toulon	1.000
Dans la seule ville de Paris, pour ouvrages d'ornement en bronze, non compris les cloches et timbres.	1.800
Dans les autres ateliers qui emploient le bronze, tant à Paris que dans le reste de la France, soit pour la fonte des cloches ou timbres, soit pour la fabrication des pièces de machines, et de divers autres objets, environ.....	1.200
Total.....	10.829 q. mét.

Ainsi, l'on est porté à croire que la quantité de bronze, qui est annuellement employée en France, s'élève à 10.829 quintaux métriques. Sur cette quantité, il n'y a qu'environ la onzième partie, c'est-à-dire 1.000 quintaux métriques, qui provienne des pays étrangers; le surplus est un produit de l'industrie française.

On estime que, dans la seule ville de Paris, la vente moyenne de 1800 quintaux métriques d'objets fabriqués en bronze s'élève à une somme de 5.250.000 fr., tandis que la valeur ordinaire de 1800 quintaux métriques de bronze ne serait que de 540.000 fr., c'est-à-dire à peu près la dixième partie de cette somme.

Étain.

Les recherches de minerais d'étain que l'on a entreprises, en France, dans les départements de la Haute-Vienne et de

la Loire-Inférieure, n'ont encore procuré que de faibles produits. C'est le commerce avec l'Inde, l'Angleterre et l'Allemagne, qui fournit ce métal aux fabriques françaises.

D'après les états des douanes, et d'après le terme moyen que nous adoptons pour deux périodes, chacune de quatre années, on calcule qu'en 1826, l'industrie manufacturière a consommé, en France, 10.974 quintaux métriques d'étain, et que c'est 3.808 quintaux métriques de plus qu'elle n'en consommait en 1822.

On trouve une des principales causes de cet accroissement dans l'activité plus grande des fabriques de fer-blanc, des manufactures de glaces, ou de faïence, des ateliers d'étamage, ou de teinture, et des fabriques, soit de bronze, soit d'ouvrages en étain, tels que planches pour la gravure, vases ou comptoirs pour les marchands de vin, et ustensiles de ménage.

Mercure.

C'est des pays étrangers que provient la quantité de mercure qui est employée en France, tant pour l'étamage des glaces, que pour l'amalgamation de l'or et de l'argent, pour la fabrication des instruments de physique, pour les appareils de chimie, pour les préparations de la pharmacie, ainsi que pour divers autres besoins des arts.

Depuis l'année 1822, la consommation de mercure, qui fut, en 1826, de 601 quintaux métriques, s'est accrue, en France, de 241 quintaux métriques par année moyenne. Une des causes de cet accroissement consiste dans l'affinage des matières d'or, d'argent et de cuivre; c'est une nouvelle branche d'industrie pour le département de la Seine, où elle ne prit naissance qu'en 1820.

D'après les Recherches statistiques sur la ville de Paris, publiées en 1826 par M. le préfet de la Seine (Tabl. n° 125), on emploie annuellement, pour cet affinage, 30 quintaux métriques de mercure, et diverses autres matières. On affine à Paris, par année moyenne, 360 quintaux métriques d'or, 1300 quintaux métriques d'argent, et 500 quintaux métriques de cuivre, d'où il résulte,

En Or fin.....	306, q. mét.	64 kil.
En Argent fin...	1161,	50

et divers autres produits, le tout composant une valeur de 130.901.141 fr.

Antimoine.

On sait que, pour la fabrication des caractères d'imprimerie, l'antimoine est allié avec le plomb dans la proportion de 20 pour 100 d'alliage, et que divers oxides d'antimoine sont employés, soit dans la pharmacie, soit dans la peinture sur porcelaine.

Si l'on réduit, par le calcul, en antimoine métallique, la quantité d'antimoine cru, ou de sulfure fondu, que l'on obtient des mines de la France, dans sept départements, on voit que ce genre de produit présente,

Pour l'année 1822, un total de....	460, q. mét.	35 kil.
Pour l'année 1826.....	412,	65.

Dans chacune des deux périodes de quatre années que nous considérons, l'exportation de l'antimoine fut plus forte que l'importation; cet excès fut représenté,

En 1822, par.....	33, q. mét.	50 kil.
En 1826, par.....	76,	55

D'après ces données, on calcule que la quantité d'antimoine métallique employée par l'industrie française fut,

En 1822, de.....	426,	q. mét.	85 kil.
En 1826, de.....	336,		10.

Il en résulte que, depuis 1823, la quantité de ce métal, qui est annuellement consommée en France, paraît avoir diminué de 90 quintaux métriques $\frac{3}{4}$.

Bismuth.

Le bismuth, métal que l'on allie, tantôt avec l'étain, tantôt avec l'or, et dont les oxides sont employés, soit dans la fabrication des émaux et du verre, soit dans la préparation du fard, soit dans la dorure sur porcelaine, se trouve, en France, dans les mines de plomb du Finistère et ailleurs, par exemple dans les Pyrénées; mais on ne l'y exploite pas, et la quantité peu considérable de bismuth qui est employée par l'industrie française provient en général des pays étrangers.

D'après les états des douanes, il paraît que, depuis 1822, la consommation annuelle du bismuth, qui en 1826 fut de 9 quintaux métriques, a diminué de 6 quintaux métriques pour toute la France. Cependant, on sait que ce métal entre dans la composition des alliages fusibles avec lesquels on fabrique, depuis quelque temps, des rondelles de sûreté pour les machines à vapeur; mais ce nouveau genre d'industrie n'emploie, jusqu'à présent, à Paris, que 1, q. mét. 2 de bismuth par année.

Arsenic.

L'arsenic, dont le nom rappelle trop souvent des crimes,

est mis à profit dans l'art de la verrerie, et dans la composition des couleurs dites orpiment et réalgar (arsenic sulfuré, jaune ou rouge).

En 1826, les mines de la France, dans le département du Haut-Rhin, ont produit 50 quintaux métriques d'arsenic natif, minerai destiné à être converti en arsenic oxidé blanc; c'est en général des pays étrangers que l'industrie française tire cette matière. D'après nos données, on calcule qu'en 1826, l'industrie française employa 113 quintaux métriques d'arsenic à l'état de métal; c'est 74 quintaux métriques de plus qu'elle n'en consomma en 1822.

Dans ce nombre ne sont pas compris les sulfures jaunes ou rouges que la France tire de l'Allemagne, et le sulfure jaune-doré dont la plus belle qualité vient de la Chine et de la Perse. L'importation de ces diverses matières, pour la consommation intérieure du royaume, fut, en 1826, de 127 quintaux métriques, et l'exportation seulement de 11.

Manganèse.

Le manganèse oxidé, dont on fait usage, soit dans l'art de la verrerie, tantôt pour blanchir le verre, tantôt pour le colorer en violet, soit dans les arts chimiques pour la préparation du chlore ou des chlorures, et pour le blanchîment des toiles, est exploité, en France, dans deux départements, avec plus d'activité qu'il ne l'était en 1822. Depuis cette époque, la consommation du manganèse, qui, en 1826, fut de 12.066 quintaux métriques, s'est accrue de 5.178 quintaux métriques, et par conséquent elle est presque doublée.

Cobalt.

Le cobalt, que l'on emploie, soit à l'état de minerai, ou

d'oxide nommé *safre,* dans l'art de la verrerie et dans la peinture sur porcelaine, pour colorer en bleu, soit à l'état de cobalt vitrifié en poudre, connu sous le nom d'*azur,* dans l'apprêt des toiles, se trouve en plusieurs contrées de la France; mais ce genre d'exploitation n'y est pas en activité. C'est des pays étrangers que l'industrie française tire la quantité de cobalt qui lui est nécessaire.

L'importation du cobalt en France comprend quatre sortes, d'après les états des douanes :

1° Le minerai brut, dont le plus estimé vient de Tunaberg en Suède (cobalt gris, éclatant) ;

2° Le *cobalt-métal,* dont la dénomination indique, à ce qu'il paraît, tantôt un minerai de cobalt d'un aspect métallique, tantôt l'arsenic écailleux que l'on appelle cobalt dans le commerce, tantôt, enfin, un certain alliage ou précipité de cobalt et autres métaux, qui provient des fabriques où l'on prépare le verre bleu, et que l'on nomme en allemand *Kobolt-speise ;*

3° Le minerai grillé, ou l'oxide de cobalt, mêlé avec du sable pur, matière nommée *safre ;*

4° Le cobalt vitrifié en poudre bleue, dit *azur.*

Ce dernier objet d'importation est le plus considérable. La quantité de cobalt vitrifié qui est employée par l'industrie française fut, en 1826, de 1.473 quintaux métriques; elle est plus forte de 294 quintaux métriques qu'elle ne l'était en 1822, suivant le terme moyen de quatre années. Cet accroissement prouve l'activité des ateliers français qui font usage du cobalt vitrifié, dit azur, dans l'apprêt des toiles et dans les arts qui s'y rapportent.

Fer.

Le fer est de tous les métaux celui sur lequel l'industrie française s'exerce avec le plus d'ardeur.

Nous avons déja indiqué quels furent, en 1826, les produits de ce genre.

En 1826, la quantité de fonte brute employée pour la fabrication d'ouvrages en fonte moulée, soit de première, soit de seconde fusion, fut de 391.065 quintaux métriques. C'est de plus qu'en 1822, une quantité de 164.306 quintaux mét.

Les seules fonderies du département de la Seine emploient actuellement, pour cet objet, 48.403 quintaux métriques de fonte brute par année, et fournissent 44.172 quintaux métriques de fonte moulée de seconde fusion.

Le total de fer en barres employé par l'industrie française, en 1826, fut de 1.540.117 quintaux métriques.

En 1822, ce total n'était que de 779.390 quintaux métriques.

Ainsi, l'industrie française s'est exercée, en 1826, sur une quantité de fer, qui est plus forte de 760.727 quintaux métriques, qu'elle ne l'était en 1822; en d'autres termes, la quantité de fer employée par l'industrie française est presque doublée depuis quatre ans. Cet accroissement est dû, pour plus de moitié, à la fabrication du fer affiné par le moyen de la houille, et façonné au laminoir. On sait que ce procédé, qui n'a commencé à s'introduire en France qu'en 1821, ne s'y est complètement naturalisé que depuis l'Exposition de 1823. Aujourd'hui, la France possède environ quarante de ces établissements que l'on nommait forges à l'anglaise, et qui désormais pourront aussi être appelés forges françaises.

Acier.

Quant à la consommation de l'acier, soit naturel, soit cémenté, soit fondu, on calcule qu'en 1826, l'industrie française employa 61.823 quintaux métriques de cette matière première, au lieu qu'en 1822, elle n'en consommait que 42.274 quintaux métriques.

La fabrication de l'acier des trois sortes, dans les ateliers de la France, ne s'élevait, en 1822, qu'à 35.800 quintaux métriques; elle s'y éleva, en 1826, à 54.853 quintaux mét.

A cet égard, on parvient aux résultats généraux que voici :

Depuis quatre ans, 1° la fabrication de l'acier naturel s'est accrue, en France, de plus de moitié en sus de ce qu'elle était en 1822 ; 2° la fabrication de l'acier cémenté s'est accrue d'un tiers en sus de ce qu'elle était alors ; 3° la fabrication de l'acier fondu s'est accrue de plus de moitié en sus de ce qu'elle était à la même époque; 4° enfin, l'industrie française emploie annuellement 19.549 quintaux métriques d'acier de plus qu'elle n'en consommait il y a quatre ans. C'est presque moitié en sus de la quantité d'acier des trois sortes, que la France consommait à l'époque de l'Exposition de 1823.

On reconnaît les causes de cette différence dans l'accroissement du nombre des fabriques où l'industrie s'exerce sur les trois sortes d'acier, dans l'emploi beaucoup plus fréquent de cette matière, et dans les nombreux ouvrages en acier, qu'a réunis l'Exposition de 1827.

Or et argent.

Après avoir considéré les quantités de métaux communs, qui sont annuellement employées, en France, par l'industrie manufacturière, il n'était pas sans intérêt de jeter un coup-

d'œil comparatif sur les métaux que l'on nomme précieux : tels sont l'or, l'argent et le platine.

Les quantités d'or et d'argent sur lesquelles s'applique le travail, dans les ateliers français, proviennent des pays étrangers, à l'exception d'un faible produit en argent, qui résulte, en France, de l'exploitation des mines de plomb.

Le produit en argent indigène a été,

En 1822, un total de..... 1.088 kil.
En 1826, — — ..... 1.162.

D'après les états des douanes, le terme moyen de l'importation annuelle de l'or, en France, tant pour l'or brut en masses, en lingots, et pour l'or brisé, que pour l'or monnayé, fut,

En 1822, d'après la moyenne de quatre années, 11.365 kil.
En 1826, *idem*, ... 27.171.

L'exportation de l'or, aux mêmes époques, fut,

En 1822, d'après la moyenne de quatre années, 22.847
En 1826, *idem*, ... 34.649.

Ainsi, le rapport de l'importation à l'exportation de l'or était,

En 1822, comme 100 est à 201,02,
En 1826, comme 100 est à 127,52;

D'où il suit que l'exportation relative de ce métal précieux a diminué d'environ trois huitièmes.

On pourra s'étonner de voir que, depuis l'année 1819, la France, qui ne produit pas d'or, en exporte cependant plus qu'elle n'en reçoit par l'importation ; mais il ne faut pas

perdre de vue, que l'excès de l'exportation sur l'importation de l'or est couvert, et au-delà, par l'excès de l'importation sur l'exportation de l'argent, ainsi que nous allons le faire remarquer.

Relativement à l'argent, on trouve pour terme moyen d'importation, déduction faite de l'exportation,

En 1822, d'après la moyenne de quatre années,	268.997 kil.
En 1826, *idem*,	582.561;

Si l'on ajoute à ces dernières quantités le produit sus-énoncé des mines du royaume, on voit que, dans les deux années dont il s'agit, la quantité d'argent qui est entrée dans la circulation en France, a été,

En 1822, d'après la moyenne de quatre années,	270.085 kil.
En 1826, *idem*,	583.723;

Pendant la période des quatre années 1819 à 1822, la valeur totale de l'or et de l'argent importés en France, fut de 530.526.822 fr., et la valeur de l'or et de l'argent exportés fut de 460.536.089 fr;

Ainsi, la différence à l'avantage de l'importation des deux métaux précieux, considérés ensemble, fut une somme de 69.990.733 fr. dont le terme moyen, pour chacune des quatre années, offre une valeur de 17.497.683 fr.

Pendant la période des quatre années 1823 à 1826, la valeur totale de l'or et de l'argent importés en France, fut de 865.001.640 fr., et la valeur totale de l'or et de l'argent exportés fut de 498.413.534 fr;

Il en résulte que, pendant les quatre années 1823 à 1826, la différence à l'avantage de l'importation des deux métaux précieux fut une somme de 366.588.106 fr., dont le terme

moyen, pour chacune des quatre années, offre une valeur de 91.647.026 fr.

En comparant ce terme moyen avec celui que nous avons calculé ci-dessus, pour la période précédente, on voit que, par année moyenne, il entre actuellement en France pour 74.149.343 fr. d'or et d'argent, de plus qu'il n'en entrait en 1822, après déduction faite de la quantité de ces métaux précieux qui sort du royaume.

Sans prétendre assigner toutes les causes de ce fait, qui indique un accroissement de prospérité, remarquons seulement que, parmi ces causes nombreuses et variées, on doit compter les progrès de l'industrie française.

Le travail qui s'applique à la consommation des matières d'or et d'argent comprend l'orfévrerie, la bijouterie, tous les arts variés qui font un usage quelconque de ces métaux précieux, et le monnayage. Commençons par considérer les diverses fabriques où l'on emploie l'or et l'argent; nous passerons ensuite aux hôtels des monnaies.

Un extrait des comptes du bureau de garantie, concernant les matières d'or et d'argent, nous offre les faits que voici :

En 1826, on employa dans toute la France, pour la fabrication des ouvrages d'or, 3.682 kil. de ce métal, et pour la fabrication des ouvrages d'argent, 62.019 kil.,90;

En 1822, on avait employé 2.963 kil.,33 d'or, et 58.037 kil.,49 d'argent.

Ainsi, l'accroissement de la consommation annuelle de ces métaux précieux, dans les diverses fabriques, a été, pendant chacune des quatre dernières années,

Pour l'Or, de.....	718 kil.,67
Pour l'Argent, de.....	3.982, 41.

Outre ces masses d'or et d'argent, on consomme des quantités, peu considérables, de ces deux métaux pour la formation des lingots de tirage, qui sont des barres de cuivre recouvertes d'or ou d'argent, et pour la confection du plaqué, qui n'est pas soumis au droit de garantie.

On a fabriqué en lingots de tirage, dans toute la France, principalement à Lyon et à Trévoux,

En 1822,.....	11.184 kil.
dont à Paris seulement..... 385 kil.;	
En 1826,.....	9.908
dont à Paris..... 309.	

Dans la fabrication des ouvrages d'or et d'argent, le seul département de la Seine a fourni, en 1821, les 0,666, en 1822, les 0,695, et en 1826, à peu près les 0,719 du produit total de la France.

Quant au monnayage des métaux précieux, les comptes généraux de l'Administration des finances, publiés pour les années 1822 et 1826, nous font voir que, dans les treize hôtels des monnaies, qui sont en activité en France, on a employé, pour la fabrication du numéraire, les quantités que voici :

En 1822, Or fin, y compris le déchet.....	269 kil.,	12
valant..... 3.444 fr. 44 cent. le kil.		
— Argent fin, y compris le déchet....	403.538,	79
valant..... 222 fr. 22 cent. le kil.		
En 1826, Or fin y compris le déchet.....	1.372,	48
— Argent fin, y compris le déchet..	454.779,	81.

Nous savons de plus, par les comptes de la Monnaie royale

des médailles, quelles quantités d'or, d'argent et de platine cet établissement a employées en 1822 et 1826; c'est, par exemple, pour 1826, en or, 13 kil., 11, en argent 957 kil.,17, en platine 2 kil., 76.

En appliquant à ces différentes quantités de métaux les valeurs qui leur correspondent, d'après leurs différents titres, on peut calculer que, dans toute la France, il a été employé par année moyenne, tant pour les ateliers d'orfévrerie, de bijouterie et autres, que pour la fabrication des monnaies et des médailles, les quantités d'or et d'argent ci-après :

En 1822, Or.....	3.247 kil.,52 valant.	8.772.001 fr.
— Argent...	462.390, 78	102.184.225
Valeur totale.....		110.956.226 fr.
En 1826, Or.....	5.067, 59	14.457.246
— Argent...	517.756, 88	114.448.494
Valeur totale.....		128.905.740 fr.
Différence en plus pour 1826...		17.949.514

Platine.

Quant au platine, l'on est porté à croire que l'industrie manufacturière emploie en France, par année moyenne, environ 129 kil. de platine à l'état métallique, valant, à raison de 27 fr. 50 c. l'once (ou 898 fr. 98 c. le kil.), 115.968 fr. 42 c.

D'après tout ce qui précède, on peut calculer que la valeur totale des métaux bruts qui furent employés en France, pendant l'année 1826, se composa des valeurs partielles dont voici l'indication :

Métaux bruts provenant du sol français, valeur .	79.989.860 fr.
Métaux bruts importés, déduction faite de l'exportation, mais non compris or, argent et platine.....	20.622.320
Or, argent et platine, importés.....	92.037.019
Or et argent, pris sur les réserves des années antérieures à 1826.....	36.984.689
Autres métaux bruts, pris de même sur des réserves.....	14.222.937
Total.....	243.856.825 fr.

En résumant tous les faits qui viennent d'être exposés, on parvient à déterminer, pour chacun des métaux bruts, la quantité de matières premières sur laquelle s'exerce annuellement, en France, l'industrie manufacturière ; on peut aussi calculer la valeur en francs qui correspond à chaque genre de matière première ; on voit enfin de combien la quantité et la valeur se sont accrues, ou bien ont diminué, pour chaque genre d'industrie, depuis la dernière Exposition, qui eut lieu en 1823.

C'est ce qu'indique un tableau récapitulatif, qui est annexé au Mémoire intitulé *Des métaux en France;* ce tableau fait voir, pour l'époque de 1826, que l'industrie manufacturière qui emploie les métaux s'exerce annuellement, en France, sur 2.207.284 quintaux métriques de matières premières, valant 243.856.825 fr. Relativement à la quantité, c'est environ un million de quintaux métriques de plus qu'en 1822, et relativement à la valeur, c'est environ 66.000.000 fr., de plus qu'à la même époque de 1822.

Comparaison de diverses branches d'industrie.

Ces faits prouvent que, depuis la dernière Exposition des produits de l'industrie, qui eut lieu en 1823, la consommation des métaux, expression assez fidèle de l'activité des ateliers métallurgiques, s'est généralement accrue en France; car il n'y a que de légères exceptions, à l'égard de l'antimoine, du bismuth et du cobalt: ces métaux sont les seuls dont l'emploi ait éprouvé quelque diminution. En prenant ces mêmes faits pour base, on peut comparer entre elles les diverses branches de l'industrie métallurgique, mesurer leur développement, et déterminer leur importance relative. Si l'on veut aussi les comparer avec d'autres branches d'industrie, on pourra combiner avec les faits relatifs aux métaux les données qu'un auteur célèbre, membre de cette Académie, a présentées, sur d'autres matières premières, dans son ouvrage intitulé *De l'Industrie française* (Paris, 1819), ou faire usage de telles autres données que l'on croira devoir admettre pour l'époque actuelle.

Si l'on représente par le nombre 1 la valeur totale de chacune des matières premières qui sont élaborées dans les ateliers français, on peut calculer que l'industrie manufacturière augmente cette valeur ainsi qu'il suit, d'après une moyenne prise sur l'ensemble de tous les produits fabriqués dans un même genre :

Tissus et étoffes.

Pour les soieries, la valeur 1 de la matière première devient.	2,37
— draperies et lainages.	2,15
— toiles de chanvre et câbles.	3,94
— tissus de lin, y compris les dentelles.	5,00
— ouvrages en coton	2,44

Chacun de ces nombres est le quotient que l'on obtient en divisant la valeur totale des marchandises, fabriquées dans les manufactures françaises, par la valeur totale des matières premières qui ont été employées pour le même objet.

(Voyez *De l'Industrie française, etc.*, Paris, 1819, t. I, pag. 119 et 120, 127 à 133, 140 à 142, 149 à 151.)

Métaux.

En procédant de même, relativement aux métaux, on trouve les résultats suivants :

Pour les ouvrages communs en Plomb, la valeur 1 de la matière première devient	1,33
— Cuivre dans la chaudronnerie, les batteries de cuisine, etc., mais sans compter le bronze et le laiton	2, »
— Étain, Zinc, Antimoine, Mercure, à l'état de métal ou d'alliage	1,5 à 2
— *idem*, dans la composition des Sels-métalliques	3, à 4
— Fer approprié aux divers usages	4,4

(Voyez *De l'Industrie française*, t. II, pag. 157 et 161.)

Pour l'Or, dans la bijouterie, l'orfévrerie, l'horlogerie, les dorures, etc	2,35
— Argent, *idem*	1,60

(Voyez *Recherches statistiques sur Paris*, 1823, Tab. N° 85.)

Il suffira de considérer ces nombres, en se rappelant, d'après ce qui précède, quelle quantité de fer est employée par les ateliers français, pour reconnaître que, dans l'industrie métallurgique de la France, le fer est sans contredit le plus précieux des métaux, et que cette industrie n'offre pas

moins d'avantages que celles qui emploient la soie, la laine, le chanvre, le lin, ou le coton.

Au lieu de calculer l'accroissement de valeur des métaux d'après un terme moyen pris sur l'ensemble de tous les produits fabriqués dans un même genre, on peut se demander selon quel rapport s'accroît la valeur de tel ou tel métal dans telle ou telle sorte de produit. L'Exposition de 1827 nous a fourni l'occasion de recueillir d'utiles données à cet égard, d'après les prix actuels des métaux bruts et des métaux ouvrés.

Accroissement de valeur.

Bornons-nous à rapporter quelques-uns des exemples qui sont réunis, au nombre de 110, dans le Mémoire sur les métaux, dont celui-ci offre un extrait.

En appliquant ces données générales aux circonstances particulières de tel ou tel établissement, on remarquera que l'accroissement de valeur ainsi calculé représente collectivement les salaires d'ouvriers et d'agents quelconques, les achats de combustibles et de matières, autres que les métaux à mettre en œuvre, les déchets qu'éprouvent ces métaux, les intérêts des capitaux versés dans telle ou telle entreprise métallurgique, en un mot tous les frais de fabrication et le bénéfice de l'industrie. Dans les données qui suivent, on remarquera aussi qu'elles ne comprennent que des objets usuels; nous avons écarté certains accroissements de valeur tout-à-fait extraordinaires, tels que celui que reçoit la fonte brute de fer, convertie en acier, dans les ressorts spiraux de montres.

Le Plomb brut étant au prix de 52 fr. le quintal métrique, cette valeur représentée par le nombre 1 devient,

Dans les feuilles, tables ou tuyaux, de dimensions moyennes. 1,25
Dans la céruse, ou blanc de plomb..... 2, 6
Dans les caractères d'imprimerie les plus usuels..... 4, 9
Dans les petits caractères, dits *parisienne* ..... 28, 3.

Le Cuivre brut étant au prix de 254 fr. le quintal métrique, la valeur 1 de la matière non-ouvrée devient,

Dans les feuilles de doublage pour la marine..... 1,26
Dans les ustensiles de ménage..... 1,77
Dans les épingles blanches ordinaires, en laiton étamé..... 2,34
Dans le plaqué d'argent au 20e du poids..... 3,56
Dans les toiles métalliques n° 100, dont le pouce carré contient 10.000 mailles..... 58,23.

Le Zinc brut étant au prix de 43 fr. le quintal métrique, cette valeur 1 du métal brut devient,

Dans les feuilles de zinc des numéros les plus usuels..... 1,62
Dans les gouttières en zinc..... 3,25.

L'Étain étant au prix de 230 fr. le quintal métrique, la valeur 1 du métal brut devient,

Dans les feuilles pour étamage de glaces..... 1,73
Dans les ustensiles de ménage..... 1,85.

Le Mercure étant au prix de 540 fr. le quintal métrique, la valeur 1 de la matière non-ouvrée devient,

Dans le vermillon de qualité moyenne..... 1,81.

L'Antimoine étant au prix de 220 fr. le quintal métrique, la valeur 1 de la matière non-ouvrée s'élève,

Dans les divers caractères d'imprimerie, comme nous l'avons vu au sujet du plomb, à..... 4,9 et jusqu'à 28,3.

Le Bismuth étant au prix de 600 fr. le quintal métrique, la valeur 1 de la matière non-ouvrée devient,

Dans les alliages fusibles qui sont employés pour les rondelles de sûreté des machines à vapeur..... 2,07 à 2,31.

L'Arsenic métallique étant au prix de 60 fr. le quintal métrique, la valeur 1 de la matière non-ouvrée devient,

Dans l'oxide blanc d'arsenic..... 1,83
Dans le sulfure jaune-doré (orpiment)..... 4,26.

Le minerai de Cobalt, de Tunaberg en Suède, étant au prix de 75 fr. le kil., la valeur 1 de cette matière devient,

Dans les assiettes de porcelaine de Sèvres, colorées sur le bord, au grand feu..... 5,68.

La Fonte de fer brute étant au prix de 20 fr. le quintal métrique, la valeur 1 de la matière brute devient,

Dans les ustensiles de ménage..... 2, »
Dans les pièces de mécanique..... 4, »
Dans les pièces de bijouterie, telles que boucles et croix pleines..... 45, »
Dans les pièces de bijouterie, telles que croix à jour, bracelets, et boutons avec figures..... 147 à 150.

Le Fer en barres étant au prix de 56 fr. le quintal métrique, la valeur 1 du métal brut devient,

Dans le fer de fenderie..... 1,10
Dans l'acier naturel..... 1,42
Dans l'acier cémenté..... 2,41

Dans l'acier fondu	4,28
Dans la tôle d'acier fondu	6,25
Dans les fers-blancs de diverses qualités	2,04 à 2,34
Dans les fers à cheval	2,55
Dans les outils aratoires et autres	3,12 à 3,57
Dans les planes de charron, en acier	10,71 à 14,28
Dans les loquets et verroux	4,85 à 8,50
Dans les faulx en étoffe de fer et d'acier	5,12
Dans les scies en acier	7,50
Dans les scies à bois	14,28
Dans les limes communes, dites 7/4 de livre	2,55
Dans les limes plates en acier fondu	20,44
Dans les fils de fer, de diverses qualités	2,14 à 10,71
Dans les épingles drapières	8,03
Dans les aiguilles de diverses qualités	17,33 à 70,85
Dans les peignes de tissage en acier, pour calicot 3/4	21,87
Dans les rubans de cardes en fil de fer pour coton n° 24	38,91
Dans les toiles métalliques en fil de fer, n° 80	96,71
Dans la coutellerie, pour les lames de couteaux de table, dites à chevalet	35,70
— — pour les lames de rasoirs en acier fondu	53,57
— — pour les ciseaux fins	446,94
— — pour les lames de canifs de bureau	657,14
Dans l'armurerie, pour les canons de fusil de munition	9,10
— — pour les canons de fusil doubles de chasse, à rubans tordus et damassés	238,08
— — pour les lames de sabre, des différentes armes, de cavalerie, d'infanterie, d'artillerie, etc.	9,25 à 16,07
Dans la bijouterie d'acier poli, pour les boucles de ceinture	896,66
— — pour les poignées d'épée	972,82.

L'Argent à 0,950 de fin étant au prix de 52 fr. le marc, ou 212 fr. 46 c. le kil., la valeur 1 du métal brut devient,

Dans les couverts d'argent à filets..... 1,115.

L'Argent à 0,800 de fin étant au prix de 44 fr. 25 c. le marc, ou 180 fr. 78 c. le kil., la valeur 1 du métal brut devient,

Dans une boîte de montre d'argent, d'horlogerie ordinaire. 2,446.

L'Or à 0,840 de fin étant au prix de 2.945 fr. 86 c. le kil., la valeur 1 du métal brut devient,

Dans une boîte de montre en or, d'horlogerie fine..... 1,311.

L'Or à 0,750 de fin étant au prix de 2.631 fr. 25 c. le kil., la valeur 1 du métal brut devient,

Dans une tabatière en or, d'un travail simple..... 1,579.
Dans une chaîne de parure..... 1,552.

Le Platine pur étant au prix de 898 fr. 98 c. le kil., la valeur 1 du métal devient,

Dans les capsules en platine, pour les laboratoires de chimie. 1,036.

Dans ce nombre 1,036 ne se trouve pas compris l'accroissement de valeur, qui résulte de la purification du platine, objet principal en ce genre d'industrie.

Fer ouvré.

Parmi les produits qui viennent d'être indiqués, comme donnant aux métaux bruts un accroissement de valeur, plus ou moins considérable, il en est un grand nombre qui sont l'objet d'une fabrication très-active dans les ateliers français.

En 1826, sur le total de fer en barres qui fut obtenu dans l'ensemble des forges de la France, on a fabriqué les quantités de produits, que nous allons présenter sans double emploi :

Fer martiné.....	97.078 q. mét.
Fer de fenderie.....	279.941
Gros outils et Essieux.....	26.290
Objets de taillanderie.....	9.848
Tôle et Fers noirs.....	64.508
Fer-blanc.....	31.725
Fil de fer.....	76.940
Faulx.....	1.767
Limes et râpes.....	4.769
Total.....	592.866 q. mét.

La quantité totale de fer, que contient l'ensemble de ces diverses marchandises, est à peu près de 592.866 quintaux métriques, d'après la somme de leurs poids.

La valeur de cette quantité de fer serait de 33.200.496 fr., d'après le prix énoncé du métal brut; mais, d'après les accroissements de valeur, que le métal brut a reçus dans les diverses marchandises, on peut calculer, en prenant le terme moyen des différentes qualités, que la valeur vénale de ces produits, considérés en fabrique, fut une somme de 51.857.650 fr.

Ainsi, l'accroissement de valeur que le métal brut a reçu dans l'ensemble de ces produits usuels est une somme de 18.657.154 fr.

Il en résulte que, 1° dans ce même ensemble de produits, la valeur du métal brut est à la valeur du métal ouvré, comme 1 : 1,56;

2° Comparativement à la quantité totale de fer en barres, qui est obtenue dans les forges de la France (1.480.080 quintaux métriques, valant 79.101.520 fr.), la quantité des produits fabriqués, dans les sortes sus-énoncées de marchandises, est, sauf les déchets de fabrication, les 0,40 de la première quantité; elle en devient les 0,46, si l'on admet un déchet moyen de 15 pour 100, sur l'ensemble des sortes.

On est donc porté à croire que, sur la quantité totale de fer brut, qui est annuellement obtenue en France, un peu moins de la moitié est employé pour la fabrication des divers produits qui viennent d'être indiqués, et un peu plus de la moitié reste disponible pour les autres besoins de l'agriculture, des constructions quelconques, et en général, de tous les arts.

Métaux ouvrés.

Malgré l'activité dont jouit l'industrie métallurgique en France, il est encore plusieurs objets de première nécessité qui donnent lieu à une importation de produits étrangers, plus considérable que n'est l'exportation des produits français de même sorte : tels sont les faulx, les limes, les scies, le fer-blanc, les outils de fer rechargé d'acier; tels sont encore les outils de pur acier, la céruse, le zinc laminé, le vermillon et l'orpiment. D'autres objets, au contraire, sont exportés de France en plus grande quantité qu'ils n'y sont importés : tels sont les ouvrages en plomb, en cuivre, en laiton, en bronze, en étain, les caractères d'imprimerie, la fonte de fer moulée, les faucilles et instruments aratoires, la tôle, le fil de fer, la coutellerie, les outils de pur fer, les

armes, le vitriol vert, les ouvrages d'or ou d'argent, et le plaqué.

Un tableau que nous avons dressé d'après les états des douanes, fait voir quelle fut la situation de l'industrie française dans les deux années 1822 et 1826, relativement à l'importation et à l'exportation des produits fabriqués avec les métaux. (Voy. *Des métaux en France, Annales des mines de* 1827.)

Sur ce tableau, on remarque les faits suivants :

1° En 1826, la valeur de l'exportation des métaux ouvrés, y compris les ouvrages d'or et d'argent, présenta une somme totale de.....	18.876.515 fr.
La valeur de l'importation (*idem*).....	5.147.920
Différence à l'avantage de l'exportation.....	13.728.595 fr.
Si l'on soustrait, tant de l'exportation que de l'importation, les ouvrages d'or et d'argent dont la valeur est pour l'exportation 12.084.000 fr., et pour l'importation 73.990 fr., il reste, pour valeur de l'exportation des métaux ouvrés, non compris les ouvrages d'or et d'argent....	6.792.515 fr.
— pour valeur de l'importation (*idem*).....	5.073.930
Différence à l'avantage de l'exportation.....	1.718.585 fr.

On voit donc que la différence de l'exportation à l'importation, des métaux ouvrés, est à l'avantage de la France, même en faisant abstraction des ouvrages d'or et d'argent, qui, pour le royaume, sont les principaux objets de l'exportation des métaux ouvrés; mais il ne faut pas perdre de vue, que cette différence favorable est absorbée, et bien au-delà, par celle qui résulte de l'importation des métaux bruts, comparée avec leur exportation.

En effet, notre Tableau indique ce qui suit :

En 1826, d'après le terme moyen de quatre années, l'importation des métaux bruts, non compris l'or, l'argent, et le platine, fut une valeur de.....	20.985.505 fr.
L'exportation (*idem*).....	363.185
Différence à l'avantage de l'importation.....	20.622.320 fr.
L'importation de l'or, de l'argent, et du platine fut de.....	216.648.391 fr.
L'exportation (*idem*).....	124.611.372
Différence à l'avantage de l'importation.....	92.037.019 fr.
En ajoutant la différence relative aux autres métaux bruts (*voy.* ci-dessus), ci.....	20.622.320
On trouve le total.....	112.659.339 fr.
nombre qui exprime l'excès de l'importation sur l'exportation, des métaux bruts.	
Si de ce nombre on soustrait la différence à l'avantage de l'exportation des métaux ouvrés, ci.....	13.728.595
Il reste.....	98.930.744 fr.

Ce reste fait voir qu'il sort annuellement de France, pour les métaux que le royaume tire des pays étrangers, une valeur en autres marchandises, qui correspond à peu près à 100 millions de francs.

Ainsi, à l'égard des métaux bruts, les produits du royaume sont loin de suffire à ses besoins. On peut en conclure qu'un vaste champ reste encore ouvert à l'industrie française dans l'exploitation des mines et dans la métallurgie.

2° En ce qui concerne ceux des métaux ouvrés à l'égard

desquels la différence est à l'avantage de l'importation, un autre tableau, inséré dans notre Mémoire sur les métaux, montre que, pour plusieurs d'entre eux, cette différence défavorable s'est accrue depuis quatre ans, par exemple, pour les limes, les scies et le fer-blanc, tandis qu'elle a diminué pour les faulx et les outils de fer rechargé d'acier. On voit par là ce qu'il reste encore à faire à l'industrie française.

3° Quant à ceux des métaux ouvrés à l'égard desquels la différence est à l'avantage de l'exportation, cette différence favorable s'est accrue depuis quatre ans, pour les ouvrages en plomb, en cuivre, en étain, pour le laiton filé, pour la fonte moulée, les faucilles, le fil de fer, les outils de pur fer, les armes blanches de luxe, les armes à feu de traite, et pour les ouvrages d'or ou d'argent, tandis qu'elle a diminué pour la tôle, la coutellerie, les armes blanches de traite, les armes à feu de luxe, et le plaqué.

Ces faits indiquent assez quels sont les genres de fabrication qu'il est juste de récompenser, comme donnant lieu à une exportation avantageuse, et quels sont les genres qu'il est utile d'encourager, comme approchant plus ou moins de ce but.

De ces mêmes faits on pourra déduire encore d'autres conséquences qui ne seront peut-être pas sans intérêt pour les spéculations de l'industrie et du commerce, dans un moment où elles se portent avec tant d'activité sur les entreprises métallurgiques.

Conclusion.

Résumons les principales conséquences des faits exposés dans ces recherches statistiques.

Depuis l'Exposition de 1823, l'industrie métallurgique a fait, en France, des progrès incontestables : d'anciens établissements ont été améliorés; de nouveaux procédés sont introduits avec succès dans les ateliers; plusieurs départements ont vu s'élever un grand nombre de nouvelles fabriques.

Les progrès de l'industrie métallurgique sont en général plus grands à l'égard des métaux ouvrés, qu'à l'égard des métaux bruts; cependant, parmi ces derniers, la fabrication du fer a pris, en France, un heureux développement, qui depuis long-temps était désiré; ce métal est sans contredit celui dont la production donne lieu au travail le plus actif, celui qui reçoit de l'industrie manufacturière les plus grands accroissements de valeur.

La qualité des produits, soit bruts, soit ouvrés, a reçu d'importantes améliorations; la quantité s'en est tellement accrue, qu'aujourd'hui l'on craint moins de voir les produits manquer aux consommateurs, que de voir les consommateurs manquer aux produits. Cette situation étant commune à la France et à plusieurs autres pays, on peut espérer qu'elle deviendra un nouveau gage du maintien de la paix, dont tous les peuples industrieux sentiront de plus en plus le besoin.

Le prix des métaux, soit bruts, soit ouvrés, a diminué dans plusieurs genres de fabrication; cependant, presque tous les produits métalliques se vendent encore plus cher en France, que dans les pays étrangers : c'est une vérité qu'il faut avoir le courage de reconnaître; car, ce ne serait pas encourager dignement l'industrie, que de la flatter en lui dissimulant sa véritable position.

La différence, quelquefois considérable, qui existe entre le prix des produits métalliques, achetés en France, et le

prix des mêmes objets, tirés des pays étrangers, se trouve balancée, jusqu'à un certain point, par les droits de douanes, auxquels ces derniers sont soumis, à leur entrée en France; c'est ce qu'indiquent les tableaux insérés dans notre Mémoire sur les métaux.

Les droits de douanes sont en général établis de manière que l'industrie française soit convenablement protégée contre l'industrie étrangère, mais qu'en même temps, la première ne s'endorme pas à l'abri d'un rempart que la seconde pourrait alors franchir. Si d'un côté, il importe que ces droits soient maintenus, parce que de leur existence dépend celle d'un grand nombre d'établissements français, de l'autre, il est à désirer, dans l'intérêt des consommateurs, qu'il devienne possible de modérer ces mêmes droits, sans inconvénient pour l'industrie métallurgique; mais aujourd'hui, l'amélioration de cette industrie dépend moins de nouveaux progrès à faire dans les arts qui s'y rapportent, que de certaines circonstances qui, loin d'être en son pouvoir, la maîtrisent impérieusement : tels sont les prix des combustibles, de la main-d'œuvre et des transports.

Il pourra donc s'écouler bien du temps encore, avant qu'il soit possible de supprimer, sans inconvénient, ou même de modérer les droits de douanes, qui s'opposent à l'entrée des métaux étrangers. En effet, chez plusieurs nations industrieuses, les métaux sont obtenus, ou élaborés, à beaucoup meilleur marché qu'ils ne le peuvent l'être en France. Cet avantage, pour les peuples étrangers, résulte de ce que chez eux le prix des combustibles est moindre qu'en France, les moyens de communication sont plus faciles et moins dispendieux, en même temps que la main-d'œuvre est moins coû-

teuse. Ainsi, la France ne pourra soutenir la concurrence avec les nations rivales de son industrie, que si d'abord on a perfectionné l'exploitation de ses forêts et de ses mines, facilité sa navigation intérieure, complété ses moyens de communication, abaissé le prix des matières et de la main-d'œuvre, ouvert de nouveaux débouchés à certains produits, enfin, éclairé les spéculateurs, dont l'ardeur semble quelquefois avoir besoin d'être modérée.

Déja plusieurs de ces vœux, formés en faveur de l'industrie française, sont exaucés par le gouvernement paternel du Roi, en tout ce qui le concerne. Une connaissance exacte des faits relatifs aux produits métallurgiques pourra contribuer à compléter des améliorations heureusement commencées; car, on a dit avec raison, que « la connaissance des faits écarte « les fausses opinions chez les particuliers, et les fausses me- « sures chez ceux qui gouvernent. »

MÉMOIRE

SUR

La mesure et le calcul des azimuts propres à la détermination des longitudes terrestres;

PAR M. PUISSANT.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 15 octobre 1828.

§ Ier.

DEPUIS que les géomètres ont proposé de mesurer dans un même lieu, les deux lignes de courbure de la surface de la terre, pour en déduire les dimensions de l'ellipsoïde osculateur en ce lieu, la mesure de l'amplitude astronomique d'un arc de parallèle est devenue une des opérations les plus importantes et les plus délicates de la géodésie. Il résulte des Mémoires qui ont été présentés, il y a peu de temps, à l'Académie des sciences sur la mesure d'un arc du parallèle moyen, et de l'excellent ouvrage de messieurs les astronomes italiens sur cette même mesure à laquelle ils ont pris une part si active, que la détermination du temps absolu aux extrémités d'un

petit arc de parallèle, laisse, malgré toutes les précautions prises par les observateurs, quelque incertitude sur la véritable amplitude astronomique de cet arc, et par suite sur la valeur exacte de l'aplatissement de la terre. Mais si, au lieu d'employer en pareil cas la méthode des feux, on concluait la différence des longitudes de deux points peu éloignés l'un de l'autre, des azimuts observés à ces mêmes points liés entre eux par une excellente chaîne de triangles, ainsi que l'a proposé l'illustre Laplace, il est très-probable qu'on obtiendrait des résultats plus certains; parce qu'en ayant alors recours aux observations d'étoiles circompolaires, les erreurs commises dans l'évaluation du temps n'auraient aucune influence sur les azimuts résultant de ces observations. Toutefois la comparaison des azimuts observés aux extrémités d'une ligne de plus courte distance, et d'où résulte la différence en longitude de ces extrémités, ne pouvant être faite que par l'intermédiaire des angles de la chaîne qui s'étend le long de cette ligne, il est à craindre, comme je l'ai dit ailleurs, que les erreurs de ces angles ne s'accumulent au lieu de se compenser, et n'influent sensiblement sur le résultat cherché. Il faut donc ne déterminer de la sorte que de petites différences de longitude, comme de deux à trois degrés au plus; encore est-il nécessaire de diminuer l'influence des erreurs des angles du réseau par le procédé indiqué au deuxième supplément à la *Théorie analytique des probabilités.*

Les anomalies qui affectent les amplitudes astronomiques mesurées dans le sens des méridiens ou des parallèles, proviennent de deux causes différentes dont les effets peuvent s'ajouter. L'une est due aux erreurs d'observation, l'autre à des attractions locales qui écartent le fil-à-plomb de la direc-

tion qu'il prendrait s'il était seulement soumis à l'action générale du globe terrestre. Par exemple, sans parler des irrégularités de ce genre que l'on remarque dans les différentes parties de l'arc du moyen parallèle intercepté entre l'Océan et la mer Adriatique, il en est une autre non moins frappante qui se manifeste dans la portion de parallèle comprise entre Paris et Brest. Les deux moitiés de cet arc sont tellement dissemblables que l'une paraît convenir à un ellipsoïde de révolution dont l'aplatissement est de $\frac{1}{309}$, tandis que l'autre, aboutissant à la mer, semble appartenir à un sphéroïde beaucoup moins aplati : conséquence absolument contraire à celle que l'on tire de la mesure du parallèle moyen. Pour mettre tout-à-fait en évidence l'anomalie causée par la déviation accidentelle de la verticale, il est donc essentiel de déterminer avec toute la précision possible les latitudes et les azimuts des principaux points d'une chaîne de triangles, et d'assigner les limites des erreurs dont ces éléments géographiques sont susceptibles.

En orientant une pareille chaîne à l'aide de l'observation des passages d'étoiles au vertical d'une mire placée à très-peu près dans le méridien du lieu de l'observateur et liée à l'un des sommets de ces triangles, les calculs que cette opération exige sont de la plus grande simplicité et s'effectuent avec beaucoup de promptitude. Delambre a donné une méthode générale pour déterminer rigoureusement la déviation de la mire lorsque la lunette des passages est parfaitement rectifiée, ou lorsque son axe de rotation présente dans le cours des observations une légère inclinaison, ou enfin quand l'axe optique de cette lunette n'est pas exactement perpendiculaire à l'axe de rotation : c'est celle dont les astronomes font

usage, et que j'ai exposée au livre V du tome II de la Géodésie. Je m'abstiendrais donc de revenir aujourd'hui sur ce sujet, si je ne croyais pas qu'il est utile, au succès de la méthode des azimuts, d'indiquer aux ingénieurs-géographes qui doivent en faire d'importantes applications, tout le parti que l'on peut tirer de la formule relative au cas de la non-rectification exacte de la lunette méridienne.

Je rapporterai d'abord le lieu de l'étoile au plan de l'horison, ensuite à celui de l'équateur, et parmi les coordonnées rectangles t, u, v du premier système, je supposerai u dans le plan du méridien de l'observateur, v comme la verticale; parmi les coordonnées t', u', v' du second système, je supposerai également u dans le plan du méridien, mais je regarderai v' comme le rayon du pôle céleste; enfin j'appellerai H la latitude géographique de la station, Δ la distance polaire de l'étoile, Z sa distance zénitale, P son angle horaire, A son azimut compté du sud, et r son rayon vecteur.

D'après la théorie connue,

$$\begin{aligned} t &= r\sin.\,Z\sin.\,A, & t' &= r\sin.\,\Delta\sin.\,P,\\ u &= r\sin.\,Z\cos.\,A, & u' &= r\sin.\,\Delta\cos.\,P,\\ v &= r\cos.\,Z, & v' &= r\cos.\,\Delta; \end{aligned}$$

et les coordonnées de ces deux systèmes sont liées entre elles par ces deux relations,

$$\begin{aligned} t &= t'\\ u &= u'\sin.\,H - v'\cos.\,H, \end{aligned}$$

qui se changent nécessairement en celles-ci :

$$\begin{aligned} &\sin.\,Z\sin.\,A = \sin.\,\Delta\sin.\,P\\ &\sin.\,Z\cos.\,A = \sin.\,\Delta\sin.\,H\cos.\,P - \cos.\,\Delta\cos.\,H; \end{aligned}$$

lesquelles étant divisées l'une par l'autre donnent sur le champ

$$\text{tang. A} = \frac{\text{sin. }\Delta \text{ sin. P}}{\text{sin. }\Delta \text{ sin. H cos. P} - \text{cos. }\Delta \text{ cos. H}}.$$

Faisons maintenant $A = 180° - V$, et mettons pour cos. P sa valeur $1 - 2\,\text{sin.}^2 \frac{1}{2} P$, nous aurons

$$\text{tang. V} = \frac{\text{sin. }\Delta \text{ sin. P}}{\text{cos. (H} + \Delta) + 2\,\text{sin. }\Delta \text{ sin. H sin.}^2 \frac{1}{2} P}.$$

Telle est l'expression rigoureuse de la tangente de l'angle V que le vertical d'une étoile quelconque fait avec le méridien : expression que fournit d'ailleurs la trigonométrie sphérique. Mais, pour un passage très-près du méridien, sin. P étant extrêmement petit, on a cette série tellement convergente

$$\text{tang. V} = \frac{\text{sin. P sin. }\Delta}{\text{cos. (H} + \Delta)}\left(1 - \frac{2\,\text{sin. }\Delta \text{ sin. H}}{\text{cos. (H} + \Delta)}\,\text{sin.}^2 \tfrac{1}{2} P + \frac{4\,\text{sin.}^2 \Delta \,\text{sin.}^2 \text{H}}{\text{cos.}^2 (\text{H} + \Delta)}\,\text{sin.}^4 \tfrac{1}{2} P \ldots\right)$$

qu'il suffit de n'en conserver que le premier terme, et même décrire

$$V = \frac{P \text{ sin. }\Delta}{\text{cos. (H} + \Delta)};$$

formule dans laquelle il est évident que $P = t - \text{Æ}$, t désignant l'heure sidérale de l'observation, et Æ celle du passage au méridien supérieur ou de la culmination. Moins la mire sera éloignée du méridien plus il sera par conséquent permis de s'en tenir à cette dernière expression.

Lorsqu'on observe les étoiles à la lunette méridienne, il peut arriver 1° que l'axe optique *normal* ou la ligne perpendiculaire à l'axe de rotation ramenée à l'horison, soit tout à fait hors du méridien et du vertical de la mire, et que sa déviation horisontale soit généralement x; 2° que l'axe opti-

que apparent fasse avec l'axe optique normal un petit angle γ; 3° enfin que l'axe de rotation soit incliné à l'horison. Cela posé, si les déviations x, y sont occidentales et que de plus l'extrémité orientale du niveau soit la plus basse, la déviation x de l'axe optique normal se composera de l'angle V donné par l'axe optique apparent dirigé sur l'étoile, et de deux corrections dV, dV', l'une dépendant de l'inclinaison β de l'axe de rotation, donnée par les parties du niveau, l'autre provenant de l'erreur γ de l'axe optique apparent. Or il est facile de voir que la première correction est $dV = \frac{\beta}{\text{tang. Z}}$, ou, dans ce cas particulier, de $dV = \beta \text{ tang. } (H + \Delta)$; puisqu'à très-peu près $Z = 90° - H - \Delta$. En effet dans le triangle sphérique OVE dont les sommets des angles sont à l'extrémité ouest de l'axe de rotation, au zénit V et à l'étoile E, on a $OV = 90° - \beta$, $VE = Z$, l'angle compris $OVE = 90° + dV$, et $OE = 90°$; ainsi à cause de

$$\cos. OE = \cos. OV \cos. VE + \sin. OV \sin. VE \cos. OVE,$$

il est évident que

$$\sin. \beta \cos. Z - \cos. \beta \sin. Z \sin. dV = 0,$$

ou simplement

$$dV = \frac{\beta}{\text{tang. Z}},$$

vû la petitesse des angles dV et β.

Quant à la seconde correction dV' elle se trouvera ainsi qu'il suit. D'abord l'erreur γ exige qu'il soit fait à l'angle horaire P la correction $-\frac{\gamma}{\sin. \Delta}$; et si, en outre, on veut, à

l'imitation de M. Biot, tenir compte de l'aberration diurne qu'on néglige ordinairement, à cause de son extrême petitesse, le même angle devra subir généralement une autre correction $-\frac{0'',3062\cos.H\cos.P}{\sin.\Delta}$ exprimée en arc, ou simplement dans cette circonstance, $-\frac{0'',3062\cos.H}{\sin.\Delta}=-\frac{\alpha}{\sin.\Delta}$, à cause de $\cos.P=1$ à très-peu près. La correction totale de P étant donc $-\frac{\alpha+\gamma}{\sin.\Delta}$, celle de V sera nécessairement

$$dV'=-\frac{\alpha+\gamma}{\cos.(H+\Delta)}=-\frac{\alpha+\gamma}{\sin.Z}.$$

Partant, l'azimut de l'axe optique normal, donné par un passage supérieur, sera

$$x=V+dV+dV',$$

c'est-à-dire

$$(1)\qquad x=\frac{P\sin.\Delta}{\cos.(H+\Delta)}+\beta\tang.(H+\Delta)-\frac{\alpha+\gamma}{\cos.(H+\Delta)},$$

expression qui se change en celle-ci :

$$\frac{x\cos.(H+\Delta)}{\sin.\Delta}=P+\frac{\beta\sin.(H+\Delta)}{\sin.\Delta}-\frac{\alpha+\gamma}{\sin.\Delta}.$$

Une autre étoile donnerait pareillement à son passage supérieur

$$\frac{x\cos.(H+\Delta')}{\sin.\Delta'}=P'+\frac{\beta\sin.(H+\Delta')}{\sin.\Delta'}-\frac{\alpha+\gamma}{\sin.\Delta'}.$$

Soustrayant ces deux dernières équations l'une de l'autre, puis effectuant les transformations et réductions qui se présentent d'elles-mêmes, et faisant attention que $P=t-\text{Æ}$,

$P' = t' - \mathrm{R}'$, il viendra en secondes de degré, par deux passages supérieurs,

$$(2) \qquad x = \frac{15\,[\mathrm{R}' - \mathrm{R} - (t' - t)]\sin.\Delta\sin.\Delta'}{\cos.\mathrm{H}\sin.(\Delta' - \Delta)} + \beta\,\mathrm{tang.H} - \frac{(\alpha + \gamma)\cos.\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta)}{\cos.\mathrm{H}\cos.\frac{1}{2}(\Delta' - \Delta)},$$

formule générale qu'il est facile de déduire de celles que Delambre a publiées dans la *Connaissance des temps pour* 1810 (1). Elle est probablement la même que celle que M. Biot a appliquée en 1825 à la détermination d'un azimut près de Fiume, à l'extrémité orientale du parallèle moyen mesuré en France et en Italie (*Connaissance des temps pour* 1830, p. 70). En observant plusieurs fois les mêmes étoiles au seul fil du milieu de la lunette, on aura une suite de valeurs données par cette formule, et la moyenne arithmétique sera évidemment de cette forme :

$$x = \mathrm{B} - (\alpha + \gamma)\,\mathrm{C}.$$

Si l'une des deux étoiles passait au méridien inférieur, la seconde, par exemple, on ferait Δ' négatif, et l'on aurait

$$(3) \qquad x = \frac{15\,[\mathrm{R}' - \mathrm{R} - (t' - t)]\sin.\Delta\sin.\Delta'}{\cos.\mathrm{H}\sin.(\Delta' + \Delta)} + \beta\,\mathrm{tang.H} - \frac{(\alpha + \gamma)\cos.\frac{1}{2}(\Delta - \Delta')}{\cos.\mathrm{H}\cos.\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta)}.$$

Si les deux étoiles étaient observées au méridien inférieur, on prendrait Δ et Δ' négativement dans la formule (2). Enfin

(1) On y voit à la p. 411 que le second terme de x est β séc. H au lieu de β tang. H; mais l'erreur de calcul est manifeste.

l'on aurait x par les deux passages d'une même étoile circompolaire en faisant $\mathrm{AR}' - \mathrm{AR} = 12^h$, et $\Delta' = -\Delta$ dans cette même formule, c'est-à-dire,

$$(4) \qquad x = \frac{15[12^h - (t'-t)]}{2\cos.\mathrm{H}\cot.\Delta} + \beta\,\mathrm{tang.\,H} - \frac{\alpha+\gamma}{\cos.\mathrm{H}\cos.\Delta}.$$

Les deux passages τ, τ' d'une autre étoile dont la distance polaire serait Δ', donneraient pareillement

$$x = \frac{15[12^h - (\tau'-\tau)]}{2\cos.\mathrm{H}\cot.\Delta'} + \beta\,\mathrm{tang.\,H} - \frac{\alpha+\gamma}{\cos.\mathrm{H}\cos.\Delta'}.$$

On combinera les doubles passages de ces deux étoiles en chassant les dénominateurs $2\cos.\mathrm{H}\cot.\Delta$, $2\cos.\mathrm{H}\cot.\Delta'$, et en soustrayant les deux résultats l'un de l'autre, ce qui donnera en définitive

$$(5) \qquad x = \frac{15[\tau'-\tau-(t'-t)]\sin.\Delta\sin.\Delta'}{2\cos.\mathrm{H}\sin.(\Delta'-\Delta)} + \beta\,\mathrm{tang.\,H} - \frac{(\alpha+\gamma)\cos.\frac{1}{2}(\Delta'+\Delta)}{\cos.\mathrm{H}\cos.\frac{1}{2}(\Delta'-\Delta)};$$

valeur indépendante des ascensions droites, et qui suppose que t, τ sont des passages supérieurs. Si ces passages ont lieu à quelques minutes l'un de l'autre les intervalles $t-\tau$, $\tau'-t'$ exprimés en temps sidéraux ne seront point influencés par l'irrégularité de la pendule, et si de plus Δ' diffère de Δ de plusieurs degrés on aura la déviation x avec beaucoup de précision. Cette même formule (5) conviendra à deux passages opposés t, τ et t', τ' en y prenant négativement la distance polaire Δ' de l'étoile qui passera au méridien inférieur à peu d'intervalle du passage supérieur de l'autre étoile. Telle est la méthode d'observation de M. Butt que M. Biot a appliquée avec un plein succès en février 1825, aux trois premières étoiles de la petite Ourse.

On voit par là qu'à la rigueur trois étoiles suffisent pour déterminer la déviation x de l'axe optique normal et l'inclinaison ou l'erreur y de l'axe optique apparent; en sorte que si celui-ci est toujours dirigé exactement sur la mire avant les observations, comme le suppose M. Biot, $x+y$ sera l'azimut ou la déviation même de cette mire. Si au contraire on a soin, comme le conseille Delambre, d'établir une parfaite coïncidence entre l'axe optique normal, l'axe optique apparent et la mire, à l'origine des observations, l'erreur y sera nulle, et le petit angle x sera la déviation de la mire. Les formules de ce célèbre astronome satisfont donc à tous les cas possibles, et je ne sache pas que personne ait, jusqu'à présent, rien ajouté d'essentiel à sa méthode.

Le premier terme de l'équation (2) sera déterminé d'autant plus exactement que $P - P' = \Delta R' - \Delta R - (t' - t)$ sera mieux connu. Or la bonté des catalogues actuels ne laisse aucun doute sur la valeur de la différence $\Delta R' - \Delta R$ des ascensions droites d'un grand nombre d'étoiles, et si l'intervalle $t' - t$ des passages à la lunette est fort court, il sera exempt de l'irrégularité de la pendule et des variations atmosphériques : on n'aura donc à craindre que l'erreur commise sur $t' - t$ en évaluant l'instant précis où l'étoile traverse le fil central; erreur qui peut être détruite ou doublée au second passage. En la supposant de $1''$ de temps ou de $15''$ en arc, l'erreur correspondante de l'azimut sera évidemment

$$dx = \frac{15''.\sin.\Delta\sin.\Delta'}{\cos.H\sin.(\Delta'-\Delta)} = f,$$

pour deux étoiles observées à leur passage supérieur; ou

$$dx = \frac{15''.\sin.\Delta\sin.\Delta'}{\cos.H\sin.(\Delta'+\Delta)} = f,$$

pour un passage supérieur et un passage inférieur; ou

$$dx = \frac{15''}{2 \cos. H \cot. \Delta} = f,$$

pour les deux passages d'une même étoile.

Cette valeur de dx est donc le facteur par lequel il faudrait multiplier l'erreur dP si elle était différente de 1″ de temps, pour avoir la correction absolue de la déviation x. Ce facteur est d'autant plus utile à connaître numériquement qu'il indique le degré de confiance que mérite la combinaison de deux étoiles, effectuée dans le but d'obtenir exactement l'azimut de la mire. C'est ainsi que l'on reconnaît qu'à la latitude de 45° l'erreur d'une seconde, sur l'intervalle des passages de la polaire, amène seulement une correction de 0″,3 en arc à l'azimut; tandis que par la combinaison d'Arcturus et de 2γ supérieur de la petite Ourse, elle donne lieu à une correction de près de 8″.

Quant à la valeur de y, comme elle est au-dessous d'une demi-seconde de degré lorsqu'on a disposé le mieux possible l'axe optique apparent perpendiculairement à celui de rotation, il est assez douteux qu'on l'obtienne de la sorte avec précision, soit à cause de son extrême petitesse, soit parce qu'il n'est pas certain qu'elle demeure constante pendant la durée des observations, c'est-à-dire pendant plusieurs jours de suite: aussi nous paraît-il convenable de s'attacher à rectifier complètement la lunette avant les observations de chaque jour; opération qui n'est ni longue ni difficile, et par suite de laquelle il est permis le plus souvent de s'en tenir au premier terme de x. Si, cependant, l'on craint que cette rectification ne soit pas parfaite, on fera bien de procéder à

la manière de M. Biot qui a obtenu des résultats d'une concordance très-remarquable; ainsi on étudiera, comme ce savant, la configuration des tourillons de l'axe de rotation, afin de voir si le niveau reste fixe ou non dans les différentes inclinaisons de la lunette, et l'on choisira les combinaisons binaires d'étoiles, particulièrement propres à déterminer y ou l'erreur de l'axe optique apparent. Telles sont, par exemple, celles de ζ, 2γ, δ supérieures ou inférieures de la petite Ourse avec γ de l'Éridan, δ du Centaure, Aldébaran et Arcturus (*Connaissance des temps pour* 1830, p. 77). Ces combinaisons procureront des équations de cette forme :

$$\begin{aligned} x &= \mathrm{B} - (\alpha + y)\,\mathrm{C}, & n, f \\ x &= \mathrm{B}' - (\alpha + y)\,\mathrm{C}', & n', f' \\ x &= \mathrm{B}'' - (\alpha + y)\,\mathrm{C}'', & n'', f'', \end{aligned}$$

n désignant le nombre des combinaisons qui auront produit l'équation correspondante, et f étant le facteur qui exprime, dans cette équation, l'erreur d'une seconde de temps sidéral sur l'intervalle des passages. Comme ces équations ne renferment les deux inconnues x, y qu'au premier degré, on les traitera par la méthode la plus avantageuse due à M. Legendre; ou bien, à l'instar de M. Biot, on commencera par déterminer l'erreur y de l'axe optique au moyen des combinaisons de ζ, 2γ, δ de la petite Ourse avec les étoiles éloignées du pôle; et pour cet effet, l'on séparera en deux groupes les expressions de x qui se rapportent à ces combinaisons, de manière que l'un renferme les plus petits coefficients C et l'autre les plus grands coefficients : ensuite on réduira chaque groupe à une seule équation, en cherchant une moyenne qu'on obtiendra en multipliant les équations

d'un groupe par le rapport $\frac{n}{f}$ correspondant; parce qu'il est naturel de supposer que la valeur de y est d'autant mieux déterminée que le nombre n des observations est plus grand et le facteur f plus petit. En d'autres termes la moyenne cherchée se trouvera en faisant exercer à chaque équation une influence directement proportionnelle au nombre des combinaisons qu'elle renferme, et en raison inverse de la grandeur du facteur qui multiplie les erreurs. Ayant obtenu de cette manière deux équations entre x et $(\alpha + y)$, on en tirera la valeur de y qu'on introduira ensuite dans toutes les valeurs particulières déduites des combinaisons de la polaire avec elle-même ainsi qu'avec β et γ de la petite Ourse, et l'on aura autant d'évaluations distinctes de la déviation x et de l'azimut $x + y$ de la mire: enfin la moyenne de toutes ces valeurs particulières sera le résultat cherché. Cependant l'on pourra faire concourir à cette recherche les autres valeurs moyennes déduites des combinaisons des circompolaires avec les étoiles éloignées du pôle; et il y a lieu d'espérer que les écarts des valeurs particulières autour de la moyenne définitive ne surpasseront pas $1'',5$. (Voyez le tableau qui accompagne le Mémoire cité de M. Biot).

§ II.

Faisons maintenant quelques applications numériques des formules précédentes, et supposons, à cet effet, qu'à la latitude $H = 48°.50'$ on ait placé vers le nord une mire méridienne; on en trouvera la déviation ainsi qu'il suit, si l'on sait déja, par des distances zénitales absolues d'étoiles, que

la pendule reglée sur le temps sidéral avançait de 18″,4 sur ce temps.

1^er EXEMPLE.

Passage d'Arcturus au vertical de la mire le 18 août 1826, à $14^h 8' 2'',79 = h$, à la pendule sidérale,

ci.....	$h = 14^h 8' 2'',79$
Avance.....	$-18,40$
Passage au fil du milieu de la lunette, temps sid..	$t = 14.7.44,39$

Position apparente de l'astre, d'après les Tables de M. Schumaker,

$$\text{AR} = 14^h 7' 45'',67$$
$$\Delta = 69.54.31,0.$$

Delà et de ce qui précède,

Passage à la lunette.....	$t = 14^h 7' 44'39$
Asc. dr. app. ou passage au méridien..	$\text{AR} = 14.7.45,67$
	$t - \text{AR} = -1'',28.$

Ensuite la formule (1) donnera, à cause de $P = t - \text{AR}$, $H + \Delta = 118° 44' 31''$,

$$\log.(t - \text{AR}) = 0.10721 -$$
$$\sin.\Delta = 9.97273$$
$$\text{c. cos.}(H + \Delta) = 0.31798 -$$
$$\log. \text{ premier terme} = 0.39792 + = 2'',5 \text{ en temps}$$
$$1.17609$$
$$1.57401 = + 37'',498 \text{ en arc.}$$

En faisant abstraction des deux autres termes, on aurait

donc $x = 2'',5$ en temps pour la déviation occidentale de la mire ou pour la déviation orientale de la lunette dirigée sur l'étoile. Les coefficients de ces deux termes étant évalués, on aura définitivement

$$x = 37'',5 + \beta(1,1436) - (\alpha + \gamma)(2,0796).$$

Si une partie du niveau répondait à $0'',9$, et qu'à la fin d'une observation l'inclinaison de l'axe de rotation fut de 1,5 partie, on aurait

$$\beta = \pm (0'',9)\,(1,5) = \pm 1'',35;$$

prenant le signe + si l'extrémité orientale du niveau était la plus basse, et le signe — si cette extrémité était la plus haute.

La deviation de la mire, déduite d'un grand nombre d'observations, sert ensuite pour trouver la correction des passages. Dans le présent exemple $x = 2'',5$, et la correction du passage étant $dp = \frac{x \cos.(H \pm \Delta)}{\pm \sin.\Delta}$, on a, en prenant le signe +, puisqu'il s'agit d'un passage supérieur, $dp = -1'',28$; quantité additive à A ou soustractive de h. Or l'heure de l'observation est

	$h = 14^h\,8'\,2'',79$
	$-dp = \quad +1,28$
Passage au méridien, temps de la pendule.	$H = 14^h\,8'\,4'',07$
Temps sidéral..	$\mathrm{A} = 14.7.45,67$
Avance....	18,40

comme nous l'avons supposée. Mais ce résultat n'est sûr que quand l'ascension droite de l'étoile et le temps sidéral de l'observation sont parfaitement connus. Il vaut mieux,

pour chercher la diviation, combiner deux étoiles passant au méridien à peu d'intervalle l'un de l'autre; c'est le cas des formules (2 et (3). Voici un exemple relatif à cette dernière.

2^e EXEMPLE.

Passage au méridien supérieur.		Passage inférieur.
Temps sid.	$AR = 0^h\,59'\,19'',26$	$AR' = 0^h\,46'\,5'',40$
A la lunette	$t = 1.\ 0.34,\ 0$	$t' = 0.46.19,39$
	$t - AR = 0.\ 1.14,74$	$AR' - t' = 0.\ 0.13,99$
	$AR' - t' = -13,99$	$\Delta = 1°37'\ 8''$
	$0.\ 1.\ 0,75$	$\Delta' = 33.\ 1.57.$

Par suite

$\log. 60'',75 = 1,78355$
$\sin. \Delta = 8.45104$
$\sin. \Delta' = 9.73650$
$\text{c. cos.} H = 0.18161$
$\text{c. sin.}(\Delta' + \Delta) = 0.24522$

l. 1^er terme $= 0.39792 = 2'',5$ en temps

$\cos. \frac{1}{2}(\Delta' - \Delta) = 9.98347$
$\text{c. cos.} \frac{1}{2}(\Delta' + \Delta) = 0.02017$
$\text{c. cos.} H = 0.18161$
$0.18525 = 1,5319$

de là, en secondes de degré,

$$x = 37'',5 + \beta(1,1436) - (\alpha + \gamma)(1,5319).$$

Quoique, dans cet exemple, les temps des observations soient affectés de l'avance ou de l'équation de la pendule, il est évident que la déviation en est absolument indépendante. Si l'on veut maintenant trouver cette avance, on cherchera la correction dp par l'une ou l'autre étoile : ainsi le passage supérieur de la polaire donnera

$$dp = \frac{x \cos.(H + \Delta)}{\sin. \Delta} = 56'',34,$$

et le passage inférieur de la seconde étoile

$$dp' = \frac{x \cos.(H - \Delta')}{-\sin.\Delta'} = -4'',41.$$

Mais

	$t = 1^h\,0'\,34'',0$	$t' = 0^h\,46'\,19'',39$
	$dp = -56,34$	$dp' = +4,41$
Passage au mér. temps de la pend.	0.59.37,66	0.46.23,80
Temps sid.	$\text{Æ} = 0.59.19,26$	$\text{Æ}' = 8.46.5,40$
Avance.	18″,40	18″,40

Il est à remarquer que la combinaison de ces deux étoiles, savoir la polaire supérieure et ε de la grande Ourse inférieure, est plus propre à faire connaître la déviation x qu'à donner exactement l'avance ou le retard de la pendule. Dans ce dernier cas les étoiles zodiacales sont préférables aux autres, parce que leur mouvement en azimut est très-rapide. En observant donc chaque jour aux cinq fils du réticule un grand nombre de ces étoiles situées au nord et au sud de l'équateur, on connaîtra parfaitement l'état de la pendule et sa marche diurne. Telle est la méthode par excellence suivie dans tous les observatoires.

3e EXEMPLE.

Les deux passages de la polaire observés successivement donnent la déviation avec une grande précision, quand on peut compter d'ailleurs sur la régularité de la pendule; parce que la formule (4) qui les comprend tous deux est indépendante de l'ascension droite. En voici les moyen pour le 13 août 1826, en supposant les données suivantes :

Distance polaire.... $\Delta = 1^{\circ}\,37'\,8''$

Passage supérieur à la lunette. $t = 1^{h}\ 0'\ 34'',0$

— inférieur — $t' = 12.58.37,22$

De là... $t' - t = 12.58.\ 3,22$

$12^{h} - (t' - t) = 1.56,78 = 116'',78$

c. cos. $2H = 9.88058$

c. cot. $\Delta = 8.45136$

l. $(116'',78) = 2.06737$

c. cos. $H = 0.18161$

c. cos. $\Delta = 0.00017$

$0.18178 = 1,5198$

l. 1er terme $= 0.39931 = 2'',508$ en temps

1.17609

$1.57540 = 37'',62$ en arc.

et enfin

$$x = 37'',62 + \beta(1,1436) - (\alpha + \gamma)(1,5198).$$

La lunette étant parfaitement rectifiée, β et γ sont nuls; et si de plus on néglige α, la déviation déduite de ce double passage est $x = 2'',508$ en temps ou $37'',62$ en arc.

4^{e} EXEMPLE.

Terminons ces applications par la méthode de M. Butt, c'est-à-dire combinons à la fois le passage supérieur de la polaire avec le passage inférieur de ε de la grande Ourse, et *vice versâ*, puisque ces deux étoiles passent à peu près en même temps au méridien; et choisissons pour données celles qui se rapportent au 13 août 1826.

Polaire.	ε de la grande Ourse.
Pass. supér. $t = 1^h\ 0'\ 34'',0$	infér. $\tau = 0^h\ 46'\ 19'',39$
infér. $t' = 12.58.37,22$	supér. $\tau' = 12.46.24,45$
$t'-t = 11.58.\ 3,22$	$\tau'-\tau = 10.\ 0.\ 5,06$
	$-(t'-t) = 11.58.\ 3,22$

$\Delta = 1°\ 37'\ 8''$ de la polaire. $2'\ 1'',84 = 121'',84$

$\Delta' = 33.\ 1.57$ ε de la grande Ourse.

$\Delta+\Delta' = 34.39.\ 5$	log. $121'',84 = 2.08583$
$\frac{1}{2}(\Delta+\Delta') = 17.19.32$	sin. $\Delta = 8.45104$
	sin. $\Delta' = 9.73650$
$\Delta'-\Delta = 31.24.49$	c. 2 cos. $H = 9.88058$
$\frac{1}{2}(\Delta'-\Delta) = 15.42.24$	c. sin. $(\Delta'+\Delta) = 0.24522$
	l. 1er terme $= 0.39917 = 2'',507$ en temps.
	1.17609
	$1.57526 = 37'',607$ en arc.

Partant

$$x = 37'',61 + \beta(1,1436) - (\alpha+\gamma)(1,5319);$$

par Arcturus

$$x = 37,5 + \beta(1,1436) - (\alpha+\gamma)(2,0796).$$

Mais si l'on a toujours eu le soin de maintenir horizontalement l'axe de rotation supposé parfaitement calibré, on a alors $\beta = 0$; ainsi

$$x = 37'',61 - (\alpha+\gamma)(1,5319)$$
$$x = 37\ ,50 - (\alpha+\gamma)(2,0796);$$

soustrayant il vient

$$\alpha+\gamma = \frac{-0'',11}{0,5477} = -0'',2008;$$

d'ailleurs

$$\alpha = 0'',30622 \cos. H = 0'',20157;$$

partant

$$y = -0'',4.$$

Si de plus, l'axe optique apparent était exactement rectifié, on aurait $y = 0$, et par suite

$$x = 37'',61 - \alpha(1,5319) = 37'',3$$
$$x = 37\ ,50 - \alpha(2,0796) = 37\ ,1$$

Il ne faut pas croire qu'une valeur aussi petite que celle de y puisse être déterminée par ces deux seules combinaisons; mais si ce résultat n'est rien moins que certain quant à son signe et à sa grandeur, du moins montre-t-il que l'axe optique était assez bien rectifié, et que l'aberration diurne entre pour bien peu de chose dans la valeur de x.

§ III.

Si, au lieu de fixer une mire dans le méridien, on la plaçait à la distance de 6000 mètres environ de la station, à peu près dans le vertical de la polaire à l'époque de l'une de ses élongations extrêmes, l'azimut V de cette mire, (la lunette étant parfaitement rectifiée), pourrait être donné par la série

$$V = \left(\frac{dV}{d\Delta}\right)\Delta + \left(\frac{d^2V}{d\Delta^2}\right)\frac{\Delta^2}{2} + \left(\frac{d^3V}{d\Delta^3}\right)\frac{\Delta^3}{2.3} + \ldots,$$

dans laquelle les valeurs générales des coefficients seraient tirées de la formule

$$\text{tang. V} = \frac{\text{sin.}\,\Delta\,\text{sin.}\,P}{\text{cos.}\,\Delta\,\text{cos.}\,H - \text{sin.}\,\Delta\,\text{sin.}\,H\,\text{cos.}\,P},$$

démontrée (§ I), ensuite ramenées au cas où Δ et V sont nuls en même temps, ainsi que l'exige cette série de Maclaurin. Soit qu'on procède de la sorte, soit qu'on emploie le moyen plus élémentaire expliqué à la page 115 du tome I de la Géodésie, on retombera sur cette expression connue

$$(6)\quad V=\frac{\Delta\sin.P}{\cos.H}+\frac{\Delta^2\sin.P\cos.P\,\mathrm{tang.}H}{\cos.H}+\frac{1}{3}\frac{\Delta^3\sin.P\cos.^2P(1+4\,\mathrm{tang.}^2H)}{\cos.H}$$
$$-\frac{1}{3}\Delta^3\frac{\sin.P}{\cos.H}\mathrm{tang.}^2H\ldots,$$

dans laquelle $P=t-R$, et où il importe beaucoup plus que pour les passages au méridien de connaître avec une grande précision la distance polaire apparente de l'étoile. Cette distance et l'ascension droite apparente se trouvent calculées dans les Éphémérides de M. Schumaker et dans le *Nautical Almanach;* mais si l'on porte le scrupule jusqu'à vouloir tenir compte de l'aberration diurne, on ajoutera à l'ascension droite exprimée en temps $\frac{0'',02\cos.H\cos.P}{\sin.\Delta}$, et à la distance polaire $\mp 0'',31\cos.H\cos.\Delta\sin.P$, selon que l'angle horaire P sera occidental ou oriental.

En différenciant la formule précédente par rapport à P et Δ on a, en négligeant les termes insensibles,

$$dV=\frac{\Delta\cos.P}{\cos.H}dP+\frac{\sin.P}{\cos.H}d\Delta.$$

Ainsi il est évident que l'erreur dP de l'angle horaire, due à celle de l'ascension droite ou du temps donné par la pendule, a une influence presque nulle sur l'azimut, lorsque l'étoile est près du cercle de 6 heures; et que si l'on observait les deux passages qui se succèdent à peu d'intervalle l'un de

l'autre, la correction d'azimut serait alors tout-à-fait insensible, puisque cos. P changerait de signe. Il n'est pas moins évident qu'en plaçant une seconde mire pour observer de la même manière l'autre élongation, la correction d'azimut due à l'erreur $d\Delta$ de la distance polaire, serait à très-peu près égale et de même signe que lors de la première élongation. On aurait donc à l'occident, $P = t - \mathcal{R}$, t étant, comme ci-devant, l'heure du passage à la lunette, et $\mathcal{R}$ celle de l'astre au méridien, et par suite

$$x = V + b\,d\Delta;$$

à l'orient, $P' = \mathcal{R} - t'$, et de là

$$x' = V' + b'\,d\Delta :$$

puis si l'on désigne par G l'arc de distance mesuré entre les deux mires, il viendra, à cause de $b = b'$ sensiblement,

$$\text{azimut exact de la mire} \begin{cases} \text{occid. } x = \frac{1}{2}(V - V') + \frac{1}{2}G \\ \text{orient. } x' = \frac{1}{2}(V' - V) + \frac{1}{2}G. \end{cases}$$

Autrement désignons par M, M′ les angles observés au théodolite répétiteur, entre un signal placé à l'occident et les deux digressions opposées de la polaire; l'azimut X de signal sera d'une part

$$X = M + V + b\,d\Delta,$$

et d'autre part

$$X = M' - V' - b'\,d\Delta;$$

partant

$$X = M + V + \frac{b}{b+b'}[M' - M - (V + V')],$$

ou simplement, sans erreur sensible,

$$X = \tfrac{1}{2}(M + M') + \tfrac{1}{2}(V - V').$$

Il suit de là que l'observation des deux élongations détruit l'effet de l'erreur de la distance polaire sur l'azimut : ainsi l'on peut, au bout de quelques jours, orienter parfaitement un réseau de triangles.

Soit que, par ce second procédé, l'on fasse usage de la lunette des passages ou qu'on emploie le théodolite répétiteur conformément à ce que j'ai dit à l'art. 11 du Supplément à la Géodésie, on évaluera l'azimut V de l'étoile par la table ci-jointe, qui est dressée sur la série (6) mise sous cette forme :

$$V = \frac{\Delta \sin. P}{\cos. H} + \gamma \Delta^2 \sin. P \cos. P + \delta \Delta^3 \sin. P \cos.^2 P - \varepsilon \Delta^3 \sin. P.$$

Cette table donne, avec l'argument H, les logarithmes de $\gamma, \delta, \varepsilon$ qui sont par conséquent constants pour la même station : elle peut évidemment servir pour toute étoile peu distante du pôle.

En comptant l'angle horaire à partir du méridien supérieur, tant à la digression occidentale qu'à la digression orientale, il faudra prendre le second terme négativement si $P > 90^\circ$, parce que cos. P est négatif.

§ IV.

Voici, pour application, une des séries prises avec un théodolite doublement répétiteur, par M. le lieutenant-colonel Corabœuf, à l'extrémité occidentale du grand réseau trigonométrique que cet habile ingénieur a mesuré récemment le

long des Pyrénées, à l'effet de comparer entre eux les niveaux des deux mers.

Angle observé sur la tour de Borda près Bayonne, entre le reverbère de Montfort situé à 18000 mètres de la station, et la polaire prise à l'époque de son élongation orientale, le 16 octobre 1828 au soir.

Latitude de la station..... H = 43° 42′ 43″
Longitude occidentale en temps. = $0^h\,13'\,36''$.

NOMBRE des observations.	TEMPS MOYEN à la PENDULE.	ARC de DISTANCE.	DISTANCE ZÉNITALE de LA POLAIRE.	REMARQUES.
1	$5^h\,25'\,47''$			
2	27.40			
3	30.46		513ᴳ,279	Baromètre $= 0^m,761$
4	32.44	991ᴳ,862	Z′ = 51,3279	Thermomètre $= 14^G,6$.
5	35. 2	$g_m = 99,1862$	$= 46°\,11'\,42'',4$	Réduction au centre
6	36.50	$= 89°\,16'\,3'',3$	réfract. 59,7	$= -15'',13$
7	38.40		Z = 46.12.42,1	
8	41. 5			
9	43.41			
$n = 10$	45.33			
Époq. moy. = 5.35.46,8				

Nota. Lorsque l'étoile polaire peut-être aperçue de jour,

comme dans le cas présent, il est cependant nécessaire, pour la retrouver plus facilement, d'adapter un petit niveau à la lunette mobile du théodolite, et de le disposer de manière que la bulle d'air revienne d'elle-même entre ses repères toutes les fois que l'astre se trouve à très-peu près dans l'axe optique.

D'après le *Nautical almanach*, la position apparente de la polaire, pour le moment de l'observation, était

$$\text{Æ} = 1^h\,0'\,21'',17$$
$$\Delta = 1°\,36'\,12'',28 = 57\,72'',28;$$

et au moyen de la *Connaissance des temps pour* 1828, on trouve, ainsi qu'il suit, l'heure du passage de l'étoile au méridien supérieur de la tour de Borda.

Ascension droite appar. ou temps sid. du passage Æ =	$1^h\ 0'\ 21'',17$
Distance de l'équinoxe au ⊙ pour midi à Paris. =	10.34.34 , 0
	11.34.55 ,17
Variation pour $11^h34'55''+0^h13'36''=11^h48'$. =	— 1.50 ,38
Temps vrai..... =	11.33. 4 ,79
Équation du temps. =	— 14.29 ,60
Temps moyen..... =	11.18.35 , 2
Avance de la pendule à l'instant du passage.... =	+ 2.19 , 2
Passage supérieur, temps de la pendule..... =	$11^h20'\ 54'',4$ (soir.)

Il résulte de là, et de ce que la pendule suivait le temps moyen, que

L'époque moyenne.....	$= 5^h\,35'\,46'',8$
L'heure du passage au méridien supérieur.	$= 11.20.54,4$
Ainsi, angle horaire, temps moyen.....	$= 5^h\,45'\,7'',6$
Réduction au temps sidéral.....	$+ 56,7$
Angle horaire, temps sidéral.....	$= 5^h\,46'\,4'',3$
En arc..... P	$= 86°\,31'\,4'',5$

Maintenant si, de l'époque moyenne de la série précédente, on retranche les temps des observations, et que, pour avoir les réductions à cette époque moyenne, on fasse usage de la table connue des réductions au méridien, on aura le tableau suivant :

N°.	TEMPS de LA PENDULE.	ANGLES HORAIRES — TEMPS MOYEN.	ANGLES HORAIRES — TEMPS SIDÉRAL.	RÉDUCTIONS à l'époque moyenne.
1	$5^h\,25'\,47''$	$9'\,59'',8$	$10'\,1'',4$	$197'',2$
2	27.40	8. 6 ,8	8. 8 ,1	130 ,0
3	30.46	5. 0 ,8	5. 1 ,6	49 ,6
4	32.44	3. 2 ,8	3. 3 ,3	18 ,3
5	35. 2	0.44 ,8	0.44 ,9	1 ,1
6	36.50	1. 3 ,2	1. 3 ,4	2 ,2
7	38.40	2.53 ,2	2.53 ,7	16 ,4
8	41. 5	5.18 ,2	5.19 ,2	55 ,5
9	43.41	7.54 ,2	7.55 ,5	123 ,3
10	45.33	9.46 ,2	9.47 ,8	188 ,4
			Somme.....	$= 782'',0$

$$F = \Sigma \frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} \delta P}{n . \sin. 1''}. \qquad \frac{1}{10^e} = 78,2 = F$$

Les éléments de la formule (6′) étant

$$H = 43^\circ 42' ,7 ; \quad P = 86^\circ 31' 4'' ,5 , \quad \Delta = 5772'' ,28 ;$$

on aura

1er terme.	2e terme.	3e terme.
$l.\Delta = 3.761347 5+$	$2l.\Delta = 7.522705+$	$3\log.\Delta = 1.28404$
$\sin. P = 9.9991975$	$\sin. P = 9.99920$	$\sin. P = 9.99920$
$c.\cos. H = 0.1409679$	$\cos. P = 8.78345$	$\cos.^2 P = 7,56690$
$3.9015129+$	$\log.\gamma = 4.80700$	$\log.\delta = 9.70297$
$= 7971'' ,002$	$1.11235+$	$8.553111+$
	$= 12'' ,952$	$= 0'' ,036$

4e terme.	*Récapitulation.*	
$3\log.\Delta = 1.28404-$	1er terme.	$= +7971'' ,002$
$\sin. P = 9.99920$	2e.....	$= +\ 12\ ,952$
$\log.\varepsilon = 8.99440$	3e.....	$= +\ 0\ ,036$
$0.27764-$	4e.....	$= -\ 1\ ,895$
$= -1'' ,895$	$V =$	$7982'' ,095$
	$=$	$2^\circ 13' 2'' ,095$

Le premier terme est le seul qu'il faille calculer avec sept décimales, et l'on voit que le troisième terme peut être supprimé lors de la plus grande élongation; ainsi l'on arrivera très-promptement, par ce moyen, à l'azimut correspondant à un passage à la lunette méridienne ou à une série d'observations donnée par le théodolite répétiteur; mais, dans ce dernier cas, l'angle V, pour répondre exactement à l'arc de distance moyen g_m, doit être augmenté de la petite équation

$$(7) \quad \delta V = -\Delta \sin. 1'' . \frac{\sin. P}{\cos. H} \left[\Sigma \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} \delta P}{n . \sin. 1''} = F \right],$$

P étant, comme on l'a déja dit, l'angle horaire moyen, ou $P = t - R$, δP désignant les différences des temps des observations à cet angle horaire, enfin n exprimant le nombre des répétitions. On a donc, par ce qui précède,

$$\begin{aligned} \text{l.}\,\Delta \sin. P &= 3.7605 - \\ \text{l. sin. } 1'' &= 4.6856 \\ \text{c cos. } H &= 0.1409 \\ \log. F &= 1.8932 \end{aligned}$$

$$\log. \delta V = 0.4802 -, \quad \delta V = -3'',021,$$

de là

$$\begin{aligned} V = 7982'',095 &= 2^\circ\,13'\,2'',095 \\ \text{Corrections } \delta V &= \quad -\ 3\ ,021 \\ V \text{ corrigé} \ldots\ldots &= 2.12.59\ ,074 \\ &+ 180 \\ A &= 182.12.59\ ,074 \text{ du sud à l'ouest.} \\ g_m &= \ 89.16.\ 3\ ,300 \\ &= 271.29.\ 2\ ,374 \\ \text{Réduction au centre} &\quad -\ 15\ ,130 \end{aligned}$$

Azimut du reverbère de Montfort. $= 271^\circ\,28'\,47'',244$ du sud à l'ouest.

Les limites étroites entre lesquelles sont renfermés d'autres résultats partiels que M. Corabœuf fera connaître plus tard, prouvent que les observations de ce genre sont, comme celles de latitude, susceptibles de beaucoup de précision lorsque les circonstances atmosphériques sont favorables et qu'on a soin de caler toujours de la même manière le niveau de l'axe de rotation de la lunette mobile. En effet la condition qu'il faille remplir essentiellement avec le théodolite doublement répétiteur de Gambey, est que l'axe optique dirigé sur l'étoile, dans les observations paires, prenne, par

rapport à une ligne horizontale menée dans le plan déterminé par cet axe et celui de rotation, une inclinaison égale mais directement opposée à celle qu'il avait dans les observations impaires; car si, dans le premier cas l'angle mesuré est trop petit, dans le second cas il sera trop grand précisément de la même quantité.

En faisant attention à ce qui a été dit (§ I), la correction d'azimut, due à l'inclinaison de l'axe de rotation et à celle de l'axe optique sur l'axe normal, est généralement représentée par $\pm\beta\cot.Z\mp\frac{\gamma}{\sin.Z}$; les signes supérieurs étant pris lors de l'observation impaire ou *vice versâ*. Dans cette formule de correction, γ est constant, et β l'est également si l'on a soin de ramener toujours la bulle du niveau dans ses mêmes repères, à l'aide de l'une des vis du pied située au-dessous de l'axe de rotation. Quant à la distance zénithale Z elle varie d'une quantité si petite, dans l'intervalle de deux minutes environ que durent deux observations consécutives, qu'on peut pareillement la considérer comme constante.

Pour apprécier le mérite de cette méthode, supposons d'abord que l'angle horaire P ne soit connu qu'à $4''$ près, auquel cas $dP=1'$ en arc; l'erreur sur l'azimut V sera

$$dV=\frac{\Delta\cos.P}{\cos.H}\cdot\sin.1'=0'',14;$$

quantité de nulle importance.

S'il arrivait que pendant une observation l'axe de rotation de la lunette des passages eût une petite inclinaison β, il faudrait, d'après ce qui a été dit précédemment, corriger l'azimut V du terme $\pm\frac{\beta}{\text{tang.}Z}$, en prenant, lors d'une digression

occidentale, le signe supérieur, si l'extrémité orientale du niveau était la plus basse, et le signe inférieur dans le cas contraire; parce qu'en effet le passage serait avancé ou retardé. β sera, bien entendu, donné par les parties du niveau comprises entre l'extrémité de la bulle d'air et le point qu'elle occuperait si l'axe était rigoureusement horizontal. Quant à la distance zénithale Z, on pourrait la tirer de la formule

$$\cos. Z = \sin. H \cos. \Delta + \cos. H \sin. \Delta \cos. P;$$

mais, comme dans le cas que nous considérons, l'on a à très-peu près $Z = 90° - H$, il s'ensuit que

$$\frac{\beta}{\text{tang. Z}} = \beta \text{ tang. H.}$$

Lorsqu'on ne saura pas à combien des secondes répond une partie du niveau de la lunette des passages, il faudra, pour parvenir à cette connaissance, opérer ainsi qu'il suit.

Après avoir rectifié complètement la lunette placée dans le plan du méridien, on observera au fil du milieu le passage t d'un astre au zénith; ensuite on inclinera l'axe de rotation de n parties du niveau, de manière que le bout vers l'occident soit le plus bas, et l'on observera une seconde fois le passage t' du même astre au même fil, ce qui retardera ce dernier de $dp = t' - t$. Or $15(t' - t)$ étant l'arc à l'équateur qui exprime la différence des deux passages, $15(t' - t) \sin. \Delta$ sera la mesure de l'angle compris entre l'axe optique situé dans le méridien et sa position lors du second passage t'; ou, ce qui est de même, l'inclinaison de l'axe de rotation correspondant à n parties du niveau. Donc une de ces parties $= \frac{15(t' - t) \sin. \Delta}{n}$; et si on désigne par θ le nombre des parties

du niveau qui mesurent l'inclinaison de l'axe de rotation, par β le nombre des secondes correspondantes, on aura évidemment

$$\beta = \frac{15\theta(t'-t)\sin.\Delta}{n}.$$

Telle est la valeur de β qu'il faudrait introduire dans les formules ci-dessus.

§ V.

Dans le supplément au Traité de Géodésie, j'ai donné, p. 36, une série fort simple et très-convergente pour déterminer l'azimut V, connaissant comme précédemment l'angle horaire moyen et de plus la distance zénithale Z correspondante. Dans cette série qui est

$$(8)\qquad V = \frac{\Delta \sin.P}{\sin.Z} - \frac{\Delta^3 \sin.^2 1'' \sin.P}{6\sin.Z} + \frac{\Delta^3 \sin.^2 1'' \sin.^3 P}{6\sin.^3 Z} \cdots$$

On évalue ordinairement Z au moyen de l'angle horaire P, de la distance polaire Δ et de la latitude H; mais si le théodolite est doublement répétiteur, comme celui dont M. le lieutenant-colonel Corabœuf a fait usage, on pourra lire en même temps, ainsi qu'il l'a fait, l'arc de distance horizontal et la distance zénithale correspondante (1). Soit alors Z_m cette dis-

(1) Il est indispensable, dans ce cas, de ramener exactement les deux niveaux dans leurs repères respectifs, sans quoi le défaut d'horizontalité de ces instruments rendrait fautifs les azimuts et les distances zénithales; mais c'est, selon moi, trop fatiguer son attention et s'exposer à rendre l'observation défectueuse, que de vouloir déterminer à la fois un azimut et une latitude.

tance zénithale déduite de n observations consécutives, et r la réfraction, en sorte que $Z_{,}=Z_{m}+r=$ distance zénithale moyenne vraie; on aura rigoureusement, d'après la théorie de la page 6 du mémoire qui a pour titre : *Méthode générale pour obtenir le résultat moyen d'une série d'observations astronomiques, etc.*; on aura, dis-je,

$$Z=Z_{m}+r-\frac{d^{2}Z}{dP^{2}}\Sigma\frac{2\sin.^{2}\frac{1}{2}\delta P}{n.\sin.1''},$$

expression dans laquelle

$$\frac{dZ}{dP}=\frac{\sin.P\cos.H\sin.\Delta}{\sin.Z},$$

$$\frac{d^{2}Z}{dP^{2}}=\cot.P.\frac{dZ}{dP}-\cot.Z\frac{dZ^{2}}{dP^{2}}.$$

Comme il est permis, pour évaluer ces coefficients différentiels, de prendre $Z=Z_{,}=Z_{m}+r$, on aura en vertu des données ci-dessus,

sin. P = 9.99920	
cos. H = 9.85903	
sin. Δ = 8.44692	
c. sin. Z = 0.15657	
somme S = 8.46172	2S = 6.92344 —
cot. P = 8.78426	cot. Z = 0.01195
7.24598	6.93539 —
= 0,0017619	= — 0,0008618
— 0,0008618	
+ 0,0009001	log. 6.95429
	log. F = 1.89321 —
	log. δZ = 8.84750 —

Enfin $\delta Z=-0'',07$.

La correction δZ à appliquer à la distance zénithale moyenne, pour la convertir en distance zénithale correspondante à l'angle horaire moyen, est si petite, quoique la durée de la série ait été de 20 minutes, qu'il est inutile d'y avoir égard; ainsi il suffit, dans l'équation (8), de faire $Z = Z_m + r$. On trouvera d'après cela, et en vertu des données précédentes, $V = 7982'',13 = 2°\,13'\,2'',13$; mais cette valeur de V, toutes choses égales d'ailleurs, pourrait être influencée par une erreur constante de plusieurs secondes dans la distance zénithale observée (p. 26, *Suppl. à la Géodésie*). Si, par exemple, cette erreur $\delta Z = 5''$, on aurait

$$\delta V = -\text{tang. V cot. Z}.\delta Z = -0'',17.$$

Cette correction δV n'étant pas toujours susceptible d'être appréciée, il vaut mieux, si l'on connaît exactement la latitude du lieu, déterminer V par la première méthode, laquelle d'ailleurs est indépendante de la réfraction et n'exige pas que l'on cale à chaque observation les deux niveaux. Au surplus il faut, dans l'un et l'autre cas, corriger V de la quantité δV donnée par la formule (7).

Les observations azimutales par le soleil, même lorsqu'elles inspirent le plus de confiance, sont généralement moins concordantes que celles par la polaire, puisqu'il n'est pas rare de remarquer dans les résultats partiels qui en proviennent, des écarts de plus de 20″ de degré; aussi doit-on les multiplier jusqu'à ce qu'il s'établisse un parfait accord entre la moyenne des résultats du matin et celle des résultats du soir. Mais ce travail est si long et si fatiguant, qu'il vaut mieux l'éviter dans la circonstance actuelle. La Base du système métrique décimal prouve ce fait par des nombreux exemples.

§ VI.

De bonnes observations azimutales faites aux nœuds très-rapprochés des réseaux de triangles qui forment, dans le sens des méridiens et de parallèles, les principales lignes du canevas de la nouvelle carte de France, auront le double avantage d'orienter exactement ces lignes et de procurer à peu de frais des différences de longitude très-propres, par leur précision, à la recherche de la figure de la terre (*Suppl. à la Géodésie*, p. 80). Par exemple, en comparant les latitudes et les longitudes géodésiques calculées sur un même ellipsoïde de révolution avec ces mêmes positions déterminées astronomiquement, on saura s'il existe des inégalités dans la densité des couches terrestres et quelle marche elles suivent. Cette comparaison fait naturellement naître la question suivante :

Étant données les latitudes et longitudes des points d'un réseau de triangles, calculées sur un ellipsoïde dont l'aplatissement est α, *trouver, par la voie la plus prompte, ce que deviennent ces éléments géographiques lorsque l'aplatissement est* $\alpha' = \alpha + d\alpha$.

J'ai donné, à la p. 401 de la 2^e édition de la Topographie, deux formules différentielles que MM. Carlini et Plana ont à peu près reproduites à la p. 348 du 2^e volume de l'ouvrage cité au commencement de ce Mémoire ; mais comme elles ne sont réellement exactes, surtout celle relative à la latitude, que quand les deux points que l'on compare sont à un ou deux degrés de distance entre eux au plus, en voici deux autres qui conviennent à toutes les amplitudes.

Soient H, H′ les latitudes, et P, P′ les longitudes de deux points quelconques d'un ellipsoïde de révolution dont α est l'aplatissement, Q le quart du méridien et R le rayon de l'équateur. Appelons en outre A la différence des parallèles de ces points, B celle de leurs méridiens mesurée sur un arc de parallèle passant par le point H; on aura ces deux relations connues

$$(M) \qquad A = \frac{Q}{90}(H' - H) - 3\alpha\frac{Q}{\pi}\sin.(H' - H)\cos.(H' + H)$$

$$P' - P = \frac{180.B}{\pi R\cos.H}(1 - \alpha\sin.^2 H),$$

dans lesquelles π désigne le rapport de la circonférence au diamètre, et les amplitudes sont exprimées en degrés. Si l'on suppose que la latitude H et la longitude P sont les deux données fondamentales qui, avec l'azimut de départ, ont servi à calculer H′ et P′, ces dernières quantités varieront avec α, et il en sera de même de Q et de R; ainsi en différenciant et négligeant les quantités du second ordre, telles que $\alpha d\alpha$, etc., on aura

$$(I) \quad dH' = \frac{3.90}{\pi} d\alpha \sin.(H' - H)\cos.(H' - H) - \frac{dQ}{Q}(H' - H),$$

$$dP' = -(P' - P)\left[d\alpha\sin.^2 H(1 + \alpha\sin.^2 H) + \frac{dR}{R}\right];$$

et à cause de $R = \frac{2Q}{\pi}(1 + \frac{1}{2}\alpha)$, il viendra

$$\frac{dR}{R} = \frac{1}{2}\alpha + \frac{dQ}{Q};$$

de là

$$(II) \qquad dP' = -(P' - P)\,d\alpha(\sin.^2 H + \tfrac{1}{2}) - (P' - P)\frac{dQ}{Q}.$$

Telles sont les deux formules de correction à employer lorsqu'on veut rendre rigoureusement comparables des positions géodésiques qui n'ont pas toutes été assujéties à la même hypothèse d'aplatissement : elles ont le précieux avantage d'être indépendantes de A et de B. Par exemple, lorsque deux triangulations sont rattachées l'une à l'autre, et que tous les points de chacune ont été ramenés au même aplatissement α, on ajoute une constante aux latitudes et longitudes des points qui avaient été déterminés en supposant l'aplatissement α' ; et il est évident que cette constante est exprimée par la différence qui existe entre les coordonnées géographiques des points communs aux deux triangulations. Ces coordonnées, pour tous les points trigonométriques en France, ont été déduites de celles du Panthéon qui sont $H = 48^{\circ}\,50'\,49'',37$, $P = 0^{\circ}\,0'\,34''6$ à l'est de l'Observatoire royal : elles se rapportent à un ellipsoïde de révolution dont l'aplatissement $\alpha = \frac{1}{308,65} = 0,00324$, le quart du méridien $Q = 10000724$, et dans lequel le logarithme du rayon de l'équateur est $\log. R = 6.8046154$.

Si, dans la formule (I), l'on exprime dH' en parties du rayon, ainsi que l'amplitude $H' - H$, on aura

$$dH' = \tfrac{3}{2}\, d\alpha \sin.(H' - H) \cos.(H' + H) - \frac{dQ}{Q}(H' - H).$$

En supposant maintenant que cette amplitude soit très-petite, on pourra écrire, sans erreur sensible,

$$dH' = 3 d\alpha (H' - H)(\cos.^2 H - \tfrac{1}{2}) - \frac{dQ}{Q}(H' - H);$$

expression qui est la même que celle que j'avais obtenue par

une autre voie, mais qui ne peut être employée qu'en passant par tous les sommets des triangles compris entre les deux points que l'on compare.

L'effet d'un changement d'aplatissement de la terre, sur un azimut conclu, s'évalue facilement en différenciant la formule connue

$$Z' = Z + u \sin. Z \tang. H + u^2 \sin. Z \cos. Z \left(\tfrac{1}{2} + \tang.^2 H\right),$$

dans laquelle les angles Z, Z' sont comptés du nord à l'ouest; car, à cause de

$$P' = P + \frac{u \sin. Z}{\cos. H} + \frac{u^2 \sin. Z \cos. Z \tang. H}{\cos. H},$$

on a d'abord

$$dZ' = \frac{du}{u}(P' - P) \sin. H + \frac{du}{u} \cdot \frac{u^2 \sin. Z \cos. Z}{\cos.^2 H};$$

ou simplement, en négligeant le second terme qui est du troisième ordre,

$$dZ' = \frac{du}{u}(P' - P) \sin. H.$$

Ensuite à cause de $u = \frac{K(1 - \alpha \sin.^2 H)}{R}$, on trouve, par la suppression des termes du second ordre,

$$\frac{du}{u} = -d\alpha \sin.^2 H - \tfrac{1}{2} d\alpha - \frac{dQ}{Q};$$

partant

$$\begin{aligned} dZ' &= -d\alpha (P' - P) \sin. H (\sin.^2 H + \tfrac{1}{2}) - \frac{dQ}{Q}(P' - P) \sin. H \\ &= dP' \sin. H. \end{aligned}$$

Expression dont l'exactitude dépend, comme celle ci-dessus, de la petitesse de l'amplitude P' — P.

Voici maintenant un tableau comparatif de quelques-uns des résultats fondamentaux qui ont été adoptés pour la nouvelle carte du royaume : on pourra en former un pareil pour les longitudes lorsqu'elles auront été déterminées astronomiquement par les azimuts, et procéder ensuite à la recherche de l'ellipsoïde osculateur ainsi qu'on l'indiquera plus bas.

STATIONS.	LATITUDES GÉODÉSIQUES.	LATITUDES ASTRONOMIQUES.	DIFFÉRENCES.
Greenwich	51°28′ 44″,6	51°28′ 40″,0	— 4″,6
Dunkerque	51. 2.12 ,4	51. 2. 8 ,5	— 3 ,9
Paris (Panthéon)	48.50.49 ,4	48.50.49 ,4	0
Évaux	46.10.36 ,9	46.10.42 ,5	+ 5 ,6
Clermont-Ferrand	45.46.45 ,7	45.46.54 ,6	+ 8 ,9
Carcassonne	43.12.54 ,6	43.12.54 ,3	— 0 ,3
Montjouy	41.21.49 ,7	41.21.46 ,6	— 3 ,1
Formentera	38.40. 1 ,9	38.39.56 ,1	— 5 ,8

On voit, par le tableau ci-dessus, que l'hypothèse de $\frac{1}{308,65}$ ne satisfait à aucune des observations de latitude, si ce n'est pourtant à celle de Carcassonne. Cherchons donc, au moyen de la formule (I), quel serait l'aplatissement qui rendrait la latitude géodésique de Formentera égale à la latitude astronomique. Or on a $dH' = -5'',8$; et comme dQ, qui n'est pas connu, ne peut être que très-petit, attendu que la valeur du quart du méridien a été déterminée indépendamment de

celle de l'aplatissement, on a simplement, puisque dH' est donné en secondes de degré,

$$d\alpha = \frac{\pi\, dH'}{270.3600.\sin.(H'-H)\cos.(H'+H)}.$$

D'ailleurs

$$\begin{aligned} H &= 48°50'\ 49'',4 \\ H' &= 38.40.\ 1\ ,9 \\ \hline H'-H &= -10.10.47\ ,5 \\ H'+H &= 87.30.51\ ,3 \end{aligned}$$

Opérant par logarithmes, il vient

$$\begin{aligned} \log.\pi &= 0.49715 \\ \log.dH' &= 0.76343- \\ \text{c. log. } 270 &= 7.56864 \\ \text{c. log. } 3600 &= 6.44367 \\ \text{c. sin. } (H'-H) &= 0.75268- \\ \text{c. cos. } (H'+H) &= 1.36280 \\ \hline l.d\alpha &= 7.38837+ \end{aligned}$$

ainsi

$$\begin{aligned} d\alpha &= +0{,}002445 \\ \alpha &= \ \ 0{,}003240 \\ \hline \alpha' &= \ \ 0{,}005685 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log.\alpha' &= 7.7547305 \\ \text{compl.} \quad & 2.2452695 = 175{,}9 \end{aligned}$$

ou

$$\alpha' = \frac{1}{175{,}9}.$$

C'est l'aplatissement que devrait avoir le sphéroïde terrestre pour que les latitudes de Paris et de Formentera s'accordassent entre elles.

Lorsque la différence A des parallèles de deux points H, H' est connue, l'amplitude $U = H'-H$ de cet arc se dé-

termine par la formule (M), mais à l'aide des approximations successives, ou plus facilement par cette série très-convergente

$$U = \pm m\,A - n\,A' \pm p\,A' \ldots \text{(p. 93. } \textit{Suppl. à la Géodésie)};$$

en prenant le signe supérieur si H' que l'on cherche est plus grand que H, et le signe inférieur dans le cas contraire. D'après les données ci-dessus et en partant du Panthéon, les coefficients m, n, p sont constants, et l'on a

$$\log. m = 4.9539326,\ \log. n = 5.83334,\ \log. p = 7.98372.$$

La triangulation du royaume se lie à celle du Piémont, laquelle se rattache elle-même à la triangulation de la Lombardie; ainsi quand on aura recueilli, dans cet immense espace, un nombre suffisant de latitudes et d'azimuts astronomiques, on acquerra probablement sur les inégalités de notre globe des notions plus certaines que celles qu'on possède maintenant.

§ VII.

Les formules différentielles (I) et (II) ne résolvent pas seulement le problème précédent, elles donnent en outre les moyen de trouver, avec une grande facilité, un ellipsoïde qui satisfasse le mieux possible aux latitudes et longitudes observées en différents points du globe terrestre ou d'une portion de sa surface couverte par un réseau de triangles, et cela plus simplement que par le procédé indiqué au n° 28 du Supplément à la Géodésie. En effet, soit $\frac{dQ}{Q} = dq$, ces

formules pourront s'écrire ainsi :

$$(I') \qquad dH' = A'd\alpha + B'dq$$
$$(II') \qquad dP' = M'd\alpha + N'dq,$$

et comme elles sont linéaires entre les inconnues $d\alpha, dq$ elles formeront autant d'équations de condition qu'on aura de valeurs de dH' et dP'; ensuite on traitera ces équations par la méthode des moindres carrés, afin d'obtenir les valeurs les plus probables de $d\alpha$ et dq, c'est-à-dire des corrections de α et Q; enfin l'on introduira ces valeurs dans ces mêmes équations pour avoir les différences dH', dP' correspondantes, lesquelles feront connaître, par leur grandeur, si elles proviennent d'une cause perturbatrice agissant sur le fil-à-plomb, ou si elles sont simplement dues aux erreurs d'observation (1).

Jusqu'à présent l'on n'a guère employé à la recherche de l'aplatissement que les mesures prises dans le sens des méridiens, et souvent même on s'est borné à ne comparer entre eux que les valeurs des degrés qui, en allant de l'équateur aux pôles, croissent dans l'ellipse à très-peu près comme les carrés des sinus de leurs latitudes. C'est d'après ce principe, et par une analyse qui lui est propre, que l'illustre auteur de la Mécanique céleste a résolu la question dont

(1) Laplace s'est, le premier, occupé de cette question dans le second volume de la Mécanique céleste, p. 126; mais ce grand géomètre n'y considère que les valeurs des degrés de méridiens mesurés sous différentes latitudes. Le moyen proposé ci-dessus me paraît à la fois très-général et très-simple.

il s'agit. Voici dans ce cas de quelle manière on forme les équations de condition.

Soit M un arc de méridien compris entre les latitudes de même dénomination H, H′; son amplitude sera H′—H, et l'on aura la valeur du degré moyen ou $A=\frac{M}{H'-H}$. Si l'on appelle λ la latitude du milieu de ce degré, on aura sensiblement $\lambda=\frac{H+H'}{2}$; et si l'on désigne par ρ son rayon de courbure, il est évident que

$$1^{\circ}=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{A}{\rho};$$

mais $\rho=\frac{R(1-e^2)}{(1-e^2\sin.^2\lambda)^{\frac{3}{2}}}$, partant

$$A=\frac{\pi}{180}R(1-e^2)+\frac{3}{2}\cdot\frac{\pi R}{180}e^2\sin.^2\lambda,$$

en se bornant aux termes en e^2 ou en 2α.

Faisons, pour abréger, $\frac{3\pi}{2.180}Re^2=y$, $\frac{\pi R}{180}(1-e^2)=z$, on aura à fort peu près

$$\frac{y}{z}=\frac{3}{2}\cdot\frac{e^2}{(1-e^2)}=3\alpha,$$

et pour la valeur du degré à la latitude λ,

$$A=z+y\sin.^2\lambda.$$

Ainsi, d'une part z représente le degré sous l'équateur, et d'autre part les degrés varient de l'équateur aux pôles sensiblement comme les carrés des sinus de leurs latitudes; du moins dans l'hypothèse elliptique. Cette loi est donc la même que celle qui régit les longueurs du pendule à secondes.

Maintenant désignons par $A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}, A^{(4)} \ldots\ldots$ les degrés des méridiens dont les milieux correspondent respectivement aux latitudes $\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \lambda^{(3)}, \lambda^{(4)}, \ldots\ldots$; par $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x^{(4)} \ldots\ldots$ les erreurs dont ces mesures peuvent être affectées ; on aura évidemment cette suite d'équations de condition

$$\left.\begin{aligned} A^{(1)} - z - y \sin.^2\lambda^{(1)} &= x^{(1)} \\ A^{(2)} - z - y \sin.^2\lambda^{(2)} &= x^{(2)} \\ A^{(3)} - z - y \sin.^2\lambda^{(3)} &= x^{(3)} \\ A^{(4)} - z - y \sin.^2\lambda^{(4)} &= x^{(4)} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \text{(A)}$$

lesquelles fourniront, en y appliquant le principe des moindres carrés, les valeurs les plus probables de y, z, et celles des erreurs supposées $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots\ldots$; enfin l'on aura l'aplatissement

$$\alpha = \frac{1}{3}\frac{y}{z},$$

et le rayon de l'équateur

$$R = \frac{180.z}{\pi}(1 + 2\alpha).$$

Prenons, pour exemple, les données suivantes :

A l'équateur.	$A^{(1)} = 110582^m,1$;	$\lambda^{(1)} = -\ 1°\ 31'\ 0'',50$
Dans l'Inde..	$A^{(2)} = 110628\ ,6$;	$\lambda^{(2)} = \ 13.\ 6.31\ ,01$
En France ..	$A^{(3)} = 111115\ ,8$;	$\lambda^{(3)} = \ 45.\ 4.18\ ,80$
En Suède ...	$A^{(4)} = 111489\ ,1$;	$\lambda^{(4)} = \ 66.20.10\ ,34$

De là les équations (A) deviennent

$$110582{,}1 - z - y.0{,}00070 = x^{(1)}$$
$$110628{,}6 - z - y.0{,}05144 = x^{(2)}$$
$$111115{,}8 - z - y.0{,}50125 = x^{(3)}$$
$$111489{,}1 - z - y.0{,}83890 = x^{(4)},$$

et se réduisent, en vertu de la condition du *minimum*, à ces deux-ci :

$$443815{,}6 - 4z - y.1{,}39229 = 0$$
$$-154999{,}25 + z.1{,}39229 + y.0{,}95765 = 0;$$

d'où l'on tire

$$y = 1085^{m},003; \quad z = 110576^{m},243,$$

et pour l'expression d'un degré quelconque,

$$A = 110576^{m},24 + 1085^{m}.\sin.^{2}\lambda;$$

par suite

$$\alpha = 0{,}00327 \qquad \log. R = 6.8046252$$

ou

$$\alpha = \frac{1}{305{,}74}; \qquad R = 6377130^{m};$$

enfin

$$x^{(1)} = +5^{m},1; \quad x^{(2)} = -3^{m},45; \quad x^{(3)} = -4^{m},3; \quad x^{(4)} = +2^{m},65.$$

Les deux plus fortes erreurs portent sur le degré de l'équateur et sur celui de France ; mais les soins extrêmes apportés dans les mesures qui paraissent en être affectées, ne permettant pas de les attribuer entièrement aux observations, malgré leur petitesse, il est très-probable que la terre s'écarte tant soit peu de la figure régulière d'un ellipsoïde de révolution (1).

(1) Une incertitude de 1″ de degré dans l'amplitude astronomique de l'arc de méridien en France, en ferait naître une de $2^{m},4$ dans la valeur du degré moyen : il est difficile de ne pas l'admettre.

Laplace, en soumettant à son analyse, tous les degrés qui étaient connus à l'époque de la publication de son immortel ouvrage, a trouvé l'aplatissement de la terre de $\frac{1}{312}$, et l'erreur du degré de Laponie mesuré par Maupertuis de plus de 172 toises (*Mécanique céleste*, t. II, p. 141); ce qui ferait croire que la terre s'éloigne beaucoup de la figure elliptique : mais ce degré et quelques autres qui ont concouru à cet aplatissement, ont beaucoup perdu de la confiance qu'on leur avait accordée. Néanmoins ils ont prouvé ce fait autrefois contesté, que la terre est aplatie aux pôles et renflée à l'équateur. Les mesures plus précises et plus récentes que nous venons de combiner, donnent au contraire un aplatissement qui est le même que celui que Laplace a déduit de sa savante théorie des inégalités de la lune. Des résultats aussi concordants, obtenus par des méthodes entièrement différentes, sont une preuve indubitable des progrès sensibles que la science géodésique a faits de nos jours.

Si des arcs de parallèles étaient mesurés géodésiquement et astronomiquement avec la même précision que des arcs de méridiens, ils procureraient des équations de condition analogues à celles (A). En effet, soit B un arc de parallèle à la latitude H, et P son amplitude; la longueur d'un degré de cet arc, en le supposant circulaire, sera

$$1^{n} = \frac{180\,B(1-e^{2}\sin.^{2}H)^{\frac{1}{2}}}{\pi.a\,P\cos.H};$$

ainsi en faisant $D = \frac{B}{P\cos.H}$, et développant seulement jusqu'au terme en e^{2}, on parviendra à cette expression

$$D = z + y\left(\frac{2+\sin.^{2}H}{3}\right) = x,$$

dans laquelle y et z ont les mêmes valeurs que ci-dessus. Appelant donc x l'erreur de ce degré, on aura cette équation de condition

$$D - z - y\left(\frac{2+\sin.^2 H}{3}\right) = x,$$

qu'on réunira aux précédentes ; enfin désignant par dP l'erreur de l'amplitude correspondante à x, on aura $d\mathrm{P} = -\frac{x}{D}\mathrm{P}$.

Lorsque l'ellipsoïde osculateur aura été déterminé comme on l'a indiqué ci-dessus, on pourra *évaluer rigoureusement la plus courte distance de deux points quelconques connus par leurs latitudes et leurs longitudes.* En voici le moyen, en partant des formules fondamentales de la trigonométrie sphéroïdique données par M. Legendre.

Soient H′, H″ les latitudes géographiques des deux points donnés; λ', λ'' leurs latitudes réduites; φ leur différence en longitude; V′, V″ les azimuts inconnus de la ligne géodésique s cherchée, l'un compté du sud à l'ouest au point H′, l'autre du nord à l'est au point H″. Désignons en outre par a le rayon de l'équateur et par b le rayon du pôle; par ε le rapport $\frac{a^2-b^2}{b^2}$, ou le carré de l'excentricité en prenant pour unité le rayon du pôle : faisons $U = \frac{s}{b}$, et appelons ω', ω'' les longitudes sur la sphère inscrite, des points λ', λ'', comptées du méridien perpendiculaire au point λ à la ligne s ; enfin désignons par σ', σ'' les parties de cette ligne sur la sphère, comprises entre le point λ et les extrémités λ', λ''.

Cela posé, on aura p. 232 du tom. II de la Géodésie

$$\text{tang.}\,\lambda' = \frac{b}{a}\,\text{tang.}\,H', \quad \text{tang.}\,\lambda'' = \frac{b}{a}\,\text{tang.}\,H'',$$

et

$$(1)\quad \varphi = \omega'' - \omega' - (\sigma'' - \sigma')\left[\tfrac{1}{2}\varepsilon\cos.\lambda - \tfrac{3}{16}\varepsilon^2\cos.\lambda(6+\sin.^2\lambda)\right] + \tfrac{1}{16}\varepsilon^2\sin.^2\lambda\cos.\lambda\left[\tfrac{1}{2}\sin.2\sigma'' - \tfrac{1}{2}\sin.2\sigma'\right];$$

c'est l'expression analytique de la différence de longitude donnée. On en tire $\mu = \omega'' - \omega'$ ou la différence de longitude sur la sphère inscrite, savoir :

$$(2)\quad \mu = \varphi + (\sigma'' - \sigma')\left[\tfrac{1}{2}\varepsilon\cos.\lambda - \tfrac{1}{16}\varepsilon^2\cos.\lambda(6+\sin.^2\lambda)\right] - \tfrac{1}{16}\varepsilon^2\sin.^2\lambda\cos.\lambda\left[\tfrac{1}{2}\sin.2\sigma'' - \tfrac{1}{2}\sin.2\sigma'\right];$$

ainsi en désignant par σ tous les termes en ε, on a

$$\mu = \varphi + \sigma,$$

et le triangle sphérique correspondant donne, en appelant z' l'angle formé par la ligne géodésique et le méridien de λ',

$$(3)\qquad \text{tang.}\, z' = \frac{\sin.(\varphi+\sigma)}{\cos.\lambda'\,\text{tang.}\,\lambda'' - \sin.\lambda'\cos.(\varphi+\sigma)}.$$

On voit donc que si Z est la valeur de z' lorsque $\sigma = 0$, on aura, d'après la série de Maclaurin,

$$z' = Z + \left(\frac{dz'}{d\sigma}\right)\sigma + \left(\frac{d^2z'}{d\sigma^2}\right)\frac{\sigma^2}{2} + \ldots$$

Pour tirer de (3) la valeur des coefficients différentiels, on prendra d'abord celle de tang. λ'', ensuite on la différenciera; et après avoir fait $\sigma = 0$, on trouvera

$$\left(\frac{dz'}{d\sigma}\right) = M = \cot.\varphi\sin.Z\cos.Z - \sin.\lambda'\sin.^2 Z,$$

puisque z' se change en Z; et alors

$$(3')\qquad \text{tang.}\, Z = \frac{\sin.\varphi}{\cos.\lambda'\,\text{tang.}\,\lambda'' - \sin.\lambda'\cos.\varphi},$$

on a donc

$$z' = Z + M\sigma;$$

nous négligeons les autres termes de la série, parce qu'ils deviennent inutiles, vu que nous bornons le degré d'approximation aux termes du second ordre en ε^2.

D'un autre côté, à cause de $\cos.\lambda = \cos.\lambda' \sin. z'$, on a

$$(4) \qquad \cos.\lambda = \cos.\lambda' \sin.(Z + M\sigma) = \cos.\lambda' \sin.(Z + u);$$

et par le théorème ci-dessus, si λ_0 est ce que devient λ lorsque $\sigma = 0$, on aura

$$\lambda = \lambda_0 + \left(\frac{d\lambda}{du}\right)u + \left(\frac{d^2\lambda}{du^2}\right)\frac{u^2}{2} + \ldots.$$

Différenciant d'abord (4), il vient

$$\frac{d\lambda}{du} = -\frac{\cos.\lambda'}{\sin.\lambda}\cos.(Z + u);$$

puis faisant $u = 0$, on a

$$\cos.\lambda_0 = \cos.\lambda' \sin. Z;$$

par suite

$$\left(\frac{d\lambda}{du}\right) = -\cot.\lambda_0 \cot. Z;$$

partant

$$\lambda = \lambda_0 - u \cot.\lambda_0 \cot. Z$$
$$= \lambda_0 - M\sigma \cot.\lambda_0 \cot. Z = \lambda_0 - u',$$

et

$$\cos.\lambda = \cos.\lambda_0 + M\sigma \cos.\lambda_0 \cot. Z.$$

Cherchons maintenant les valeurs approchées de σ' et σ'', et pour cela ayons recours à la relation

$$\cos.\sigma' = \frac{\sin.\lambda'}{\sin.\lambda} = \frac{\sin.\lambda'}{\sin.(\lambda_o - u')};$$

on trouvera, en appelant σ_o' ce que devient σ' lorsque u' ou $\sigma = 0$, et procédant comme ci-dessus,

$$\sigma' = \sigma_o' - u' \cot.\sigma_o' \cot.\lambda_o = \sigma_o' - M\sigma \cot.\sigma_o' \cot.^2\lambda_o \cot.Z,$$

pareillement

$$\sigma'' = \sigma_o'' - u' \cot.\sigma_o'' \cot.\lambda_o = \sigma_o'' - M\sigma \cot.\sigma_o'' \cot.^2\lambda_o \cot.Z;$$

par suite

$$\sigma'' - \sigma' = \sigma_o'' - \sigma_o' + M\sigma \cot.^2\lambda_o \cot.Z \frac{\sin.(\sigma_o'' - \sigma_o')}{\sin.\sigma_o'' \sin.\sigma_o'}.$$

Il ne reste plus qu'à substituer dans (2) pour $\cos.\lambda$ et $\sigma'' - \sigma'$ les valeurs qu'on vient de trouver, puis à remplacer σ par sa valeur approchée $\sigma = (\sigma_o'' - \sigma_o')\left[\frac{1}{2}\varepsilon \cos.\lambda_o\right]$, et ensuite développer en ne conservant que les deux premières puissances de ε : on obtiendra en définitive,

$$\begin{aligned}\mu = \varphi &+ (\sigma_o'' - \sigma_o')\left[\tfrac{1}{2}\varepsilon \cos.\lambda_o - \tfrac{1}{16}\varepsilon^2 \cos.\lambda_o (6 + \sin.^2\lambda_o)\right] \\ &- \tfrac{1}{32}\varepsilon^2 \sin.^2\lambda_o \cos.\lambda_o \left[\sin.2\sigma_o'' - \sin.2\sigma_o'\right] \\ &+ \tfrac{1}{4}\varepsilon^2 M(\sigma_o'' - \sigma_o') \cos.^2\lambda_o \cot.^2\lambda_o \cot.Z \frac{\sin.(\sigma_o'' - \sigma_o')}{\sin.\sigma_o'' \sin.\sigma_o'} \\ &+ \tfrac{1}{4}\varepsilon^2 M(\sigma_o'' - \sigma_o')^2 \cos.^2\lambda_o \cot.Z.\end{aligned}$$

Dans cette série, exacte jusqu'aux termes du second ordre inclusivement, les quantités $Z, \lambda_o, \sigma_o', \sigma_o''$ seront évidemment données par ces relations

$$\text{tang.}\, Z = \frac{\sin.\varphi}{\cos.\lambda' \,\text{tang.}\,\lambda'' - \sin.\lambda' \cos.\varphi}, \quad \cos.\lambda_o = \cos.\lambda' \sin.Z,$$

$$\cos.\sigma_o' = \frac{\sin.\lambda'}{\sin.\lambda_o}, \quad \cos.\sigma_o'' = \frac{\sin.\lambda''}{\sin.\lambda_o}.$$

Ayant obtenu ainsi la valeur de $\mu = \omega'' - \omega'$, on passera à celle de z' donnée par l'équation

$$\text{tang.}\, z' = \frac{\sin.\mu}{\cos.\lambda' \,\text{tang.}\,\lambda'' - \sin.\lambda' \cos.\mu},$$

puis l'on aura

$$\cos.\lambda = \cos.\lambda' \sin. z', \quad \cos.\sigma' = \frac{\sin.\lambda'}{\sin.\lambda}, \quad \cos.\sigma'' = \frac{\sin.\lambda''}{\sin.\lambda};$$

enfin la plus courte distance cherchée se tirera de la formule

$$\begin{aligned}\frac{s}{b} = {} & (\sigma'' - \sigma')\left(1 + \tfrac{1}{4}\varepsilon \sin.^2\lambda - \tfrac{3}{64}\varepsilon^2 \sin.^4\lambda\right) \\ & + (\sin. 2\sigma'' - \sin. 2\sigma')\left(\tfrac{1}{8}\varepsilon \sin.^2\lambda - \tfrac{1}{32}\varepsilon^2 \sin.^4\lambda\right) \\ & - (\sin. 4\sigma'' - \sin. 4\sigma')\left(\tfrac{1}{256}\varepsilon^2 \sin.^4\lambda\right),\end{aligned}$$

démontrée pag. 232, tom. II, de la Géodésie. Quant à l'azimut V'' il sera donné par cette relation

$$\sin. V'' = \frac{\cos.\lambda' \sin. V'}{\cos.\lambda''} = \frac{\cos.\lambda' \sin. z'}{\cos.\lambda''},$$

puisque $V' = 180° - z'$.

On remarquera que cette solution ne limite nullement la grandeur de la ligne cherchée. Elle me paraît, malgré sa longueur, une des plus simples et des plus exactes que l'on puisse donner du problème proposé. En l'appliquant à la liaison de l'île de Corse au continent, opérée par nos ingéniers-géographes qui, de deux stations très-éloignées l'une de l'autre, ont pu relever des côtes de France, les sommets de deux montagnes de cette île, l'une appelée le Monte-Cinto, l'autre le Monte-Pailla-Orba, je me suis convaincu que les méthodes approximatives et élémentaires dont on fait généralement usage dans les opérations géodésiques, et notam-

ment au dépôt de la guerre, pour calculer les positions géographiques d'une grande carte, auraient encore assez d'exactitude si les côtés des triangles avaient deux cent mille mètres. (Voyez à cet égard les additions à la *Connaissance des temps pour* 1832.)

CONCLUSION.

Pour résumer en peu de mots les principales propositions qui font l'objet de ce Mémoire ou qui s'y rattachent, nous poserons en principe, 1° que les observations des passages d'étoiles circompolaires à la lunette méridienne, et celles de la petite ourse, dans ses élongations extrêmes, sont les meilleures à employer, parce qu'elles ne présentent généralement entre elles que de faibles écarts, et que les oscillations autour de la moyenne des résultats partiels peuvent ne pas s'étendre au-delà de 2″ de degré;

2° Qu'il est nécessaire de n'éloigner les stations les unes des autres, que de deux à trois degrés au plus, afin d'éviter l'accumulation des erreurs des angles qui concourent à la détermination de la différence en longitude de ces stations;

3° Que les mêmes angles doivent être corrigés de manière à former exactement 360°, avec ceux qui complètent un tour d'horizon;

4° Qu'en mesurant par parties un grand arc de parallèle on en peut mieux saisir les irrégularités.

LAT. H.	LOG. γ	D	LOG. δ.	D	LOG. ε.	D
40°. 0′	4.72513	363	9.59142	486	8.85740	620
10	4.72876	363	9.59628	487	8.86360	619
20	4.73239	363	9.60115	488	8.86979	619
30	4.73602	365	9.60603	490	8.87598	621
40	4.73967	364	9.61093	491	8.88219	621
50	4.74331	364	9.61584	492	8.88838	619
41 . 0′	4.74695	365	9.62076	494	8.89457	620
10	4.75060	366	9.62570	496	8.90077	621
20	4.75426	366	9.63066	496	8.90698	621
30	4.75792	366	9.63562	498	8.91319	621
40	4.76158	368	9.64060	501	8.91940	622
50	4.76526	368	9.64561	502	8.92562	621
42 . 0′	4.76894	368	9.65063	502	8.93183	622
10	4.77262	368	9.65565	503	8.93805	622
20	4.77630	369	9.66068	505	8.94427	623
30	4.77999	370	9.66573	507	8.95050	623
40	4.78369	370	9.67080	509	8.95673	624
50	4.78739	371	9.67589	511	8.96297	624
43 . 0′	4.79110	371	9.68100	513	8.96921	625
10	4.79481	372	9.68613	515	8.97546	625
20	4.79853	373	9.69128	515	8.98171	626
30	4.80226	373	9.69643	518	8.98797	626
40	4.80599	374	9.70157	520	8.99423	627
50	4.80973	375	9.70677	521	9.00050	627
44 . 0′	4.81848	375	9.71198	522	9.00677	628
10	4.81723	375	9.71720	523	9.01305	628
20	4.82098	377	9.72243	525	9.01933	630
30	4.82475	378	9.72768	526	9.02563	630
40	4.82852	378	9.73294	528	9.03193	630
50	4.83230		7.73822		9.03823	

LAT. H	LOG. γ	D.	LOG. δ.	D.	LOG. ε.	D.
45°.0′	4.83608	378	9.74352	530	9.04454	631
10	4.83988	380	9.74884	532	9.05087	633
20	4.84368	380	9.75417	533	9.05719	632
30	4.84749	381	9.75952	535	9.06353	634
40	4.85131	382	9.76489	537	9.06988	635
50	4.85512	382	9.77027	538	9.07621	633
46 . 0	4.85896	383	9.77567	540	9.08258	637
10	4.86280	384	9.78109	542	9.08895	637
20	4.86665	385	9.78652	543	9.09533	638
30	4.87051	386	9.79196	544	9.10172	639
40	4.87437	386	9.79742	546	9.10811	639
50	4.87825	388	9.80291	549	9.11452	641
47 . 0	4.88213	388	9.80843	552	9.12093	641
10	4.88602	389	9.81396	553	9.12736	643
20	4.88892	390	9.81952	556	9.13379	643
30	4.89383	391	9.82510	553	9.14024	645
40	4.89775	392	9.83069	559	9.14669	645
50	4.90168	393	9.83628	559	9.15316	647
48 . 0	4.90562	394	9.84189	561	9.15964	648
10	4.90957	395	9.84751	562	9.16613	649
20	4.91353	396	9.85316	565	9.17263	650
30	4.91750	397	9.85883	567	9.17915	652
40	4.92148	398	9.86453	570	9.18568	653
50	4.92547	399	9.87024	571	9.19222	654
49 . 0	4.92947	400	9.87598	574	9.19877	655
10	4.93347	400	9.88173	575	9.20532	655
20	4.93749	402	9.88750	577	9.21189	657
30	4.94153	404	9.89330	580	9.21849	660
40	4.94557	404	9.89912	582	9.22509	660
50	4.94962	405	9.90495	583	9.23170	661

LAT. H.	LOG. γ	D.	LOG. δ.	D.	LOG. ε.	D.
50°. 0′	4.95369	407	9.91080	585	9.23833	663
10	4.95776	407	9.91668	588	9.24497	664
20	4.96185	409	9.92258	590	9.25163	666
30	4.96596	411	9.92850	592	9.25831	668
40	4.97007	411	9.93444	594	9.26500	669
50	4.97419	412	9.94041	597	9.27170	670
51. 0	4.97833	414	9.94641	600	9.27842	672
10	4.98248	415	9.95242	601	9.28515	673
20	4.98664	416	9.95843	601	9.29190	675
30	4.99081	417	9.96446	603	9.29866	677
40	4.99500	419	9.97051	605	9.30545	679
50	4.99921	421	9.97660	609	9.31226	681
52. 0	5.00342	421	9.98280	610	9.31907	681
10	5.00765	423	9.98893	613	9.32590	683
20	5.01189	424	9.99509	616	9.33275	685
30	5.01614	425	0.00128	619	9.33962	687
40	5.02041	427	0.00750	622	9.34650	688
50	5.02470	429	0.01374	624	9.35341	691
53. 0	5.02900	430	0.02001	627	9.36034	693
10	5.03331	431	0.02631	630	9.36729	695
20	5.03763	432	0.03264	633	9.37425	696
30	5.04197	434	0.03999	635	9.38122	697
40	5.04633	436	0.04536	637	9.38822	700
50	5.05070	437	0.05175	639	9.39524	702
54. 0	5.05509	439	0.05817	642	9.40229	705
10	5.05950	441	0.06462	645	9.40936	707
20	5.06392	442	0.07110	648	9.41643	709
30	5.06835	443	0.07761	651	9.42354	711
40	5.07280	445	0.08414	653	9.43068	714
50	5.07727	447	0.09069	655	9.43783	715

ERRATA.

Page 219, ligne 3 en remontant : au lieu de $\frac{1}{3}\alpha$, *lisez*, $\frac{1}{3}d\alpha$.

P. 229, ligne 1re en remontant, *effacez* $= x$.

MÉMOIRE

SUR

LA PROPORTION DES NAISSANCES DES FILLES ET DES GARÇONS.

PAR M. POISSON.

Lu à l'Académie, le 8 février 1829.

En considérant les naissances des deux sexes pendant six années consécutives, soit dans la France entière, soit dans la partie la plus méridionale du royaume, j'ai remarqué, il y a déja quatre ans :

1° Que le rapport des naissances des garçons et des filles est $\frac{16}{15}$, au lieu de $\frac{22}{21}$, comme on le croyait auparavant.

2° Que ce rapport est à très-peu près le même pour le midi de la France et pour la France entière, en sorte qu'il paraît indépendant de la variation du climat, du moins dans l'étendue de notre pays.

3° Que sa valeur, parmi les enfants nés hors de mariage, est sensiblement moindre que pour les enfants légitimes, et à peu près égale à $\frac{21}{20}$.

Ces résultats ont été insérés pour la première fois dans

l'*Annuaire* du bureau des longitudes de l'année 1825; et depuis cette époque, on les a vérifiés sur des nombres de plus en plus considérables. Voici le rapport des naissances des garçons et des filles, pour chacune des dix années écoulées depuis 1817 jusqu'à 1826 et pour la France entière, en ayant égard à toutes les naissances, légitimes ou hors de mariage :

pour	1817	1,0720,
	1818	1,0644,
	1819	1,0642,
	1820	1,0642,
	1821	1,0685,
	1822	1,0623,
	1823	1,0621,
	1824	1,0659,
	1825	1,0703,
	1826	1,0614.
	Moyenne.....	1,0656.

Sa valeur moyenne résulte d'environ dix millions de naissances. Elle diffère d'à peu près un deux centième, en plus ou en moins, des valeurs extrêmes qui répondent à 1817 et 1826. La valeur moyenne de ce même rapport pour les trente départements les plus méridionaux du royaume, est 1,0665, qui ne s'écarte que d'un millième de celle qui a lieu pour la France entière. Mais si l'on considère isolément les naissances annuelles de chacun des 86 départements, on trouve que le rapport dont il s'agit varie dans la même année, d'un département à un autre, et pour un même département, d'une année à une autre, de telle sorte qu'il est arrivé quelquefois

que les naissances des filles ont surpassé celles des garçons.

Relativement aux enfants naturels, leur nombre s'est élevé à près de sept cent mille pour la France entière pendant les dix années que nous considérons; et dans ce nombre, le rapport des naissances masculines aux naissances féminines a été 1,0484. La fraction 0,0172 dont cette quantité s'écarte du rapport général 1,0656, n'est pas assez petite, et les nombres employés sont trop grands, pour qu'on puisse attribuer cette différence au hasard; et quelque singulier que cela paraisse, on est fondé à croire qu'il existe, à l'égard des enfants naturels, une cause quelconque qui diminue la prépondérance des naissances des garçons sur celles des filles. Cette influence se fait même sentir sur les naissances annuelles, ainsi qu'on peut s'en assurer en calculant pour chacune des dix années comprises depuis 1817 jusqu'à 1826, le rapport des naissances des deux sexes, défalcation faite des enfants naturels. On trouve alors :

pour 1817	1,0743,
1818	1,0644,
1819	1,0650,
1820	1,0656,
1821	1,0699,
1822	1,0628,
1823	1,0629,
1824	1,0680,
1825	1,0727,
1826	1,0659,
Moyenne.....	1,0671;

et si l'on compare les rapports précédents à ces nouvelles valeurs, on voit qu'excepté celui qui répond à 1818 et qui n'a pas changé, tous les autres ont un peu augmenté.

La proportion des naissances des deux sexes n'est pas non plus la même à Paris et dans les départements, soit parmi les enfants légitimes, soit parmi ceux qui sont nés hors de mariage. Pendant les treize années écoulées depuis 1815 jusqu'à 1827, il est né à Paris environ 215,000 enfants légitimes, et le rapport des naissances masculines aux naissances féminines a été 1,0408, ou à peu près $\frac{26}{25}$, au lieu de $\frac{16}{15}$ qui répond à la France entière. Il est né dans cette ville et dans le même intervalle de temps, à peu près 122,000 enfants naturels, parmi lesquels le rapport du nombre des garçons à celui des filles, a été 1,0345, ou environ $\frac{30}{29}$, au lieu de $\frac{21}{20}$ qui a lieu pour cette classe d'enfants dans le reste de la France. Il est donc présumable qu'il existe aussi dans une grande capitale comme Paris, une cause particulière qui diminue la prépondérance des naissances masculines, et qui agit à-la-fois sur les enfants légitimes et sur les enfants naturels.

Notre esprit est naturellement porté à admettre les résultats de l'expérience avec d'autant plus de confiance qu'ils sont déduits d'un plus grand nombre d'observations; mais si nous voulons en apprécier la probabilité et connaître celle de leur reproduction future, nous sommes obligés de recourir aux formules que l'analyse mathématique fournit pour cet objet : le perfectionnement de ces méthodes en général, et leur application aux faits que je viens de citer, sont l'objet du Mémoire que je présente aujourd'hui à l'Académie. Si j'ai ajouté quelque chose aux nombreux travaux des géomètres qui se sont occupés du calcul des hasards, depuis que

Pascal en a donné les premiers exemples, je le dois à l'analyse que j'ai employée, et dont j'ai puisé le principe dans la *Théorie analytique des probabilités;* ouvrage aussi éminemment remarquable par la variété des questions qui y sont traitées, que par la généralité des méthodes que Laplace a imaginées pour les résoudre.

§ I.

Probabilité de la répétition d'un événement dont la chance est donnée.

(1) Soit p la probabilité d'un événement A, et q celle de l'événement contraire, de sorte qu'on ait $p + q = 1$. Désignons par P la probabilité que sur un nombre n d'épreuves, pendant lesquelles p et q seront invariables, A arrivera un nombre x de fois et par conséquent B un nombre $n-x$. Cette probabilité est égale à $p^x q^{n-x}$ pour chacune des combinaisons différentes dont sont susceptibles les n épreuves prises x à x, ou $n-x$ à $n-x$; on aura donc la valeur de P en multipliant $p^x q^{n-x}$ par le nombre de ces combinaisons; ce qui donne

$$P = \frac{1.2.3...n}{1.2.3...x.1.2.3...n-x} p^x q^{n-x}.$$

Mais quand x et $n-x$, ainsi que leur somme n, sont de très-grands nombres, le calcul de cette formule devient impraticable, et l'on est obligé de recourir aux méthodes d'approximation pour en obtenir la valeur.

D'après une formule connue, on a alors

$$1.2.3\ldots n = n^n e^{-n}\sqrt{2\pi n}\left(1+\frac{1}{12n}+\frac{1}{288n^2}+\text{etc.}\right),$$

$$1.2.3\ldots x = x^x e^{-x}\sqrt{2\pi x}\left(1+\frac{1}{12x}+\frac{1}{288x^2}+\text{etc.}\right),$$

$$1.2.3\ldots n-x = (n-x)^{x} e^{-n+x}\sqrt{2\pi(n-x)}\left(1+\frac{1}{12(n-x)}+\frac{1}{8(n-x)^2}+\text{etc.}\right);$$

e désignant la base des logarithmes népériens, et π le rapport de la circonférence au diamètre, ce qui aura lieu dans tout ce Mémoire. Les séries comprises entre les parenthèses sont d'autant plus convergentes que les nombres n, x, $n-x$, sont plus grands; en ne conservant que le premier terme de chaque série, on en conclura

$$\mathrm{P} = \left(\frac{pn}{x}\right)^x \left(\frac{qn}{n-x}\right)^{n-x}\sqrt{\frac{n}{2\pi x(n-x)}}, \qquad (1)$$

pour la valeur approchée de P qui nous sera utile par la suite.

(2) Désignons maintenant par X la probabilité que A n'arrivera pas plus de x fois sur le nombre n d'épreuves, et appelons C cet événement composé. Il aura lieu des $x+1$ manières suivantes :

1° Si les $n-x$ premières épreuves amènent B; car alors il ne restera plus que x épreuves qui ne pourront pas amener A plus de x fois. La probabilité de ce premier cas sera q^m, en faisant $n-x=m$.

2° Si les $m+1$ premières épreuves amènent m fois B et une fois A, sans que A occupe la dernière place, condition nécessaire pour que ce second cas ne rentre pas dans le premier. Il est évident qu'alors les $x-1$ épreuves suivantes ne

pouvant amener A que $x-1$ fois au plus, cet événement n'arrivera pas plus de x fois dans les n épreuves. La probabilité de m événements B et d'un événement A qui occuperait un rang déterminé, est $q^m p$, et ce rang pouvant être les m premiers, la probabilité du second cas favorable à C sera $m q^m p$.

3° Si les $m+2$ premières épreuves amènent m fois B et deux fois A, sans que A occupe le rang $m+2$, ce qui est nécessaire et suffisant pour que ce troisième cas ne rentre ni dans le premier, ni dans le second. La probabilité de m fois B et deux fois A dans des rangs déterminés, est $q^m p^2$; en prenant deux à deux les $m+1$ premiers rangs pour y placer A, on a $\frac{1}{2}m(m+1)$ combinaisons différentes; la probabilité du troisième cas favorable à C sera donc $\frac{1}{2}m(m+1)q^m p^2$.

En continuant ainsi, on arrivera enfin à un $x+1^{\text{ième}}$ cas, dans lequel les $m+x$, ou n épreuves, amèneront m fois B et x fois A, sans que A occupe le $n^{\text{ième}}$ rang, afin que ce cas ne rentre dans aucun des x précédents; et sa probabilité sera

$$\frac{m(m+1)(m+2)\ldots(m+x-1)}{1.2.3\ldots\ldots n} q^m p^x.$$

Ces $x+1$ cas étant distincts les uns des autres, et présentant toutes les manières différentes dont l'événement C puisse arriver, sa probabilité X sera la somme de leurs probabilités respectives. En remettant $n-x$ à la place de m, on aura par conséquent

$$X = q^{n-x}\left[1 + (n-x)p + \frac{(n-x)(n-x+1)}{1.2}p^2 + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{(n-x)(n-x+1)\ldots(n-2)(n-1)}{1.2.3\ldots x}p^x\right]. \qquad (2)$$

Cette probabilité s'exprime aussi, comme on sait, par la somme des $x+1$ premiers termes du développement de $(q+p)^n$, c'est-à-dire que l'on a également

$$X = q^n + nq^{n-1}p + \frac{n(n-1)}{2}q^{n-2}p^2 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-x+1)}{1.2.3\ldots.x}q^{n-x}p^x.$$

Le calcul numérique de l'une et l'autre de ces expressions équivalentes, peut être regardé comme impossible lorsque x et $n-x$ sont de très-grands nombres. Il est alors préférable d'employer la formule (2), parce quelle se transforme immédiatement en une intégrale définie qui se réduit ensuite en série très-convergente.

(3) En intégrant $x+1$ fois de suite par partie, et désignant par c une constante arbitraire, il vient

$$n\int\frac{y^x dy}{(1+y)^{n+1}} = c - \frac{y^x}{(1+y)^n} - \frac{x}{n-1}\frac{y^{x-1}}{(1+y)^{n-1}} - \frac{x.x-1}{n-1.n-2}\frac{y^{x-2}}{(1+y)^{n-2}}$$
$$\ldots - \frac{x.x-1\ldots.2.1}{n-1.n-2\ldots.n-x}\frac{1}{(1+y)^{n-x}}.$$

Comme on a $n>x$, tous les termes de cette formule, excepté c, disparaissent pour $y=\infty$; si donc on désigne par α une quantité positive quelconque, ou zéro, on aura

$$n\int_\alpha^\infty \frac{y^x dy}{(1+y)^{n+1}} = \frac{\alpha^x}{(1+\alpha)^n} + \frac{x}{n-1}\frac{\alpha^{x-1}}{(1+\alpha)^{n-1}} + \frac{x.x-1}{n-1.n-2}\frac{\alpha^{x-2}}{(1+\alpha)^{n-2}} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{x.x-1\ldots.2.1}{n-1.n-2\ldots.n-x}\frac{1}{(1+\alpha)^{n-x}}.$$

Dans le cas de $\alpha=0$, cette équation se réduit à

$$n\int_0^\infty \frac{y^x\,dy}{(1+y)^{n-1}} = \frac{x.x-1\ldots1}{n-1.n-2\ldots n-x};$$

en divisant l'équation précédente par celle-ci, et faisant, pour abréger,

$$\frac{y^x}{(1+y)^{n-1}} = \mathrm{Y},$$

on en conclut

$$\frac{\int_\alpha^\infty \mathrm{Y}\,dy}{\int_0^\infty \mathrm{Y}\,dy} = \frac{1}{(1+\alpha)^{n-x}}\left[1+(n-x)\frac{\alpha}{(1+\alpha)}+\frac{(n-x)(n-x+1)}{1.2}\frac{\alpha}{(1+\alpha)^2}+\right.$$
$$\left.\ldots\ldots+\frac{(n-x)(n-x+1)\ldots(n-1)}{1.2.3\ldots x}\frac{\alpha^x}{(1+\alpha)^x}\right];$$

or, si l'on prend $\alpha=\frac{p}{q}$, et si l'on observe que $p+q=1$, le second membre de cette dernière équation coïncide avec la formule (2): pour cette valeur de α, nous aurons donc

$$\mathrm{X}=\frac{\int_\alpha^\infty \mathrm{Y}\,dy}{\int_0^\infty \mathrm{Y}\,dy}. \qquad (3)$$

(4) Pour réduire en séries, les intégrales contenues dans cette nouvelle expression de X, j'appelle h la valeur de y qui rend Y un *maximum* : en égalant $d\mathrm{Y}$ à zéro, on a

$$x(1+h)-(n+1)h=0;$$

et si l'on appelle H la valeur correspondante de Y, on aura

$$h=\frac{x}{n+1-x}, \quad \mathrm{H}=\frac{x^x(n+1-x)^{n+1-x}}{(n+1)^{n+1}}.$$

La fonction Y n'est infinie pour aucune valeur positive de y;

elle est nulle pour $y=0$ et pour $y=\infty$, et n'a qu'un seul *maximum* entre ces deux limites; on pourra donc poser

$$Y=He^{-t^2}; \qquad (4)$$

t étant une nouvelle variable que l'on fera croître depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$, et dont les valeurs particulières $t=-\infty$, $t=0$, $t=\infty$, repondront respectivement à $y=0$, $y=h$, $y=\infty$. On aura ensuite

$$\log.Y=\log.H-t^2.$$

En faisant $y=h+y'$, et développant suivant les puissances de y', il en résultera

$$t^2+\frac{1}{2}\frac{d^2.\log.Y}{dy^2}y'^2+\frac{1}{6}\frac{d^3.\log.Y}{dy^3}y'^3+\text{etc.}=0,$$

où l'on fera $y=h$ après les différentiations, ce qui rendra nul $\frac{dY}{dy}$. La valeur de y' qu'on tirera de cette équation pourra se représenter par une série de la forme :

$$y'=h't+h''t^2+h'''t^3+\text{etc.};$$

h', h'', h''', etc., étant des coefficients indépendants de t, que l'on déterminera les uns au moyen des autres en substituant cette valeur dans l'équation précédente, et égalant ensuite à zéro la somme des coefficients de chaque puissance de t dans son premier membre. On aura de cette manière

$$1+\frac{d^2.\log.Y}{2\,dy^2}h'^2=0,$$

$$\frac{d^2.\log.Y}{dy^2}h'h''+\frac{1}{6}\frac{d^3.\log.Y}{dy^3}h'^3=0,$$

etc.;

et en ayant égard à la valeur de h, on en déduit

$$h' = \sqrt{\frac{2(n+1)x}{(n+1-x)^3}},$$

$$h'' = \frac{2(n+1+x)}{3(n+1-x)^2},$$

etc.

Si les nombres x, $n-x$, n, sont très-grands, et du même ordre de grandeur, il est aisé de voir que les valeurs de h', h'', h''', etc., formeront une série très-rapidement décroissante dont le premier terme sera du même ordre de petitesse que la fraction $\frac{1}{\sqrt{n}}$, le second de l'ordre de $\frac{1}{n}$, le troisième de l'ordre de $\frac{1}{n\sqrt{n}}$, et ainsi de suite; ce qui pourra dispenser de former ces valeurs au-delà des deux premières que nous venons de donner.

En désignant par i un nombre entier et positif quelconque, on aura

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} t^{2i+1} dt = 0,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} t^{2i} dt = \frac{1.3.5...2i-1}{2^i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} dt.$$

Donc, à cause de

$$\frac{dy'}{dt} = h' + 2h''t + 3h'''t^2 + \text{etc.},$$

et en observant que

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} Y dy = H \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} \frac{dy'}{dt} dt,$$

nous aurons

$$\int_{-\infty}^{\infty} Y\,dy = H\sqrt{\pi}\left(h' + \frac{1.3}{2}h''' + \frac{1.3.5}{4}h^{v} + \text{etc.}\right). \qquad (5)$$

Dans l'hypothèse qui rend les quantités h', h''', h^{v}, etc., très-rapidement décroissantes, la série comprise entre les parenthèses sera très-convergente, au moins dans les premiers termes, ce qui suffira pour calculer au moyen de cette dernière formule, la valeur approchée de $\int_{-\infty}^{\infty} Y\,dy$. C'est à Laplace que l'analyse est redevable de cette méthode pour réduire les intégrales en séries convergentes, quand les quantités soumises à l'intégration sont affectées de très-grands exposans.

(5) L'expression de l'autre intégrale $\int_{\alpha}^{\infty} Y\,dy$ sera différente selon que la limite α ou $\frac{p}{q}$, surpassera ou sera moindre que la valeur h de y qui répond au *maximum* de Y. Si l'on fait $y = \alpha = \frac{p}{q}$ dans l'équation (4), et qu'on y mette pour Y et H leurs valeurs, on en conclura

$$e^{-t^2} = \left(\frac{p(n+1)}{x}\right)^{x}\left(\frac{q(n+1)}{n+1-x}\right)^{n+1-x};$$

d'où l'on tire $t = \pm k$, en faisant, pour abréger,

$$k^2 = x \log.\frac{x}{p(n+1)} + (n+1-x)\log.\frac{n+1-x}{q(n+1)}. \qquad (6)$$

Selon que la valeur α de y sera $>$ ou $<h$, il faudra, par hypothèse, que celle de t qui lui correspond soit positive ou

négative. En regardant donc k comme une quantité positive, on prendra $t=k$, dans le cas de $\alpha > h$, et $t=-k$ lorsqu'on aura $\alpha < h$. Dans le premier cas, on aura

$$\int_{\alpha}^{\infty} \mathrm{Y}\,dy = \mathrm{H}\int_{k}^{\infty} e^{-t^2}\frac{dy'}{dt}\,dt,$$

et dans le second

$$\int_{\alpha}^{\infty} \mathrm{Y}\,dy = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Y}\,dy - \mathrm{H}\int_{-\infty}^{-k} e^{-t^2}\frac{dy'}{dt}\,dt.$$

On a d'ailleurs

$$\int_{-\infty}^{-k} e^{-t^2} t^{2i+1}\,dt = -\int_{k}^{\infty} e^{-t^2} t^{2i+1}\,dt,$$

$$\int_{-\infty}^{-k} e^{-t^2} t^{2t}\,dt = \int_{k}^{\infty} e^{-t^2} t^{2i}\,dt;$$

i étant un nombre entier et positif, ou zéro. Si donc on fait généralement

$$\int_{k}^{\infty} e^{-t^2} t^{2i}\,dt = \mathrm{K}_i, \quad \int_{k}^{\infty} e^{-t^2} t^{2i+1}\,dt = \mathrm{K}'_i,$$

il en résultera

$$\begin{aligned}\int_{\alpha}^{\infty} \mathrm{Y}\,dy = {} & \mathrm{H}(h'\mathrm{K}_0 + 3h'''\mathrm{K}_1 + 5h^{\mathrm{v}}\mathrm{K}_2 + \text{etc.}) \\ & + \mathrm{H}(2h''\mathrm{K}'_0 + 4h^{\mathrm{iv}}\mathrm{K}'_1 + 6h^{\mathrm{vi}}\mathrm{K}'_2 + \text{etc.}),\end{aligned} \qquad (7)$$

pour le cas de α ou $\frac{p}{q} > h$, et

$$\int_{\alpha}^{\infty} Y\,dy = \int_{-\infty}^{\infty} Y\,dy - H(h'K_0 + 3h'''K_1 + 5h^{v}K_2 + \text{etc.}) + H(2h''K'_0 + 4h^{iv}K'_1 + 6h^{vi}K'_2 + \text{etc.}), \quad (8)$$

pour le cas de $\frac{p}{q} < h$.

Chacune des séries contenues dans ces formules, aura, en général, le même degré de convergence que la série (5). Les valeurs des intégrales désignées par K'_i ne pourront s'obtenir que par approximation, lorsque k sera différent de zéro. Celles qui sont représentées par K'_i s'obtiendront sous forme finie, et l'on aura

$$K'_i = \tfrac{1}{2} e^{-k^2}\Big(k^{2i} + ik^{2i-1} + i.i-1.k^{2i-2} + \ldots . + i.i-1\ldots 2.k^2 + i.i-1\ldots 2.1\Big).$$

Quand on aura exactement $\frac{p}{q} = h$, on aura en même temps $k = 0$, et par conséquent

$$K_i = 1.5.3\ldots 2i-1.\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad K'_i = 1.2.3\ldots . i.\frac{1}{2};$$

et d'après la valeur de $\int_{-\infty}^{\infty} Y\,dy$, les formules (7) et (8) coïncideront et se réduiront à

$$\int_{\alpha}^{\infty} Y\,dy = \frac{H\sqrt{\pi}}{2}\Big(h' + \frac{1.3}{2}h''' + \frac{1.3.5}{4}h^{v} + \text{etc.}\Big) + H(h'' + 1.2.h^{iv} + 1.2.3.h^{vi} + \text{etc.}). \quad (9)$$

(6) Nous supposerons actuellement les nombres n, x, $n-x$, assez grands pour qu'on puisse négliger dans ces dif-

férentes formules, les quantités h''', h^{iv}, etc. En mettant n à la place de $n+1$ dans les valeurs de h' et h'', on aura

$$\frac{h''}{h'} = \frac{(n+x)\sqrt{2}}{3\sqrt{nx(n-x)}};$$

l'équation (3) et les formules (5), (7) et (8) donneront ensuite

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_k^\infty e^{-t^2}dt + \frac{(n+x)\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi nx(n-x)}}e^{-k^2}, \\ X &= 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_k^\infty e^{-t^2}dt + \frac{(n+x)\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi nx(n-x)}}e^{-k^2}; \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

la première ou la seconde de ces deux valeurs de X ayant lieu selon que l'on a $\frac{p}{q} >$ ou $< h$, et k étant une quantité positive, donnée par l'équation (6). Ces formules feront connaître avec une exactitude suffisante la probabilité X qu'il s'agissait de déterminer.

Si n est un nombre pair, que l'on fasse $x = \frac{n}{2}$, et qu'on suppose $p > q$, on aura

$$h = \frac{n}{n+2}, \quad \frac{p}{q} > h;$$

ce sera donc la première équation (10) qu'il faudra employer: cette formule et l'équation (6) deviendront

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_k^\infty e^{-t^2}dt + \sqrt{\frac{2}{\pi n}}e^{-k^2}, \\ k^2 &= \frac{n}{2}\log.\frac{n}{2p(n+1)} + \frac{n+2}{2}\log.\frac{n+2}{2q(n+1)}; \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

et X sera la probalité que sur un très-grand nombre n d'épreu-

ves, l'événement le plus probable n'arrivera cependant pas plus souvent que l'événement contraire. En appelant P la probabilité qu'ils arriveront l'un et l'autre le même nombre de fois, ce qui est possible, puisque n est un nombre pair, $X - P$ sera la probabilité que le premier événement arrivera moins souvent que le second. Dans le cas de $p = q = \frac{1}{2}$, il est évident que le double de cette dernière probabilité, ajouté à P, sera la certitude; on aura donc $2X - P = 1$, ou

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_k^\infty e^{-t^2} dt - 1 + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi n}} e^{-k^2};$$

et c'est, en effet, ce que l'on peut facilement vérifier.

En réduisant en série, on a

$$n \log. \frac{n}{n+1} = -n \log. \left(1 + \frac{1}{n}\right) = -1 + \frac{1}{2n} - \text{etc.},$$

$$(n+2) \log. \frac{n+2}{n+1} = -(n+2) \log. \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) = 1 + \frac{1}{2(n+2)} + \text{etc.},$$

et par conséquent

$$k^2 = \frac{1}{4n} + \frac{1}{4(n+2)} + \text{etc.};$$

donc en ne conservant que les termes de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{n}}$, nous aurons

$$k = \frac{1}{\sqrt{2n}}, \quad e^{-k^2} = 1;$$

nous aurons, en même temps,

$$\int_k^\infty e^{-t^2} dt = \int_0^\infty e^{-t^2} dt - \int_0^k e^{-t^2} dt = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} - \frac{1}{\sqrt{2n}};$$

d'où il résultera

$$P=\sqrt{\frac{2}{\pi n}},$$

ce qui coïncide effectivement avec la formule (1), quand on y fait $p=\frac{1}{2}$, $q=\frac{1}{2}$, $x=\frac{n}{2}$.

Si n est un nombre impair, que l'on fasse $x=\frac{1}{2}(n-1)$, et qu'on suppose toujours $p>q$; on aura encore $\frac{p}{q}>h$: la première formule (10) et l'équation (6) deviendront

$$\left.\begin{aligned} X&=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_k^{\infty} e^{-t^2}dt+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi n}}e^{-k^2},\\ k^2&=\frac{n-1}{2}\log.\frac{n-1}{2p(n+1)}+\frac{n+3}{2}\log.\frac{n+3}{2q(n+1)};\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

et X sera la probabilité que sur un très-grand nombre d'épreuves, l'événement le plus probable se présentera moins souvent que l'événement contraire; car, n étant impair, le cas de l'égalité sera impossible. Dans le cas de $p=q=\frac{1}{2}$, cette probabilité X devra être égale à $\frac{1}{2}$; et c'est aussi ce que nous allons vérifier.

Nous aurons

$$(n-1)\log.\frac{n-1}{n+1}=-(n-1)\log.\left(1+\frac{2}{n-1}\right)=-2+\frac{2}{n-1}-\text{etc.},$$

$$(n+3)\log.\frac{n+3}{n+1}=-(n+3)\log.\left(1-\frac{2}{n+3}\right)=2+\frac{2}{n+3}+\text{etc.},$$

et par conséquent

$$k^2=\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+3}+\text{etc.}$$

En négligeant les termes de l'ordre de $\frac{1}{n}$, il en résultera

$$k=\sqrt{\tfrac{2}{n}},\ e^{-k^2}=1,\ \int_k^{\infty} e^{-t^2}\,dt=\tfrac{1}{2}\sqrt{\pi}-\sqrt{\tfrac{2}{n}};$$

ce qui réduit à $\frac{1}{2}$, la valeur précédente de X.

(7) De l'équation $\frac{p}{q}=h$, on tire

$$x=(n+1)p,\quad n+1-x=(n+1)q,$$

à cause de $p+q=1$. Désignons par z une quantité positive, telle que cette valeur de x diminuée de z soit un nombre entier; nous pourrons prendre

$$x=(n+1)p-z,\quad n+1-x=(n+1)q+z;$$

et nous aurons $\frac{p}{q}>h$. En développant le second membre de l'équation (6) suivant les puissances de z, on trouve

$$k^2=\frac{z^2}{2(n+1)pq}\left(1-\frac{(p-q)z}{3pq(n+1)}+\text{etc.}\right);$$

et si l'on fait

$$z=r\sqrt{2(n+1)pq},$$

on en déduit

$$k=r\left(1-\frac{(p-q)r}{3\sqrt{2(n+1)pq}}+\text{etc.}\right).$$

La série comprise entre les parenthèses procède suivant les puissances de $\frac{r}{\sqrt{n+1}}$; elle sera très-convergente si r n'est pas un très-grand nombre, et qu'aucune des deux fractions p et q ne soit très-petite; on pourra alors ne conserver que ses deux premiers termes, ou prendre simplement $k=r-\delta$, en faisant,

$$\frac{(p-q)r^2}{3\sqrt{2(n+1)pq}}=\delta.$$

On aura, en même temps,

$$x=(n+1)p-r\sqrt{2(n+1)pq};$$

mais dans le second terme de la première formule (10), il suffira de faire $k=r$ et $x=np$; et cette formule deviendra

$$X=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{r-\delta}^{\infty}e^{-t^2}dt+\frac{(1+p)\sqrt{2}}{2\sqrt{\pi npq}}e^{-r^2}.$$

Désignons par r' une autre quantité positive, qui ne soit pas non plus un très-grand nombre. Si l'on suppose qu'on ait

$$x=(n+1)p+r'\sqrt{2(n+1)pq},$$

la valeur correspondante de k, tirée de l'équation (6), sera $k=r'+\delta'$, en faisant, pour abréger,

$$\frac{(p-q)r'^2}{3\sqrt{2(n+1)pq}}=\delta'.$$

On aura, dans ce cas, $\frac{p}{q}<h$; il faudra donc employer la seconde formule (10), qui deviendra

$$X=1-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{r'+\delta'}^{\infty}e^{-t^2}dt+\frac{(1+p)\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi npq}}e^{-r'^2}.$$

Si l'on retranche de celle-ci, la précédente valeur de X, et qu'on appelle U la différence, il vient

$$U=1-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{r-\delta}^{\infty}e^{-t^2}dt-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{r'+\delta'}^{\infty}e^{-t^2}dt$$
$$+\frac{(1+p)\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi npq}}\left(e^{-r'^2}-e^{-r^2}\right),$$

pour la probabilité que l'événement A arrivera un nombre de fois qui n'excédera pas la seconde valeur de x, et surpassera la première au moins d'une unité.

(8) Pour simplifier ce résultat, soit N le plus grand nombre entier contenu dans np, et f une fraction telle que l'on ait $np = N + f$; désignons par u une quantité telle que $u\sqrt{2(n+1)pq}$ soit un nombre entier, très-petit par rapport à N; faisons ensuite

$$p + f - r\sqrt{2(n+1)pq} = -u\sqrt{2(n+1)pq} - 1,$$
$$p + f + r'\sqrt{2(n+1)pq} = u\sqrt{2(n+1)pq};$$

U exprimera la probabilité que le nombre de fois dont il s'agit sera contenu entre les limites

$$N \pm u\sqrt{2(n+1)pq},$$

équidistantes de N, ou qu'il sera égal à l'une d'elles. Les valeurs de $r - \delta$ et $r' + \delta'$ seront de la forme :

$$r - \delta = u + \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{2(n+1)pq}},$$
$$r' + \delta' = u - \varepsilon;$$

ε étant une quantité de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Or, en désignant par v une quantité de cet ordre, dont on néglige le carré, on a

$$\int_{u+v}^{\infty} e^{-t^2} dt = \int_{u}^{\infty} e^{-t^2} dt - e^{-u^2} v;$$

si donc on applique cette transformation aux deux intégrales que renferme U, et si l'on fait $r' = r$ dans les termes compris hors du signe $\int$, qui sont déja divisés par $\sqrt{n}$, on aura

$$U = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty e^{-t^2} dt + \frac{e^{-u^2}}{\sqrt{2\pi npq}}. \qquad (13)$$

Si l'on eût voulu que les valeurs de x ne comprissent pas leur limite inférieure, il aurait fallu faire $r - \delta = n + \varepsilon$, et la valeur de X ne renfermerait pas son dernier terme. De même pour que la limite supérieure de ces valeurs de x, en fût exclue, on aurait dû diminuer $r' + \delta'$ de $\frac{1}{\sqrt{2pq(n+1)}}$, ce qui aurait encore fait disparaître le dernier terme de U. Il s'ensuit donc que ce dernier terme doit être la probabilité que l'on ait précisément

$$x = N + u\sqrt{2(n+1)pq};$$

u étant une quantité positive ou négative, telle que le second terme de x soit très-petit par rapport au premier. C'est aussi ce qui résulte de la formule (1).

En effet, en négligeant les quantités de l'orde de $\frac{1}{n}$, on aura

$$\frac{x}{n} = p + u\sqrt{\frac{2pq}{n}}, \quad \frac{n-x}{n} = q - u\sqrt{\frac{2pq}{n}};$$

d'où l'on conclut

$$\log.\left(\frac{np}{x}\right)^x \left(\frac{nq}{n-x}\right)^{n-x} = -x\log.\left(1 + \frac{u}{p}\sqrt{\frac{2pq}{n}}\right) - (n-x)\log.\left(1 + \frac{u}{q}\sqrt{\frac{2pq}{n}}\right);$$

en développant ces logarithmes et réduisant, on trouve, au degré d'approximation où nous nous arrêtons, $-u^2$ pour la valeur du second membre de cette équation; on aura par conséquent

$$\left(\frac{np}{x}\right)^x\left(\frac{nq}{n-x}\right)^{n-x}=e^{-u^2};$$

et comme on a en même temps

$$\frac{x(n-x)}{n^2}=pq,$$

la formule (1) deviendra

$$P=\frac{e^{-u^2}}{\sqrt{2\pi npq}};$$

ce qu'il s'agissait de vérifier.

(9) En appelant x' le nombre de fois que A arrivera sur les nombre n d'épreuves, nous pourrons aussi dire que U est la probabilité que la différence $\frac{x'}{n}-p$ sera comprise entre les deux limites :

$$\pm u\sqrt{\frac{2pq}{n}},$$

qui seront également celles de la différence $\frac{n-x'}{n}-q$, en changeant leurs signes.

On pourra toujours prendre u assez grand pour que cette probabilité U diffère aussi peu qu'on voudra de la certitude. Il ne sera pas même nécessaire de donner à u une grande valeur, pour rendre très-petite la différence $1-U$: il suffira, par exemple, de prendre u égal à cinq ou six, pour que l'exponentielle e^{-u^2}, l'intégrale $\int_u^\infty e^{-t^2}dt$, et par suite la valeur de $1-U$, soient presque insensibles. Cette remarque est importante ; car l'analyse précédente exige, effectivement, que u ne soit pas un nombre considérable, puisque u diffère

très-peu de r, et qu'en calculant la valeur de k dans le n° 7, nous avons négligé les quantités de l'ordre de $\frac{r^2}{n}$; ce qui suppose que r ou u ne soit pas comparable à $\sqrt{n}$.

La valeur de u ayant été convenablement choisie, et demeurant constante, les limites de $\frac{x'}{n} - p$ se resserreront de plus en plus à mesure que le nombre n augmentera ; le rapport $\frac{x'}{n}$ du nombre de fois que l'événement A arrivera au nombre total des épreuves, différera donc de moins en moins de la probabilité p de cet événement ; et l'on pourra toujours prendre n assez grand pour qu'il y ait la probabilité U que la différence $\frac{x'}{n} - p$ sera aussi petite que l'on voudra ; ce qui est, comme on sait, le théorème de Jacques Bernouilli sur la répétition, dans un très-grand nombre d'épreuves, d'un événement dont la chance est donnée *à priori*.

(10) Nous avons supposé, pour parvenir à ce théorème, que x et $n - x$ sont de très-grands nombres, aussi bien que leur somme ; d'après les valeurs de x et $n - x$ du n° 7, il faudra donc que les produits pn et qn soient très-grands ; mais si la probabilité p est très-petite, de telle sorte que pn soit une fraction, ou un nombre peu considérable, il sera très-probable que A n'arrivera qu'un très-petit nombre de fois sur un très-grand nombre n d'épreuves ; et dans ce cas, la formule (2) fera connaître sans difficulté, la probabilité X que ce nombre de fois n'excédera pas x.

En effet, soit $pn = \omega$; en négligeant le rapport $\frac{x}{n}$, la quantité comprise entre les parenthèses dans la formule (2), de-

viendra

$$1+\omega+\frac{\omega^2}{2}+\frac{\omega^3}{2.3}+\ldots+\frac{\omega^x}{1.2.3\ldots x};$$

on aura, en même temps,

$$q=1-\frac{\omega}{n},\ q^{-x}=1,\ q^n=e^{-\omega};$$

il en résultera donc

$$X=\left(1+\omega+\frac{\omega^2}{2}+\frac{\omega^3}{2.3}+\ldots+\frac{\omega^x}{1.2.3\ldots x}\right)e^{-\omega},$$

ou, ce qui est la même chose,

$$X=1-\frac{\omega^{x+1}e^{-\omega}}{1.2.3\ldots x+1}\left(1+\frac{\omega}{x+2}+\frac{\omega^2}{x+2.x+3}+\text{etc.}\right).$$

Or, on voit que si x n'est pas un petit nombre, cette valeur de X différera très-peu de l'unité. Si l'on a, par exemple, $x=10$ et $\omega=1$, la différence $1-X$ sera à peu près un cent millionième, c'est-à-dire qu'il est presque certain qu'un événement dont la chance est $\frac{1}{n}$, n'arrivera pas plus de dix fois, sur un très-grand nombre n d'épreuves.

Dans le cas de $x=0$, on a $X=e^{-\omega}$, pour la probabilité que sur un très-grand nombre n d'épreuves, un événement dont la change est $\frac{\omega}{n}$ n'arrivera pas une seule fois.

(11) L'intégrale $\int_u^\infty e^{-t^2}dt$ que contient la formule (13), se calculera, en général, par la méthode des quadratures. On trouve, à la fin de l'*Analyse des réfractions* de Kramp, une table de ses valeurs qui s'étend depuis $u=0$ jusqu'à

$u=3$, et d'après laquelle, on a

$$\int_u^\infty e^{-t^2}dt=0{,}000019577,$$

pour $u=3$. Au moyen de l'intégration par partie, on trouve

$$\int_u^\infty e^{-t^2}dt=\frac{e^{-u^2}}{2u}\left(1-\frac{1}{2u^2}+\frac{1.3}{2^2u^4}-\frac{1.2.3}{2^3u^6}+\text{etc.}\right); \qquad (14)$$

pour $u>3$, la série comprise entre les parenthèses sera suffisamment convergente, et cette formule pourra servir à calculer les valeurs de l'intégrale. On a aussi

$$\int_u^\infty e^{-t^2}dt=\tfrac{1}{2}\sqrt{\pi}-\int_0^u e^{-t^2}dt;$$

et en développant l'exponentielle e^{-t^2} suivant les puissances de t^2, on aura

$$\int_0^u e^{-t^2}dt=u-\frac{u^3}{1.3}+\frac{u^5}{1.2.5}-\frac{u^7}{1.2.3.7}+\text{etc.};$$

série qui sera très-convergente pour les valeurs de u moindres que l'unité.

Si l'on veut calculer la valeur de u pour laquelle on a $U=\frac{1}{2}$, on fera usage de cette dernière série, et d'après l'équation (13), on aura

$$u-\frac{u^3}{1.3}+\frac{u^5}{1.2.5}-\frac{u^7}{1.2.3.7}+\text{etc.}=\tfrac{1}{4}\sqrt{\pi}+\frac{e^{-u^2}}{2\sqrt{2npq}}.$$

En désignant par a la valeur de u qui satisfait à cette équation, abstraction faite du deuxième terme de son second

membre, nous aurons ensuite

$$u = a + \frac{1}{2\sqrt{2npq}},$$

aux quantités près de l'ordre de $\frac{1}{n}$. Après quelques essais, on trouve $a = 0{,}4765$ pour la valeur approchée de a; d'où il résulte qu'il sera également probable que la différence $\frac{x'}{n} - p$ tombera en dehors ou en dedans des limites :

$$\pm\left(0{,}4765.\sqrt{\frac{2pq}{n}} + \frac{1}{2n}\right).$$

Pour une valeur quelconque de u, la différence des deux quantités $\frac{x'}{n} - p$ et $\frac{n-x'}{n} - q$, aura pour limites le double de $\pm u\sqrt{\frac{2pq}{n}}$; si donc on a $p = q = \frac{1}{2}$, il y aura une probabilité égale à $\frac{1}{2}$, que la quantité $\frac{2x'-n}{n}$, sera comprise entre les limites

$$\pm\left(\frac{0{,}6739}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n}\right);$$

par conséquent il sera également probable que la différence $x' - (n - x')$ entre les nombres des événements A et B, dont les chances sont égales, surpassera ou sera moindre que $0{,}6739.\sqrt{n} + 1$, abstraction faite du signe. D'après la formule (1), on aurait

$$P = \sqrt{\frac{2}{\pi n}} = \frac{0{,}7979}{\sqrt{n}},$$

pour la probabilité que cette différence serait précisément nulle.

§ II.

Probabilités des événements simples et des événements futurs d'après les événements observés.

(12) Jusqu'ici nous avons supposé connue *à priori*, la chance p de l'événement A, et nous en avons conclu la probabilité d'un événement futur, relatif à la répétition de A sur un très-grand nombre d'épreuves; mais dans les applications du calcul des hasards aux phénomènes naturels, et particulièrement dans la question indiquée par le titre de ce Mémoire, la valeur de p doit, au contraire, se déduire autant qu'il est possible, des événements observés en très-grands nombres, pour servir ensuite à calculer la probabilité des événements futurs. C'est ce problème qui va maintenant nous occuper.

Supposons d'abord que la probabilité inconnue p de l'événement A, ne soit susceptible que de m valeurs différentes qui pourront être différemment probables. Représentons ces m valeurs par

$$v_1, v_2, v_3, \ldots\ldots v_n, \ldots\ldots v_m,$$

et leurs probabilités respectives par

$$R_1, R_2, R_3, \ldots\ldots R_n, \ldots\ldots R_m.$$

Soient aussi

$$V_1, V_2, V_3, \ldots\ldots V_n, \ldots\ldots V_m,$$

les probabilités correspondantes d'un événement composé

C, en sorte que V_n désigne la probabilité de C en fonction de v_n qui aurait lieu s'il était certain qu'on eût $p = v_n$. Par hypothèse, l'événement composé C a été observé; et l'on demande la probabilité R_n que son arrivée répond à la probabilité v_n de l'événement simple A.

Pour déterminer R_n, je suppose qu'on réduise toutes les fractions V_1, V_2, etc., au même dénominateur, et qu'on les remplace par

$$\frac{N_1}{\mu}, \frac{N_2}{\mu}, \frac{N_3}{\mu}, \ldots\ldots \frac{N_n}{\mu}, \ldots\ldots \frac{N_m}{\mu},$$

μ, N_1, N_2, etc., étant des nombres entiers. La question proposée est évidemment la même que si l'on avait un nombre m d'urnes, contenant chacune le nombre μ de boules; dont la première renfermât le nombre N_1 de boules blanches, la seconde en contînt un nombre N_2, la troisième un nombre N_3, et ainsi de suite; que l'on eût extrait une boule blanche de ces vases, et que l'on demandât la probabilité que cette boule est sortie de la $n^{ième}$ urne. L'extraction d'une boule blanche est le fait observé, ou l'événement C, et la sortie de la $n^{ième}$ urne est le cas où ce fait coïncide avec l'hypothèse $p = v_n$ qui donne à C une probabilité $\frac{N_n}{\mu}$, ou V_n.

Cela posé, marquons les boules de la première urne, du n° 1; celles de la deuxième urne, du n° 2; etc. Puisque le nombre des boules est le même et égal à μ pour les différents numéros, il est évident qu'on peut les réunir toutes dans un même vase, sans rien changer à la probabilité d'amener une boule blanche portant le n° n, ou provenant de la $n^{ième}$ urne. Or, si l'on fait

$$N_1 + N_2 + \ldots + N_m = \lambda,$$

λ sera le nombre total de boules blanches contenues dans ce vase unique, et, par conséquent, si on suppose que l'on en ait extrait une boule blanche, le rapport $\frac{N_n}{\lambda}$ sera la probabilité que cette boule est marquée du n° n, ou la valeur demandée de R_n. Donc en divisant les deux termes de cette fraction par μ, on aura

$$R_n = \frac{V_n}{\Sigma V_n};$$

la somme Σ s'étendant à toutes les valeurs de l'indice n, depuis $n = 1$ jusqu'à $n = m$.

Soit C′ une autre événement composé et dépendant de A; appelons V'_n la probabilité de C′ en fonction de v_n, qui aurait lieu si l'on avait certainement $p = v_n$; comme cette valeur de p n'a elle-même qu'une probabilité R_n, la coïncidence de l'événement C′ et de $p = v_n$, est un événement composé de deux autres, qui aura pour probabilité le produit $V'_n R_n$, de celles de ces deux événements. Cela étant, si l'on désigne par T la probabilité de C′, relative aux m valeurs différentes de p, on aura

$$T = \Sigma V'_n R_n,$$

la somme Σ ayant la même signification que plus haut; et en substituant pour R_n sa valeur précédente, il en résultera

$$T = \frac{\Sigma V'_n V_n}{\Sigma V_n}.$$

(13) Supposons actuellement que la probabilité p de A soit susceptible de toutes les valeurs possibles depuis zéro jusqu'à l'unité; leur nombre m sera infini, et la probabilité de cha-

cune d'elles deviendra infiniment petite. En représentant par v une valeur quelconque de p, et par V, V', R, ce que deviennent V_n, V'_n, R_n, quand on y met v à la place de v_n; multipliant haut et bas par dv, les formules précédentes; observant enfin que les sommes Σ se changeront en intégrales définies, prises depuis $v=0$ jusqu'à $v=1$; nous aurons

$$R=\frac{V\,dv}{\int_0^1 V\,dv},\quad T=\frac{\int_0^1 V'V\,dv}{\int_0^1 V\,dv}.$$

Si l'on désigne par Z la probabilité que la valeur de p sera comprise entre des limites données a et b, Z aura pour valeur une quantité finie, savoir:

$$Z=\frac{\int_a^b V\,dv}{\int_0^1 V\,dv}.$$

Soit, en même temps Q, la probabilité que l'événement C' répondra à l'une des valeurs de p comprises entre ces limites; on aura aussi

$$Q=\frac{\int_a^b V'V\,dv}{\int_0^1 V\,dv}.$$

D'après ces expressions de T, Z, Q, on aura

$$T<Q+M(1-Z)\text{ et }>Q+M'(1-Z),$$

en appelant M et M' la plus grande et la plus petite valeur de V' qui répondent aux valeurs de p comprises depuis $p=0$ jusqu'à $p=a$ et depuis $p=b$ jusqu'à $p=1$, ou qui tombent hors des limites données a et b. Or, M et M' étant des quantités positives qui ne peuvent pas surpasser l'unité, si la dif-

férence $1-Z$ est assez petite pour qu'on la néglige, la probabilité totale T de l'événement C', coïncidera avec Q, ce qui en simplifiera le calcul. Ce cas aura lieu dans les diverses applications que nous allons faire des formules précédentes.

(14) Si l'événement observé C consiste en ce que, sur un nombre m d'épreuves, A est arrivé un nombre s de fois, on aura, d'après la première équation du n° 1,

$$V=\frac{1.2.3\ldots m}{1.2.3\ldots s.1.2.3\ldots m-s}v^s(1-v)^{m-s},$$

et par conséquent,

$$R=\frac{v^s(1-v)^{m-s}ds}{\int_0^1 v^s(1-v)^{m-s}ds},\quad Z=\frac{\int_a^b v^s(1-v)^{m-s}ds}{\int_0^1 v^s(1-v)^{m-s}ds}.$$

Appelons g la valeur de v qui rend un *maximum*, le coefficient de dv sous le signe $\int$, et G la valeur correspondante de ce coefficient; nous aurons

$$g=\frac{s}{m},\quad G=\left(\frac{s}{m}\right)^s\left(\frac{m-s}{m}\right)^{m-s}.$$

Faisons ensuite

$$v^s(1-v)^{m-1}=Ge^{-t^2};$$

t étant une nouvelle variable, dont les valeurs $t=-\infty$, $t=0$, $t=\infty$, répondront à $v=0$, $v=g$, $v=1$. En prenant les logarithmes des deux membres de cette équation, on en déduira ensuite pour v, une valeur en série de la forme :

$$v=g+g't+g''t^2+g'''t^3+\text{etc.},$$

g', g'', g''', etc., étant des coefficients indépendants de t,

dont les valeurs se détermineront par la substitution de cette série dans l'équation logarithmique, et par la comparaison des termes semblables dans les deux membres. Nous supposerons que s et $m-s$, sont de très-grands nombres, comparables à leur somme m; et alors ces coefficients g', g'', g''', etc., formeront une série très-rapidement décroissante, dont les termes seront de l'ordre des fractions $\frac{1}{\sqrt{m}}, \frac{1}{m}, \frac{1}{m\sqrt{m}}$, etc. Les deux premiers auront pour valeurs :

$$g'=\sqrt{\frac{2(m-s)s}{m^3}}, \quad g''=\frac{2(m-2s)}{3m^2};$$

ce qui donne pour leur rapport :

$$\frac{g''}{g'}=\frac{2(m-2s)}{3\sqrt{2ms(m-s)}}.$$

Au moyen de cette transformation et en négligeant les quantités de l'ordre de $\frac{1}{m}$, on aura

$$\int_0^1 v^s(1-v)^{m-s}dv=G\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\frac{dv}{dt}dt=Gg'\sqrt{\pi}.$$

Désignons par z une quantité positive qui ne soit pas très-grande, et prenons

$$a=g-g'z, \quad b=g+g'z,$$

pour les limites de l'intégrale qui forme le numérateur de Z; faisons ensuite

$$v=g+g'\theta, \quad dv'=g'd\theta;$$

les valeurs correspondantes de θ seront $\pm z$; et comme on aura

$$t=\theta-\frac{g''}{g'}\theta^2, \quad e^{-t^2}=e^{-\theta^2}\left(1+\frac{2g''\theta^3}{g'}\right),$$

en négligeant toujours les quantités de l'ordre de $\frac{1}{m}$, il en résultera

$$\int_a^b v^s (1-v)^{m-s} dv = \mathrm{G}g' \int_{-z}^{z} e^{-\theta^2} \left(1 + \frac{2g''\theta^3}{g'}\right) d\theta$$

$$= 2\,\mathrm{G}g' \int_0^z e^{-\theta^2} d\theta.$$

La valeur de Z sera donc simplement

$$\mathrm{Z} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\theta^2} d\theta; \qquad (a)$$

et elle exprimera la probabilité que la valeur de p est comprise entre les limites :

$$\frac{s}{m} \pm g' z. \qquad (b)$$

En même temps la probabilité R d'une valeur intermédiaire :

$$p = \frac{s}{m} + g'\theta, \qquad (c)$$

aura pour expression

$$\mathrm{R} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2} \left(1 + \frac{2g''\theta^3}{g'}\right) d\theta. \qquad (d)$$

Nous prendrons toujours la quantité z assez grande pour que Z diffère très-peu de l'unité, et qu'on puisse, en conséquence, regarder Q comme exprimant, avec une approximation suffisante, la probabilité de l'événement C'. En faisant $z = 3$, par exemple, on aura

$$\mathrm{Z} = 1 - 0{,}00002209;$$

et l'on pourra négliger la différence $1 - Z$. De cette manière la probabilité de C′ sera

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-z}^{z} \Pi e^{-\theta^2} \left(1 + \frac{2g''\theta^3}{g'}\right) d\theta ; \qquad (e)$$

Π désignant la probabilité du même événement qui aurait lieu si la valeur précédente de p était certaine, ou ce que devient la fonction V′ du numéro précédent quand on y remplace la variable v par cette valeur de p.

(15) Prenons pour C′ l'événement auquel se rapportent les formules (10), c'est-à-dire, le cas où, sur un nombre n d'épreuves, l'événement A arrivera un nombre de fois qui ne surpassera pas x, les deux parties x et $n - x$ de n étant supposées de très-grands nombres. Nous donnerons plus bas des exemples dans lesquels les deux rapports $\frac{x}{n+1}$ et $\frac{s}{m}$ ne seront pas très-peu différents l'un de l'autre; maintenant nous allons supposer que leur différence soit très-petite et de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m}}$; et nous la représenterons par $\gamma g'$, en sorte qu'on ait

$$\frac{x}{n+1} = \frac{s}{m} - \gamma g' , \qquad (f)$$

γ désignant une fraction ou un nombre peu considérable.

D'après l'équation (c), nous aurons

$$x = p(n+1) - (\gamma + \theta)(n+1)g' ,$$
$$n + 1 - x = q(n+1) + (\gamma + \theta)(n+1)g' ;$$

d'où l'on conclut

$$\frac{p}{q} = \frac{x}{n+1-x} + \frac{(\gamma+\theta)(n+1)^2 g'}{(n+1-x)^2} ,$$

en négligeant le carré de g'. Si donc nous supposons la quantité γ positive et $=z$ ou $>z$, le rapport $\frac{p}{q}$ surpassera la quantité h du n° 4 pour toutes les valeurs de θ contenues entre les limites $\pm z$ de l'intégrale que renferme la formule (e); par conséquent ce sera la première équation (10) dont il faudra faire usage pour former la valeur de X en fonction de θ, que nous aurons à substituer à la place de Π dans l'expression de Q.

Si nous faisons

$$(\gamma+\theta)(n+1)g' = r\sqrt{2pq(n+1)},$$

nous tirerons de l'équation (6), comme dans le n° 7,

$$k = r - \frac{(p-q)r^2}{3\sqrt{2pq(n+1)}},$$

en négligeant les quantités de l'ordre de $\frac{1}{n}$, et supposant qu'aucune des deux quantités p et q n'est une très-petite fraction. En vertu de l'équation (c) et de la valeur de g' dont on néglige le carré, on aura aussi

$$\frac{1}{\sqrt{pq}} = \frac{m}{\sqrt{s(m-s)}} - \frac{\theta(m-2s)\sqrt{m}}{s(m-s)\sqrt{2}}.$$

Soit encore, pour abréger,

$$\sqrt{\frac{n+1}{m}} = \alpha;$$

il en résultera

$$r = (\gamma+\theta)\alpha - \frac{(m-2s)(\gamma+\theta)\theta\alpha}{\sqrt{2ms(m-s)}};$$

et si α n'est pas une très-grande quantité, les seconds termes

de k et r seront de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m}}$, c'est-à-dire, de l'ordre des quantités que nous avons conservées jusqu'à présent. On pourrait continuer d'y avoir égard ; mais pour simplifier les calculs suivants, nous négligerons actuellement ces quantités, et nous prendrons simplement

$$k = r = (\gamma + \theta)\alpha.$$

En mettant sous le signe $\int$ dans la première formule (10), $(\gamma+\theta)\alpha t$ et $(\gamma+\theta)\alpha\, dt$ à la place de t et dt, et faisant $x = \frac{ns}{m}$ dans son second terme qui est de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{n}}$, cette formule deviendra

$$X = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_1^\infty e^{-(\gamma+\theta)^2\alpha^2 t^2} (\gamma+\theta)\, dt + \frac{(m+s)\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi n s (m-s)}} e^{-(\gamma+\theta)^2\alpha^2};$$

et si l'on substitue cette valeur de X à la place de Π dans l'équation (e), et que l'on supprime le terme multiplié par $\frac{g''}{g'}$, quantité de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m}}$, on aura, en intervertissant l'ordre des intégrations,

$$Q = \frac{\alpha}{\pi} \int_\alpha^\infty \left(\int_{-z}^{z} e^{-(\gamma+\theta)^2\alpha^2 t^2} e^{-\theta^2} (\gamma+\theta)\, d\theta \right) dt + \frac{(m+s)\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi n s (m-s)}} \int_{-z}^{z} e^{-(\gamma+\theta)^2\alpha^2} e^{-\theta^2}\, d\theta.$$

Par hypothèse, le facteur $e^{-\theta^2}$ est à peu près nul aux limites $\pm z$, ce qui permet d'étendre maintenant, sans erreur

sensible, les intégrales relatives à θ depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$. On aura alors

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\gamma+\theta)^2\alpha^2t^2-\theta^2}(\gamma+\theta)\,d\theta = \frac{\gamma\sqrt{\pi}}{(1+\alpha^2t^2)^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{\gamma^2\alpha^2t^2}{1+\alpha^2t^2}},$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\gamma+\theta)^2\alpha^2-\theta^2}\,d\theta = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{1+\alpha^2}}e^{\frac{\gamma^2\alpha^2}{1+\alpha^2}},$$

et par conséquent

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_1^{\infty} e^{-\frac{\gamma^2\alpha^2t^2}{1+\gamma^2\alpha^2}}\frac{\gamma\alpha\,dt}{(1+\alpha^2t^2)^{\frac{3}{2}}} + \Gamma,$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{\gamma\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} = 6, \quad \frac{(m+s)\sqrt{2}}{3\sqrt{ns(m-s)(1+\alpha^2)}}e^{-6^2} = \Gamma.$$

Soit enfin

$$\frac{\gamma\alpha t}{\sqrt{1+\alpha^2t^2}} = v, \quad \frac{\gamma\alpha\,dt}{(1+\alpha^2t^2)^{\frac{3}{2}}} = dv;$$

à la limite $t=1$, on aura $v=6$; à l'autre limite $t=\infty$, on aura $v=\gamma$, et l'on pourra prendre $v=\infty$, à cause de $\gamma=z$ ou $>z$; il en résultera donc

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_6^{\infty} e^{-v^2}\,dv + \Gamma,$$

pour la probabilité que sur un nombre n d'épreuves, l'événement A arrivera un nombre de fois qui n'excédera pas la valeur de x tirée de l'équation (f), laquelle valeur peut être

écrite ainsi :

$$x = \frac{(n+1)s}{m} - \frac{6}{m}\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s}.$$

Désignons par γ' une seconde quantité positive, égale ou supérieure à z, et par $6'$ et Γ', ce que deviennent 6 et Γ, quand on y met γ' au lieu de γ. En substituant $-\gamma'$ à γ dans l'équation (f), et faisant usage de la seconde formule (10), on trouvera, par une analyse semblable à la précédente

$$Q = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{6'}^{\infty} e^{-v^2}\,dv + \Gamma',$$

pour la probabilité que le nombre de fois dont il s'agit n'excédera pas la valeur de x exprimée par la formule :

$$x = \frac{(n+1)s}{m} + \frac{6'}{m}\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s}.$$

Donc, en appelant U l'excès de cette seconde valeur de Q sur la première, nous aurons

$$U = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{6}^{\infty} e^{-v^2}\,dv - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{6'}^{\infty} e^{-v^2}\,dv - \Gamma + \Gamma';$$

et U exprimera la probabilité que sur un nombre n d'épreuves, ce nombre de fois n'excédera pas la seconde valeur de x et surpassera la première au moins d'une unité.

(16) Pour comparer ce résultat à celui du n° 8, désignons par N le plus grand nombre entier contenu dans $\frac{ns}{m}$, par f la différence $\frac{ns}{m} - N$, et par u une quantité positive, telle que $\frac{u}{m}\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s}$ soit un nombre entier, très-petit

par rapport à N. Soit ensuite

$$\frac{s}{m}+f-\frac{6}{m}\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s}$$
$$=-\frac{u}{m}\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s},$$
$$\frac{s}{m}+f+\frac{6'}{m}\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s}$$
$$=\frac{u}{m}\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s};$$

U exprimera la probabilité que le nombre des événements A sur un nombre n d'épreuves, sera renfermé entre les limites :

$$N\pm\frac{u}{m}\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s}, \qquad (g)$$

ou égal à l'une d'elles. De plus, on aura à très-peu près

$$6'=6=u,$$

et exactement

$$6+6'=2u+\frac{m}{\sqrt{2(n+1)(1+\alpha^2)(m-s)s}};$$

au moyen de quoi la valeur précédente de U deviendra

$$U=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_u^\infty e^{-t^2}dt+\frac{m\,e^{-u^2}}{\sqrt{2n(1+\alpha^2)(m-s)s}},$$

en négligeant les quantités de l'ordre de $\frac{1}{n}$, ce qui fait disparaître la différence $\Gamma-\Gamma'$, et employant la lettre t au lieu de v sous le signe $\int$. Comme on a supposé $\gamma=z$ ou $>z$, il faudra que u ne soit pas moindre que $\frac{\alpha z}{\sqrt{1+\alpha^2}}$; quel que soit α ou $\sqrt{\frac{n}{m}}$, on satisfera à cette condition et l'on rendra la

probabilité U très-peu différente de l'unité, en prenant $u = z$ ou $> z$.

Si le nombre n est très-petit par rapport à m, et seulement d'une grandeur comparable à $\sqrt{m}$, la quantité α sera de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m}}$, et l'on devra remplacer le facteur $1 + \alpha^2$ par l'unité dans les formules précédentes; ce qui réduit les limites (g) à

$$N \pm \frac{u}{m}\sqrt{2(n+1)(m-s)s},$$

et leur probabilité à

$$U = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_u^\infty e^{-t^2}\,dt + \frac{me^{-u^2}}{\sqrt{2\pi n(m-s)s}}.$$

Or, ce résultat coïncide avec celui du n° 8, quand on fait, dans les formules de ce numéro,

$$p = \frac{s}{m}, \quad q = \frac{m-s}{m}.$$

Lors donc que le nombre n des événements futurs est très-petit eu égard au nombre m des événements observés, les limites du nombre de fois que A arrivera et leur probabilité pourront se calculer en prenant pour la probabilité p de A, le rapport $\frac{s}{m}$ du nombre de fois que cet événement est arrivé au nombre total des observations, comme si cette valeur de p était certaine et donnée *à priori*. Mais il n'en est pas ainsi quand les deux nombres n et m sont du même ordre de grandeur : quoique la valeur de p conclue de l'expérience, soit comprise, avec une p obabilité qui diffère très-peu de la cer-

titude, entre des limites qui s'écartent aussi très-peu de $\frac{s}{m}$, cependant, toutes choses d'ailleurs égales, le nombre de fois que A arrivera sera renfermé entre des limites moins étroites que celles qui auraient lieu s'il était certain qu'on eût $p=\frac{s}{m}$. On pourra alors supprimer le dernier terme de la valeur de U, qui sera de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m}}$, et prendre simplement

$$U=1-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_u^\infty e^{-t^2}\,dt. \qquad (h)$$

C'est aussi à cela que se réduit la formule (13) quand on néglige son dernier terme; mais les limites auxquelles elle répond sont plus resserrées dans le rapport de $\sqrt{1+\alpha^2}$ à l'unité, ou de $\sqrt{m+n}$ à $\sqrt{m}$, que les limites (g) relatives au cas dont nous nous occupons maintenant.

(17) Dans les applications qu'on fera, des résultats précédents, on ne devra pas perdre de vue la supposition sur laquelle ils sont fondés, que l'événement simple A est toujours le même, en entendant par là que sa probabilité inconnue p demeure invariable pendant toutes les épreuves passées et futures. Supposons, par exemple, que l'on ait une urne qui contienne un nombre inconnu et considéré comme infini, de boules blanches et de boules noires, et que l'événement A soit l'arrivée d'une boule blanche. Sa probabilité p sera le rapport du nombre de boules blanches au nombre total; elle sera inconnue, lorsque la proportion des deux espèces de boules ne sera aucunement donnée; et de plus, p sera susceptible de toutes les valeurs possibles, depuis zéro jusqu'à l'unité, à cause du nombre de boules supposé infini. Par la

même raison, cette probabilité ne changera pas pendant un nombre fini d'épreuves, lors même qu'à chaque tirage, on ne remettra pas dans l'urne la boule qui en sera sortie. Cela étant, si l'on a tiré de cette urne s boules blanches et $m-s$ boules noires, et que ces nombres s et $m-s$ soient tous deux très-grands, il y aura la probabilité Z donnée par l'équation (a), que la valeur de p est comprise entre les limites (b), et la probabilité U donnée par l'équation (h), que sur un nombre n aussi très-grand, de nouvelles épreuves, celui des boules blanches qu'on tirera de la même urne sera compris entre les limites (g).

Au lieu d'une seule urne, supposons qu'on en ait un nombre m, et qu'on tire une boule de chacune d'elles. Si la proportion des boules blanches et noires est la même dans tous ces vases, la probabilité p d'amener une boule blanche sera invariable pendant les m tirages; mais, en général, elle variera avec cette proportion d'une manière quelconque; or, on pourra néanmoins calculer la chance des événements composés, comme si la valeur de p, connue ou inconnue, était constante et égale à la moyenne de ses valeurs pour toutes les urnes. En effet, soit $p_1, p_2, p_3, \ldots p_m$, ces m valeurs; l'ordre des tirages ne pouvant avoir aucune influence sur le résultat, on peut supposer que les urnes dans lesquelles ils ont lieu, soient prises successivement au hasard. La probabilité, au premier tirage, d'amener une boule blanche, ou de l'événement A, sera alors $\frac{1}{m}\Sigma p_i$, la somme Σ s'étendant à toutes les valeurs de l'indice i depuis $i=1$ jusqu'à $i=m$. Au second tirage, la probabilité de A sera

$$\frac{\Sigma p_i - p_{i'}}{m-1},$$

si l'urne dans laquelle s'est fait le premier, répond à $p_{i'}$; mais cette urne ayant été prise au hasard, il faudra dans cette expression, donner à i' toutes les valeurs depuis $i'=1$ jusqu'à $i'=m$, prendre la somme des résultats, et diviser par m, pour avoir la seconde probabilité de A, qui sera alors

$$\frac{m\Sigma p_i - \Sigma p_{i'}}{m(m-1)},$$

quantité encore égale à $\frac{1}{m}\Sigma p_i$. Au troisième tirage, la probabilité de A sera

$$\frac{\Sigma p_i - p_{i'} - p_{i''}}{m-2},$$

si le premier et le second ont eu lieu dans les urnes qui répondent respectivement à $p_{i'}$ et $p_{i''}$; à cause que ces deux urnes ont été prises au hasard, il faudra d'abord, sans faire varier i', donner à i'' toutes les valeurs depuis l'unité jusqu'à m, excepté i', et diviser la somme des résultats par le nombre de ces valeurs ou par $m-1$, ce qui donne

$$\frac{(m-1)\Sigma p_i - (m-1)p_{i'} - \Sigma p_{i''} + p_{i'}}{(m-1)(m-2)},$$

quantité qui se réduit à

$$\frac{\Sigma p_i - p_{i'}}{m-1},$$

à cause de $\Sigma p_{i''} = \Sigma p_i$. Il faudra ensuite donner à i' toutes les valeurs depuis $i'=1$ jusqu'à $i'=m$, et diviser par m la somme des résultats; d'où il résultera $\frac{1}{m}\Sigma p_i$ pour la probabilité de A au troisième tirage, comme aux deux premiers. En continuant ainsi, on verra que la valeur de p sera la même

et égale à $\frac{1}{m}\Sigma p_i$ dans tous les tirages. Mais on peut aussi s'en assurer, en observant que cette valeur ne peut être qu'une fonction linéaire de p_1, p_2, etc., symétrique à l'égard de ces m quantités; on peut donc la représenter par $p = \mu\,\Sigma p_i$, μ étant un coefficient indépendant de p_1, p_2, etc.; dans le cas où ces m quantités sont égales entre elles, on aura donc $p = m\mu p_i$, et comme alors on doit avoir $p = p_i$, il faut que le produit $m\mu$ soit l'unité; d'où il résulte $p = \frac{1}{m}\Sigma p_i$, quels que soient p_1, p_2, etc.

Ainsi, lorsque la proportion des boules blanches et noires sera donnée pour chaque urne en particulier, on calculera, par les formules des n^os^ 6 et 8, la probabilité que le nombre des arrivées d'une boule blanche n'excédera pas un nombre donné, ou sera compris entre des limites données, en mettant, dans ces formules, à la place de p, la moyenne de ses valeurs relatives à toutes les urnes. Réciproquement, si cette proportion est inconnue, et que la probabilité p soit susceptible de toutes les valeurs possibles pour chacune des urnes, les limites (b) du n° 14 et leur probabilité répondront à la moyenne des valeurs inconnues de p pour toutes les urnes, et les formules du n° 16 feront connaître les limites des arrivées de A et leur probabilité, quand les tirages auront lieu dans le même système d'urnes, ou dans un autre système pour lequel la moyenne des valeurs de p soit supposée la même que pour le premier.

C'est à ce cas des urnes différentes qu'il faut assimiler les questions relatives aux naissances des filles et des garçons. L'événement A sera la naissance d'un garçon dont la probabilité p est susceptible de toutes les valeurs possibles depuis zéro jusqu'à l'unité. Quand on considère les naissances des

deux sexes pendant un certain temps et dans un pays d'une certaine étendue, la valeur inconnue de p peut varier avec les époques et les localités, et sans doute elle n'est pas la même pour tous les pères et mères. La moyenne de toutes ces valeurs différentes est la quantité p dont on détermine les limites; et c'est en supposant que cette moyenne ne variera pas, que l'on calcule la probabilité des naissances masculines pendant un autre intervalle de temps. Ces observations n'étaient pas inutiles pour déterminer avec précision l'objet des calculs suivants.

(18) Soit m le nombre des enfants nés en France depuis 1817 jusqu'à 1826 inclusivement, et s le nombre des naissances masculines pendant ces dix années. Nous aurons

$$m = 9656135, \quad s = 4981566;$$

en prenant $z = 3$, les limites (b) de la probabilité p d'une naissance masculine, telle qu'elle vient d'être définie, seront

$$0{,}5159 \pm 0{,}0007,$$

et d'après l'équation (a), leur probabilité z sera 0,999978, ou presque égale à l'unité, en sorte qu'on peut regarder comme à très-peu près certain, qu'en France et à l'époque actuelle, la probabilité de la naissance d'un garçon est comprise entre 0,5152 et 0,5166.

Soit ensuite n le nombre moyen des naissances annuelles, pour lequel on peut prendre le 10^{e} des naissances de 1817 à 1826; on aura

$$n = \frac{m}{10}, \quad \mathrm{N} = 498156;$$

et si l'on fait $u = 3$, les limites (g) seront

$$498156(1 \pm 0{,}004386).$$

Elles répondront aux naissances masculines en France pendant une année; et leur probabilité U donnée par la formule (λ), sera la même que Z, ou à peu près la certitude. Les limites correspondantes des naissances féminines auront pour expression :

$$467456(1 \mp 0{,}004679);$$

et celles qui en résultent pour le rapport des naissances annuelles des deux sexes, seront

$$1{,}0656(1 \pm 0{,}0091),$$

c'est-à-dire, 1,0753 et 1,0559. Celles-ci comprennent, en effet, les valeurs de ce rapport qui ont eu lieu pendant les dix années que nous considérons et qui sont citées au commencement de ce Mémoire; mais cela n'empêche pas, comme on le verra plus loin, qu'il ne soit très-probable que dans cet intervalle de temps, la chance d'une naissance masculine a un peu varié d'une année à l'autre.

(19) D'après l'équation (c) et les valeurs précédentes de m et de s, on aura

$$p = 0{,}5159 + \theta(0{,}00023),$$
$$q = 0{,}4841 - \theta(0{,}00023),$$

et les limites de la variable θ étant ± 3, l'équation (e) deviendra en même temps

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-3}^{3} \Pi e^{-\theta^2} [1 - \theta^3(0{,}00002)] \, d\theta.$$

Si l'on prend pour l'événement C' dont Q est la probabilité, le cas où sur 12,000 naissances, par exemple, celles des garçons n'excéderont pas les naissances des filles, il faudra mettre à la place de Π dans cette équation, la valeur de X déterminée par les équations (11) du n° 6, dans lesquelles on fera $n = 12000$ et l'on substituera les valeurs précédentes de p et q.

En développant le second membre de la deuxième équation (11) suivant les puissances de θ, on trouve alors

$$k' = 6{,}1028 + \theta(0{,}1761) + \theta'(0{,}00127) + \text{etc.};$$

d'où l'on tire

$$\frac{1}{2k} = 0{,}2024 - \theta(0{,}0029) + \text{etc.};$$

la formule (14) donne ensuite

$$\int_k^\infty e^{-t^2} dt = e^{-k^2}[0{,}1883 - \theta(0{,}0023) + \text{etc.}];$$

et la première équation (11) devient

$$X = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2}[0{,}2012 - \theta(0{,}0023) + \text{etc.}].$$

Après avoir mis cette valeur de X à la place de Π dans l'expression de Q, on pourra étendre l'intégrale depuis $\theta = -\infty$ jusqu'à $\theta = +\infty$, à cause de la petitesse du facteur $e^{-k^2-\theta^2}$ aux limites $\theta = \pm 3$ que nous avons supposées. Cela étant, si l'on fait

$$\theta = \frac{\theta'}{\sqrt{1{,}00127}} - \frac{0{,}1761}{2(1{,}00127)},$$

les limites relatives à θ' seront encore $\pm\infty$, et l'on aura, à très-peu près

$$k^2 + \theta^2 = \theta'^2 + 6{,}0951 ;$$

d'où l'on conclura

$$Q = \frac{(0{,}2014)\, e^{-6{,}0951}}{\pi \sqrt{1{,}00127}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\theta'^2}\, d\theta' = 0{,}000256.$$

Le nombre 12000 que nous avons pris pour n, est à peu près celui des naissances annuelles dans un département d'une population moyenne; si donc la probabilité inconnue d'une naissance masculine était la même pour chaque département que pour la France entière, il serait très-peu probable que dans une année et dans l'étendue d'un département, le nombre des naissances des garçons n'excéderait pas celui des naissances des filles. Il y aurait, au contraire, près de 4000 à parier contre un que le premier nombre surpasserait le second; et comme l'événement contraire est arrivé plusieurs fois pendant les dix années que nous avons considérées, il en faut conclure que la chance d'une naissance masculine dépend des localités, en sorte qu'elle varie, pour une même année, d'un département à un autre, et pour un même département, d'une année à une autre.

(20) Comme c'est à Paris et parmi les enfants naturels que le nombre des naissances féminines approche le plus chaque année d'être égal à celui des naissances des garçons, on peut désirer connaître la probabilité que le second nombre n'excédera pas le premier. Or, les nombres m et s relatifs à ces naissances, pendant les treize années écoulées depuis 1815 jusqu'à 1827, sont

$$m = 122404, \quad s = 62239;$$

d'où il résulte, d'après l'équation (*c*),

$$p = 0{,}50847 + \theta\,(0{,}002021),$$
$$q = 0{,}49153 - \theta\,(0{,}002021),$$

et, en vertu de l'équation (*e*)

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-3}^{3} \Pi e^{-\theta^2} [1 - \theta^3 (0{,}000092)]\, d\theta,$$

en prenant toujours ± 3 pour les limites de la variable θ. Je prendrai, en outre

$$n = 10000,$$

pour le nombre moyen des naissances hors de mariage qui ont lieu chaque année à Paris; au moyen des équations (11) et de ces valeurs de p, q, n, je formerai l'expression de X que je substituerai ensuite dans la formule précédente à la place de Π: la valeur de Q sera la probabilité demandée.

Si nous faisons

$$0{,}00847 + \theta\,(0{,}002021) = \tfrac{1}{2}\alpha,$$

nous aurons

$$p = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\alpha, \quad q = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\alpha;$$

et parce qu'on néglige les quantités de l'ordre de $\frac{1}{n}$, la seconde équation (11) deviendra

$$k^2 = -\frac{n+1}{2} \log.(1 - \alpha^2) + \tfrac{1}{2} \log. \frac{1+\alpha}{1-\alpha}.$$

Si l'on néglige aussi le cube de α et le produit $n\alpha^4$, on aura

$$k^2 = \frac{n+1}{2}\alpha^2 + \alpha = \mathcal{E}^2 + \frac{2\mathcal{E}}{\sqrt{2(n+1)}},$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{n+1}{2}\alpha^2 = \mathcal{E}^2,$$

de sorte qu'on ait

$$\mathcal{E} = 1{,}1979 + \theta\,(0{,}2858).$$

Le développement de $\frac{1}{k}$ suivant les puissances de θ, ne serait pas une série assez convergente pour qu'on puisse employer, comme dans le n° précédent, la formule (14) à la détermination de l'intégrale $\int_k^\infty e^{-t^2}\,dt$; mais on aura

$$k = \mathcal{E} + \frac{1}{\sqrt{2n}};$$

par conséquent

$$\int_k^\infty e^{-t^2}\,dt = \int_{\mathcal{E}}^\infty e^{-t^2}\,dt - \frac{1}{\sqrt{2n}}e^{-\mathcal{E}^2};$$

et si l'on met $\mathcal{E}t$ et $\mathcal{E}\,dt$ à la place de t et dt sous le signe $\int$, la première équation (11) deviendra

$$X = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{\pi}}\int_1^\infty e^{-\mathcal{E}^2t^2}\,dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi n}}e^{-\mathcal{E}^2}.$$

C'est donc cette valeur de X que je substitue dans celle de Q à la place de Π. J'étends ensuite les intégrales relatives à θ depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$, ce qui est permis, à cause de la grandeur des exposants $\mathcal{E}^2t^2 + \theta^2$ et $\mathcal{E}^2 + \theta^2$ aux deux limites

$\theta \pm 3$; je supprime le terme dépendant de θ^3 que son coefficient rend négligeable; de cette manière, il vient

$$Q = \frac{1}{\pi}\int_1^\infty \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-6^2t^2-\theta^2}\, 6\, d\theta\right) dt + \frac{1}{\pi\sqrt{2n}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-6^2-\theta^2}\, d\theta.$$

Par les formules connues, on trouve

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-6^2t^2-\theta^2}\, 6\, d\theta = \frac{a\sqrt{\pi}}{(1+b^2t^2)^{\frac{3}{2}}}\, e^{-\frac{a^2t^2}{1+b^2t^2}},$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-6^2-\theta^2}\, d\theta = \frac{\sqrt{\pi}}{(1+b^2)^{\frac{1}{2}}},$$

en posant

$$a = 1{,}1979, \quad b = 0{,}2858.$$

Soit ensuite

$$\frac{at}{\sqrt{1+b^2t^2}} = v, \quad \frac{a}{\sqrt{1+b^2}} = c;$$

d'où il résultera

$$\int_1^\infty \frac{a\,dt}{(1+b^2t^2)^{\frac{3}{2}}}\, e^{-\frac{a^2t^2}{1+b^2t^2}} = \int_c^{\frac{a}{b}} e^{-v^2}\, dv.$$

A cause de la grandeur de $\frac{a}{b}$ qui surpasse quatre, on pourra remplacer cette limite par ∞, et alors on aura

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_c^\infty e^{-v^2}\, dv + \frac{1}{\sqrt{2\pi n(1+b^2)}}.$$

En convertissant cette formule en nombre, au moyen de la table de Kramp, on a finalement

$$Q = 0{,}0638,$$

pour la probabilité qu'il s'agissait de déterminer. Celle de l'événement contraire sera 0,9362, en sorte qu'il n'y a pas tout-à-fait quinze à parier contre un qu'à Paris les naissances annuelles des garçons excéderont celles des filles parmi les enfants naturels. Il en résulte qu'il y a un peu plus de deux contre trois à parier que dans un intervalle de treize années, le nombre des naissances féminines excédera au moins une fois celui des naissances masculines; car la probabilité de cet événement est $1-(0{,}9362)^{13}$, quantité égale à 0,424. Depuis 1815 jusqu'à 1827, il est arrivé une fois, en 1815, que le premier nombre a excédé le second, et la différence a été de dix unités.

(21) Les limites (b) appliquées successivement à deux événements distincts, ou au même événement à deux époques différentes, ne font pas connaître si la chance de l'un surpasse celle de l'autre d'une fraction donnée, et quelle est la probabilité de cette différence. Cependant, il est intéressant de comparer les probabilités de deux événements, que l'on a déduites de l'observation; c'est la solution de ce problème qui va maintenant nous occuper, et dont nous ferons ensuite l'application aux cas que présentent les naissances des filles et des garçons d'après leurs diverses proportions.

Supposons donc que l'événement A soit arrivé s fois sur un nombre m d'épreuves, et un autre événement A', s' fois sur m'; supposons aussi que les quatre nombres s, $m-s$, s', $m'-s'$, soient très-grands; et désignons par p et p' les probabilités respectives de A et A'. En vertu des équations (c) et (d), une des valeurs de p comprises entre les limites (b) sera représentée par

$$p=\frac{s}{m}+\theta\sqrt{\frac{2s(m-s)}{m^3}},$$

et sa probabilité infiniment petite par

$$R = \Theta e^{-\theta^2} \frac{d\theta}{\sqrt{\pi}},$$

en faisant, pour abréger,

$$1 + 2\lambda\theta^3 = \Theta, \quad \frac{(m-2s)\sqrt{2}}{3\sqrt{ms(m-s)}} = \lambda.$$

Les valeurs extrêmes $\pm z$ de θ devront être peu considérables pour que le second terme de p soit très-petit par rapport au premier; néanmoins nous supposerons z assez grand pour que la probabilité Z, donnée par l'équation (a), soit très-approchante de l'unité, et qu'on puisse, sans erreur sensible, regarder la probabilité inconnue p comme comprise, avec certitude, entre les limites (b).

Si p' doit surpasser p d'une quantité donnée et représentée par ω, ou d'une quantité plus grande que ω, la valeur inconnue de p' pourra être exprimée par la formule :

$$p' = p + \omega + u(1 - p - \omega),$$

u étant une variable comprise entre zéro et l'unité. D'ailleurs, l'événement A' étant arrivé s' fois sur un nombre m' d'épreuves, la probabilité infiniment petite d'une valeur quelconque de p', est, d'après le n° 14,

$$\frac{(1-p')^{m'-s'} p'^{s'} dp'}{\int_0^1 (1-p')^{m'-s'} p'^{s'} dp'}.$$

Mais la valeur précédente de p' n'ayant lieu que si la probabilité de A a une valeur p qui n'a elle-même qu'une probabilité R, il faut faire le produit des probabilités de p et p' pour avoir celle de cet événement composé. Si l'on intègre

ensuite ce produit dans les limites des valeurs de p et p', ou des variables θ et u dont p et p' dépendent, on aura la probabilité que la valeur de p' surpasse celle de p, d'une fraction égale ou supérieure à ω. En la désignant par T, et substituant au numérateur pour R et p' leurs expressions, nous aurons donc

$$T=\frac{\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi}\left(\int_0^{1}[p+\omega+u(1-p-\omega)]^{s'}(1-u)^{m'-s'}du\right)(1-p-\omega)^{m'-s'+1}e^{-\theta^2}\cos\theta d\theta}{\sqrt{\pi}\int_0^{1}(1-p')^{m'-s'}p'^{s'}dp'}.$$

Cela posé, désignons par h la valeur de u qui rend le coefficient de du un *maximum*, et par H la valeur correspondante de ce coefficient. Nous aurons

$$\frac{(1-p-\omega)s'}{p+\omega+h(1-p-\omega)}-\frac{m'-s'}{1-h}=0;$$

d'où l'on conclut

$$h=\frac{s'-m'(p+\omega)}{m'(1-p-\omega)},$$

$$H=\left(\frac{s'}{m'}\right)^{s'}\left(\frac{m'-s'}{m'}\right)^{m'-s'}(1-p-\omega)^{s'-m'}.$$

Soit maintenant

$$[p+\omega+u(1-p-\omega)]^{s'}(1-u)^{m'-s'}=He^{-t^2}. \quad (i)$$

On pourra supposer la variable t continuellement croissante avec u, en sorte que $t=-\infty$ réponde à $u=0$, dans le cas de $p+\omega=1$, et $t=\infty$ à $u=1$. Quelle que soit cette quantité $p+\omega$, si l'on désigne par k une quantité positive, et par $\pm k$ la valeur de t qui répond à $u=0$, on aura

$$(p+\omega)^{s'}=He^{-k^2}. \quad (k)$$

De plus $t=0$ répondant à $u=h$, on devra prendre $t=-k$ ou $t=+k$ pour la valeur de t relative à $u=0$, selon que la quantité h sera positive ou négative, c'est-à-dire, d'après les expressions de h et de p, selon qu'on aura

$$\frac{s'}{m'}-\frac{s}{m}-\omega > \text{ou} < 0\sqrt{\frac{2s(m-s)}{m^3}};$$

et l'on aura en même temps

$$\int_0^1 [p+\omega+u(1-p-\omega)]^{s'}(1-u)^{m'-s'}du=\mathrm{H}\int_{\mp k}^{\infty} e^{-t^2}\frac{du}{dt}dt.$$

La valeur de u déduite de l'équation (i), s'exprimera par une série de la forme

$$u=h+h't+h''t^2+h'''t^3+\text{etc.},$$

dont les coefficients h', h'', h''', etc., indépendants de t, se détermineront comme dans le n° 4, et seront très-petits de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m'}}$, $\frac{1}{m'}$, $\frac{1}{m'\sqrt{m'}}$, etc. On trouve, pour les valeurs des deux premiers,

$$h'=\frac{1}{1-p-\omega}\sqrt{\frac{2s'(m'-s')}{m'^3}},\quad h''=\lambda' h',$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{(m'-2s')\sqrt{2}}{3\sqrt{m's'(m'-s')}}=\lambda'.$$

Si donc on néglige les termes multipliés par les quantités h''', h^{iv}, etc., il en résultera

$$\int_0^1 [p+\omega+u(1-p-\omega)]^{s'}(1-u)^{m'-s'}\,du = \mathrm{H}h'\left(\int_{\mp k}^{\infty} e^{-t^2}\,dt + \lambda' e^{-k^2}\right).$$

On aura, de la même manière,

$$\int_0^1 (1-p')^{m'-s'}p'^{s'}\,dp' = (1-p-\omega)^{m'-s'-1}\,\mathrm{H}h'\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\,dt;$$

et l'expression de T deviendra

$$\mathrm{T} = \frac{1}{\pi}\int_{-z}^{z}\left(\int_{\mp k}^{\infty} e^{-t^2}\,dt + \lambda' e^{-k^2}\right)e^{-\theta^2}\,\Theta\,d\theta, \qquad (l)$$

où l'on devra prendre le signe supérieur ou le signe inférieur devant la limite k de l'intégrale relative à t, selon que la quantité h sera positive ou négative. Quant à la valeur de k, elle sera la racine positive de la formule :

$$k^2 = s'\log.\frac{s'}{m'(p+\omega)} + (m'-s')\log.\frac{m'-s'}{m'(q-\omega)}, \qquad (m)$$

qui se déduit de l'équation (k), en prenant les logarithmes de ses deux membres, et observant que $p+q=1$.

(22) Dans le cas où l'on aura

$$\omega = \frac{s'}{m'} - \frac{s}{m},$$

la valeur de h sera de même signe que $-\theta$; par conséquent l'équation (l) deviendra

$$\mathrm{T} = \frac{1}{\pi}\int_0^z\left(\int_k^{\infty} e^{-t^2}\,dt\right)e^{-\theta^2}\,\Theta\,d\theta + \frac{1}{\pi}\int_{-z}^{0}\left(\int_{-k}^{\infty} e^{-t^2}\,dt\right)e^{-\theta^2}\,\Theta\,d\theta + \frac{\lambda'}{\pi}\int_{-z}^{z} e^{-(\theta^2+k^2)}\,\Theta\,d\theta;$$

et comme on a

$$\int_{-k}^{\infty} e^{-t^2}\,dt = \sqrt{\pi} - \int_{k}^{\infty} e^{-t^2}\,dt,$$

cette valeur de T sera la même chose que

$$T = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-z}^{0} e^{-\theta^2}\,\Theta\,d\theta + \frac{\lambda'}{\pi}\int_{-z}^{z} e^{-(\theta^2+k^2)}\,\Theta\,d\theta$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_{0}^{z}\left(\int_{k}^{\infty} e^{-t^2}\,dt\right)e^{-\theta^2}\,\Theta\,d\theta - \frac{1}{\pi}\int_{-z}^{0}\left(\int_{k}^{\infty} e^{-t^2}\,dt\right)e^{-\theta^2}\,\Theta\,d\theta.$$

En faisant pour un moment

$$\sqrt{\frac{2m(m-s)}{m^3}} = f,$$

nous aurons

$$p+\omega = \frac{s'}{m'} + \theta f, \quad q-\omega = \frac{m'-s'}{m'} - \theta f,$$

et par conséquent

$$\log.\frac{m'(p+\omega)}{s'} = \frac{m'f}{s'}\theta - \frac{m'^2f^2}{2s'^2}\theta^2 + \frac{m'^3f^3}{3s'^3}\theta^3 - \text{etc.},$$

$$\log.\frac{m'(q-\omega)}{m'-s'} = \frac{m'f}{m'-s'}\theta - \frac{m'^2f^2}{2(m'-s')^2}\theta^2 + \frac{m'^3f^3}{3(m'-s')^3}\theta^3 - \text{etc.};$$

d'où l'on conclut, en vertu de l'équation (m),

$$k^2 = \frac{m'^3f^2}{2s'(m'-s')}\theta^2 - \frac{(m'-2s')m'^4f^3}{3s'^2(m'-s')^2}\theta^3 + \text{etc.}$$

Les coefficients de cette série, à partir du second, sont de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m'}}$, $\frac{1}{m'}$, etc.; en continuant donc de négliger les quantités de l'ordre de $\frac{1}{m'}$, faisant, pour abréger,

$$\frac{m'^3\, s\,(m-s)}{m^3\, s'\,(m'-s')}=\mu^2,$$

et considérant μ comme une quantité positive, il en résultera

$$k=\mu\theta(1-\mu\lambda'\theta),\ \text{ou}\ k=-\mu\theta(1-\mu\lambda'\theta),$$

selon que la variable θ sera positive ou négative, afin que la valeur de k soit toujours positive. Il faudra donc employer la première valeur de k dans le troisième terme de T, et la seconde dans le quatrième terme; au degré d'approximation où nous nous arrêtons, on a d'ailleurs

$$\int_{\pm\mu\theta(1-\mu\lambda'\theta)}^{\infty} e^{-t^2}dt=\int_{\pm\mu\theta}^{\infty} e^{-t^2}dt\pm\mu^2\lambda'\theta^2 e^{-\mu^2\theta^2};$$

cela étant, nous aurons

$$\mathrm{T}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-z}^{0} e^{-\theta^2}\Theta\,d\theta+\frac{\lambda'}{\pi}\int_{-z}^{z} e^{-\theta^2(1+\mu^2)}(1+\mu^2\theta^2)\Theta\,d\theta$$
$$+\frac{1}{\pi}\int_{0}^{z}\left(\int_{\mu\theta}^{\infty}e^{-t^2}dt\right)e^{-\theta^2}\Theta\,d\theta-\frac{1}{\pi}\int_{-z}^{0}\left(\int_{-\mu\theta}^{\infty}e^{-t^2}dt\right)e^{-\theta^2}\Theta\,d\theta;$$

et, après qu'on y aura mis pour Θ sa valeur, cette expression de T pourra s'écrire ainsi

$$\mathrm{T}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{z} e^{-\theta^2}d\theta-\frac{2\lambda}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{z} e^{-\theta^2}\theta^3\,d\theta+\frac{2\lambda'}{\pi}\int_{0}^{z} e^{-\theta^2(1+\mu^2)}(1+\mu^2\theta^2)\,d\theta$$
$$+\frac{4\lambda}{\pi}\int_{0}^{z}\left(\int_{\mu\theta}^{\infty}e^{-t^2}dt\right)e^{-\theta^2}\theta^3\,d\theta.$$

Je mets, dans le dernier terme, $\mu\theta\,t$ et $\mu\theta\,dt$ sous le signe $\int$

au lieu de t et dt, ce qui donne

$$\int_0^z \left(\int_{\mu\theta}^{\infty} e^{-t^2} dt \right) e^{-\theta^2} \theta^3 d\theta = \mu \int_1^{\infty} \left(\int_0^z e^{-\theta^2(1+\mu^2)} \theta^4 d\theta \right) dt,$$

en intervertissant l'ordre des intégrations. A cause de la grandeur que z doit avoir, on peut, sans erreur sensible, étendre jusqu'à l'infini les intégrales relatives à θ, ce qui permet d'en obtenir les valeurs, et d'où il résulte

$$T = \tfrac{1}{2} - \frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} + \frac{\lambda'}{\sqrt{\pi(1+\mu^2)}} + \frac{\mu^2 \lambda'}{2\sqrt{\pi}(1+\mu^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3\mu\lambda}{2\sqrt{\pi}} \int_1^{\infty} \frac{dt}{(1+\mu^2 t^2)^{\frac{5}{2}}},$$

ou bien, en effectuant l'intégration indiquée,

$$T = \tfrac{1}{2} + \frac{\lambda' - \mu\lambda}{\sqrt{\pi(1+\mu^2)}} + \frac{\mu^2\lambda' - \mu\lambda}{2\sqrt{\pi}(1+\mu^2)^{\frac{3}{2}}}. \qquad (n)$$

Cette valeur de T exprime la probabilité que la différence $p' - p$ surpasse la différence $\frac{s'}{m'} - \frac{s}{m}$, ou qu'on a

$$p' - p > \frac{s'}{m'} - \frac{s}{m}.$$

L'événement contraire est

$$p' - p < \frac{s'}{m'} - \frac{s}{m}, \text{ ou } p - p' > \frac{s}{m} - \frac{s'}{m'}.$$

Sa probabilité se déduira donc de la même expression de T, en y échangeant m' et m, s' et s, c'est-à-dire, en échangeant λ' et λ, et mettant $\frac{1}{\mu}$ à la place de μ. Ainsi, en la désignant par T', on aura

$$T' = \tfrac{1}{2} + \frac{\mu\lambda - \lambda'}{\sqrt{\pi(1+\mu^2)}} + \frac{\mu\lambda - \mu^2\lambda'}{2\sqrt{\pi}(1+\mu^2)^{\frac{3}{2}}},$$

et par conséquent $T + T' = 1$; ce qui peut servir de vérification à nos calculs.

(23) Si l'on observe que λ et λ' sont respectivement de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m}}$ et $\frac{1}{\sqrt{m'}}$, on voit que la valeur de T donnée par l'équation (n), différera peu de $\frac{1}{2}$, et que la différence $T - \frac{1}{2}$ diminuera de plus en plus à mesure que les nombres m et m' augmenteront, en sorte que l'on aurait $T = \frac{1}{2}$, si m et m' étaient infinis. C'est ce qu'il était facile de prévoir; mais le calcul seul pouvait faire connaître la valeur de $T - \frac{1}{2}$.

Lorsqu'on aura à peu près $s = \frac{1}{2}m$ et $s' = \frac{1}{2}m'$, on pourra négliger tout-à-fait λ et λ', ce qui rendra nulle la différence $T - \frac{1}{2}$. Ce cas a lieu quand on prend pour s et s' des nombres de naissances masculines et pour m et m' les nombres correspondants des naissances des deux sexes. S'il s'agit des enfants nés à Paris depuis 1815 jusqu'à 1827, on aura

$$m = 122404, \quad s = 62239,$$

pour les naissances hors de mariage, et

$$m' = 215639, \quad s' = 109973,$$

pour les enfants légitimes; d'où il résulte

$$\frac{s'}{m'} - \frac{s}{m} = 0{,}0015.$$

Relativement à la France entière, on a, depuis 1817 jusqu'à 1826,

$$m = 673067, \quad s = 344482,$$

pour les enfants naturels, et

$$m' = 8983068, \quad s' = 4637084,$$

pour les naissances légitimes; ce qui donne

$$\frac{s'}{m'} - \frac{s}{m} = 0{,}0044.$$

Il y a donc un contre un à parier que la probabilité d'une naissance masculine est plus grande parmi les enfants naturels que parmi les enfants légitimes, d'au moins 0,0015 dans la ville de Paris, et d'au moins 0,0044 dans la France entière.

(24) Lorsqu'on aura $\frac{s'}{m'} = \frac{s}{m}$, la formule (n) exprimera la probabilité que p' surpasse p. Dans cette hypothèse, on a

$$\lambda' = \lambda\sqrt{\frac{m}{m'}}, \quad \mu = \sqrt{\frac{m'}{m}}, \quad \mu\lambda' = \lambda;$$

et la formule (n) devient

$$T = \tfrac{1}{2} + \frac{(m-m')\lambda}{\sqrt{m'(m+m')}}.$$

La probabilité que la différence $p'-p$ est positive, sera donc $>$ ou $<\frac{1}{2}$, selon que le produit $(m-m')\lambda$, ou que $(m'-m)(2s-m)$ est positif ou négatif. Pour se rendre raison de ce résultat, il faut observer que dans le cas dont il est question, les valeurs de p' et p diffèrent très-peu l'une et l'autre, d'une même quantité $\frac{s'}{m'}$ ou $\frac{s}{m}$. Mais d'après l'expression de R du n° 21, la probabilité que p est au-dessus de $\frac{s}{m}$, a pour valeur :

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-\theta^2}\Theta\, d\theta = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\lambda,$$

en substituant l'infini à la limite z; la probabilité que p' est au-dessus de $\frac{s'}{m'}$ sera de même $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda'$, ou $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda\sqrt{\frac{m}{m'}}$; si

donc on suppose, pour fixer les idées, que la quantité λ soit positive, ces probabilités seront toutes deux un peu supérieures à $\frac{1}{2}$; et de plus l'excès sur $\frac{1}{2}$ sera plus grand ou plus petit relativement à la seconde que par rapport à la première, selon qu'on aura $m >$ ou $< m'$; d'où l'on peut conclure que la probabilité T que p' surpasse p, devra être plus grande ou moindre que celle de l'événement contraire, selon que la différence $m - m'$ sera positive ou négative; ce qui s'accorde avec la valeur précédente de T.

(25) Considérons actuellement le cas où la quantité $\frac{s'}{m'} - \frac{s}{m} - \omega$, au lieu d'être nulle comme précédemment, est une très-petite fraction de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m}}$, et faisons

$$\frac{s'}{m'} - \frac{s}{m} - \omega = \alpha \sqrt{\frac{2s(m-s)}{m^3}},$$

α étant une quantité peu considérable, positive ou négative. Les valeurs de k se déduiront de celles du n° 22, en y mettant $\theta - \alpha$ à la place de θ. Ainsi nous aurons

$$k = \mu(\theta - \alpha)\left[1 - \mu\lambda'(\theta - \alpha)\right],$$

dans le cas de $\theta > \alpha$, et

$$k = \mu(\alpha - \theta)\left[1 - \mu\lambda'(\theta - \alpha)\right],$$

dans le cas de $\alpha > \theta$, puisque k doit toujours être une quantité positive; et comme la valeur de h sera de même signe que $\alpha - \theta$, l'équation (l) deviendra

$$T = \frac{\lambda'}{\pi}\int_{-z}^{z} e^{-[\theta^2 + \mu^2(\alpha-\theta)^2]}\,\Theta\,d\theta$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{z}\left(\int_{k'}^{\infty} e^{-t^2}dt\right)e^{-\theta^2}\,\Theta\,d\theta + \frac{1}{\pi}\int_{-z}^{\alpha}\left(\int_{-k_1}^{\infty} e^{-t^2}dt\right)e^{-\theta^2}\,\Theta\,d$$

k' désignant la première valeur de k, et k_1 la seconde. On a d'ailleurs

$$\int_{-k_1}^{\infty} e^{-t^2}\,dt = \sqrt{\pi} - \int_{k_1}^{\infty} e^{-t^2}\,dt,$$

$$\int_{k'}^{\infty} e^{-t^2}\,dt = \mu(\theta-\alpha)\int_{1}^{\infty} e^{-t^2\mu^2(\alpha-\theta)^2}\,dt + \lambda'\mu^2(\theta-\alpha)^2 e^{-\mu^2(\alpha-\theta)^2},$$

$$\int_{k_1}^{\infty} e^{-t}\,dt = \mu(\alpha-\theta)\int_{1}^{\infty} e^{-t^2\mu^2(\alpha-\theta)^2}\,dt - \lambda'\mu^2(\alpha-\theta)^2 e^{-\mu^2(\alpha-\theta)^2};$$

d'où l'on conclut

$$T = \frac{\lambda'}{\pi}\int_{-z}^{z} e^{-[\theta^2+\mu^2(\alpha-\theta)^2]}\left[1+\mu^2(\alpha-\theta)^2\right]d\theta + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-z}^{\alpha} e^{-\theta^2}\Theta\,d\theta$$
$$+ \frac{\mu}{\pi}\int_{1}^{\infty}\left(\int_{-z}^{z} e^{-[\theta^2+t^2\mu^2(\alpha-\theta)^2]}(\theta-\alpha)\Theta\,d\theta\right)dt.$$

On pourra maintenant remplacer z par l'infini sans altérer sensiblement la valeur de T. Les intégrations relatives à θ et qui ont $\pm z$ pour limites, s'effectueront alors sous forme finie; mais pour simplifier le résultat, nous négligerons les quantités de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{m}}$ ou de $\frac{1}{\sqrt{m'}}$ que nous avions conservées jusqu'à présent. De cette manière, le terme de T qui a λ' pour facteur devra être supprimé, Θ se réduira à l'unité, et l'on aura simplement

$$T = \tfrac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{\alpha} e^{-\theta^2}\,d\theta + \frac{\mu}{\pi}\int_{1}^{\infty}\varphi\,dt,$$

en faisant, pour abréger,

$$\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-[\theta^2 + t^2\mu^2(\alpha-\theta)^2]}(\theta-\alpha)\,d\theta.$$

Soit actuellement

$$\theta = \frac{\theta'}{\sqrt{1+\mu^2t^2}} + \frac{\mu^2t^2\alpha}{1+\mu^2t^2};$$

les limites relatives à θ' seront encore $\pm\infty$, et nous aurons

$$\varphi = -\frac{\alpha\sqrt{\pi}}{(1+\mu^2t^2)^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{\mu^2\alpha^2t^2}{1+\mu^2t^2}}.$$

Faisons ensuite

$$\frac{\mu\alpha}{\sqrt{1+\mu^2}} = 6, \quad \frac{\mu\alpha t}{\sqrt{1+\mu^2t^2}} = u, \quad \frac{\mu\alpha\,dt}{(1+\mu^2t^2)^{\frac{3}{2}}} = du;$$

pour $t=1$ et $t=\infty$, on aura $u=6$ et $u=\alpha$; il en résultera donc

$$T = \tfrac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\alpha} e^{-\theta^2}\,d\theta - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_6^{\alpha} e^{-u^2}\,du,$$

ou, ce qui est la même chose

$$T = \tfrac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{6} e^{-t^2}\,dt. \qquad (o)$$

(26) En faisant

$$\frac{2s(m-s)}{m^3} = f^2, \quad \frac{2s'(m'-s')}{m'^3} = f'^2,$$

nous aurons

$$\mu = \frac{f'}{f}, \quad 6 = \frac{\alpha f}{\sqrt{f^2+f'^2}},$$

et T sera la probabilité que l'on a

$$p'-p>\alpha f+\frac{s'}{m'}-\frac{s}{m}.$$

Mettons à la place de α, une autre quantité α'; échangeons entre elles les lettres s' et s, m' et m; faisons

$$\theta'=\frac{\alpha' f'}{\sqrt{f^2+f'^2}};$$

et désignons par T′ ce que T devient par ces changements: il en résultera

$$T'=\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\theta'} e^{-t^2}\,dt,$$

pour la probabilité qu'on a

$$p-p'>\alpha' f'+\frac{s}{m}-\frac{s'}{m'}.$$

Si l'on suppose $\alpha' f'=-\alpha f$, cet événement sera le contraire du précédent, et la somme de leurs probabilités devra être l'unité. C'est ce qui a lieu effectivement; car on a alors

$$\theta'=-\theta,\ \int_0^{\theta'} e^{-t^2}\,dt=-\int_0^{\theta} e^{-t^2}\,dt,$$

et par conséquent $T+T'=1$.

Je substitue la valeur de α dans celle de θ; il vient

$$\theta=\frac{\frac{s'}{m'}-\frac{s}{m}-\omega}{\sqrt{f^2+f'^2}}. \qquad (p)$$

Dans le cas de $\omega=0$, T sera la probabilité que p' surpasse p; or, il est facile de s'assurer que la formule (o) coïncide alors avec celle que Laplace a donnée pour le même objet (1). On

(1) Théorie analytique des probabilités, page 383.

voit aussi que cette formule ne dépend que de la seule quantité ϵ, et que par une modification très-simple dans l'expression de ϵ, cette formule (o) s'étend au cas où p' doit surpasser p d'une fraction égale ou supérieure à ω. Dans tous les cas, l'expression de T et l'analyse qui nous y a conduits, supposent que $\frac{s'}{m'}-\frac{s}{m}-\omega$ soit une très-petite fraction ; mais si cela n'avait pas lieu, il y aurait une probabilité très-grande et inutile à calculer, que la différence $p'-p$, qui s'écarte peu de $\frac{s'}{m'}-\frac{s}{m}$, serait plus grand que ω, abstraction faite du signe.

(27) Appliquons maintenant les formules (o) et (p) à des nombres m et m' de naissances des deux sexes, et aux nombres correspondants s et s' de naissances masculines.

Dans le premier exemple du n° 23, et si l'on prend $\omega=0$, on trouve

$$\epsilon=0{,}5987,\quad \int_{\epsilon}^{\infty} e^{-t^2}\,dt=0{,}3519;$$

d'où il resulte $T=0{,}8015$, ou un peu plus que $\frac{4}{5}$ pour la probabilité qu'à Paris la chance d'une naissance masculine est plus grande parmi les enfants légitimes que parmi les enfants naturels.

Dans le second exemple du même numéro, et en prenant encore $\omega=0$, on a

$$\epsilon=4{,}9186;$$

ce qui donne pour T une valeur qui ne diffère pas sensiblement de l'unité, en sorte qu'on peut regarder comme certain que dans la France entière, la probabilité d'une nais-

sance masculine est plus grande parmi les enfants légitimes que parmi les enfants nés hors de mariage. Dans le même exemple, si l'on prend $\omega = 0{,}003$, on aura

$$\epsilon = 1{,}5604, \quad \int_{\epsilon}^{\infty} e^{-t^2}\, dt = 0{,}02423,$$

et il en résultera $T = 0{,}9863$; de sorte qu'il est encore très-probable que la première chance surpasse la seconde d'une fraction égale ou supérieure à 0,003.

On a trouvé, au commencement de ce siècle, qu'il est né dans une partie de la France et dans un intervalle de trois années, 110312 garçons et 105287 filles. Le rapport du premier nombre au second est à peu près $\frac{22}{21}$ au lieu de $\frac{16}{15}$ qui a lieu maintenant pour la France entière; on peut donc désirer connaître la probabilité que la chance d'une naissance d'un garçon est plus grande dans le second cas que dans le premier; or, si l'on fait

$$m = 215599, \quad s = 110312,$$
$$m' = 9656135, \quad s' = 4981566,$$

et qu'on prenne $\omega = 0$, il vient

$$\epsilon = 2{,}7557;$$

ce qui donne pour $1 - T$ une quantité de l'ordre de celles que nous avons négligées, en sorte qu'il est hors de doute que la chance d'une naissance masculine était moindre dans la partie de la France et à l'époque dont il s'agit, qu'elle n'est dans tout ce royaume et à l'époque actuelle. Si l'on prend $\omega = 0{,}003$, on trouve

$$\epsilon = 0{,}8068, \quad \int_{0}^{\infty} e^{-t^2}\, dt = 0{,}2251;$$

et il en résultera $T = 0{,}8730$, pour la probabilité que la seconde chance surpasse la première d'une fraction égale ou supérieure à 0,003.

Pour dernier exemple, soit

$$m = 993191, \quad s = 511898,$$
$$m' = 944125, \quad s' = 488457;$$

m et m' seront les nombres de naissances des deux sexes qui ont eu lieu en France dans les années 1817 et 1826, et s et s' les nombres correspondants des naissances masculines; et si nous prenons $\omega = 0$, nous aurons

$$\epsilon = 0{,}8258, \quad \int_{\epsilon}^{\infty} e^{-t^2}\, dt = 0{,}2152;$$

d'où il résultera $T = 0{,}8786$, pour la probabilité que la chance d'une naissance masculine a été plus grande dans la seconde année que dans la première. En prenant $\omega = 0{,}001$, on trouve

$$\epsilon = 0{,}4017, \quad \int_{\epsilon}^{\infty} e^{-t^2}\, dt = 0{,}5050;$$

ce qui donne $T = 0{,}7151$, pour la probabilité que la première chance a surpassé la seconde d'une fraction plus grande qu'un millième. Comme la différence des rapports $\frac{s'}{m'}$ et $\frac{s}{m}$ est 0,00196, il résulte du n° 23 qu'il est probable que la différence de ces deux chances a été plutôt au-dessous qu'au-dessus de deux millièmes. D'ailleurs, depuis 1817 jusqu'à 1826, ces deux années extrêmes sont celles pour lesquelles la proportion des naissances des deux sexes, s'est le plus

écartée, en plus ou en moins, de sa valeur moyenne. Nous pouvons donc conclure qu'à l'époque actuelle et pour la France entière, la probabilité d'une naissance masculine n'éprouve que de très-petites variations d'une année à une autre, et prendre pour sa valeur, la moyenne des dix années que nous avons considérées, c'est-à-dire, 0,5159. Dans l'ignorance où nous sommes de la cause qui rend prépondérantes les naissances des garçons, ce sera l'expérience seule qui pourra décider si cette probabilité variera davantage par la suite, ou si elle demeurera à peu près constante. L'observation ne nous a pas encore appris si elle change dans une même année avec les saisons; nous ne savons pas non plus si elle est la même chez les différentes nations;n ous savons seulement qu'elle dépend de l'état de la société, puisque le nombre des naissances hors de mariage influe sensiblement sur la proportion des naissances masculines et féminines.

(28) La détermination du rapport qui existe entre les naissances annuelles des deux sexes dans une grande population peut aussi être considérée comme un problème relatif à cette partie du calcul des hasards qui traite du résultat moyen des observations et de son degré de probabilité. Pour cela, il faudrait supposer 1° qu'il existe une valeur de ce rapport, telle que des écarts égaux en plus ou en moins, soient également probables; 2° que cette valeur inconnue demeure constante pendant toute la série des observations. On prendrait alors pour cette valeur, le résultat moyen d'une longue suite d'années; et le calcul ferait connaître, d'après l'ensemble des observations, la probabilité que l'excès de ce résultat sur la valeur exacte, est compris entre des limites données. Le calcul fournirait aussi des conditions auxquelles les ob-

servations doivent satisfaire pour être compatibles avec la double hypothèse qu'on vient d'énoncer. Mais pour que les formules du calcul des probabilité dont il s'agit soient indépendantes de la loi de probabilité des écarts qui ne nous est pas donnée, il faut que les observations aient été faites en nombre considérable; ce qui ne permet pas d'appliquer ces formules à la recherche du rapport des naissances annuelles des deux sexes, dont nous ne connaissons bien que les dix valeurs observées en France depuis 1817 jusqu'à 1826. Relativement à la probabilité des résultats moyens en général, nous renverrons à un Mémoire inséré dans les *Additions à la connaissance des temps pour l'année* 1832.

Faute à corriger dans le Mémoire précédent.

Page 243, ligne 11, au lieu de : l'événement contraire, *lisez :* l'événement contraire B.

NOTE

Relative au Mémoire de M. Poisson sur Le mouvement de la terre autour de son centre de gravité, *inséré dans le VII^e volume de cette collection.*

On m'a fait appercevoir d'une faute de calcul que j'ai commise à la fin de ce Mémoire. La formule de la page 259 :

$$u = v - p\cot.\tfrac{1}{2}\theta' - \tfrac{1}{2}pq + \mathrm{P},$$

doit être remplacée par celle-ci :

$$u = v + p\,\mathrm{tang}.\tfrac{1}{2}\theta' - \tfrac{1}{2}pq + \mathrm{P}.$$

Pour avoir égard à ce changement, il suffit de mettre partout, dans les deux pages suivantes, $\pi + \theta'$ et $\pi + h$ à la place de θ' et h. En corrigeant, en outre, une faute d'impression dans l'expression de H de la page 260, elle devient

$$\mathrm{H} = -(k + g't - \tfrac{1}{2}gg'\,\mathrm{tang}.\tfrac{1}{2}h)\,\mathrm{tang}.\tfrac{1}{2}h.$$

Sa valeur numérique sera alors

$$\mathrm{H} = \frac{0'',0000193096}{(36525)^2}.$$

La grandeur variable du jour moyen et l'expression du temps qui se trouvent à la page 262, devront être changées, et deviendront respectivement :

$$1 - \frac{i(0,081508)}{(100000)}, \qquad \tau - \frac{\tau^2(0,0000001149)}{(36525)^2};$$

i désignant toujours un nombre de siècles écoulés depuis 1750, et τ la mesure du temps en jours moyens. Le temps n'étant pas rigoureusement proportionnel à cette mesure, il en résultera dans l'expression de la longitude de la lune, un terme

$$-i^2(0{,}0070675);$$

ce qui augmentera, par exemple, cette longitude d'environ $4''$ en l'an 720 avant notre ère, époque des plus anciennes éclipses observées par les chaldéens.

Toutes ces corrections, qui rendent à peu près insensibles, les effets de la variation du jour moyen, ont été faites par M. G. de Pontécoulant.

MÉMOIRE

SUR

L'ÉCOULEMENT DES FLUIDES ÉLASTIQUES DANS LES VASES ET LES TUYAUX DE CONDUITE.

PAR M. NAVIER.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 1er juin 1829.

1. QUOIQUE la théorie générale du mouvement des fluides soit encore fort imparfaite, puisque les équations différentielles par le moyen desquelles les géomètres ont exprimé les conditions de ce mouvement n'ont jusqu'à présent été intégrées que dans un très-petit nombre de cas particuliers, il existe néanmoins des formules et des règles, appuyées en grande partie sur des recherches expérimentales, qui peuvent servir à déterminer avec une exactitude suffisante les circonstances de l'écoulement des fluides incompressibles, pour les principaux cas qui se rencontrent dans les applications. Ces formules ont été surtout obtenues au moyen de ce qu'on nomme l'*hypothèse des parallélisme des tranches*, établie par Daniel Bernouilly, et dont ce célèbre géomètre a fait, aussi bien que d'Alembert, de nombreuses applications. En employant convenablement cette hypothèse, on parvient à des

résultats sensiblement conformes à l'expérience, soit pour l'évaluation des quantités de fluide écoulées dans des temps donnés, soit pour l'évaluation des pressions qui ont lieu dans les diverses parties du fluide, toutes les fois que la longueur des vases n'étant pas très-grande par rapport à la largeur, l'adhésion du fluide aux parois influe peu sur la nature du mouvement. Lagrange a d'ailleurs remarqué que l'hypothèse dont il s'agit donnait une première approximation, et que l'emploi que l'on en faisait supposait seulement que l'on négligeait les quantités très-petites du second ordre, les largeurs du vase étant regardées comme très-petites du premier ordre.

La connaissance des lois du mouvement des fluides élastiques, quoique moins importante, et d'une application moins fréquente que celle des lois du mouvement des liquides, est toutefois très-digne d'intérêt. Elle pourrait surtout devenir fort utile pour guider l'établissement des conduites des gaz servant à l'éclairage, ou de l'air condensé par les machines soufflantes dans les travaux d'exploitation des mines. Il n'existe encore sur ce sujet que des notions très-imparfaites, auxquelles les travaux récents de plusieurs habiles ingénieurs permettent d'en substituer de plus exactes. On a pensé qu'il pouvait être utile d'appliquer à ces questions l'hypothèse du parallélisme des tranches. Mais pour écarter les principales difficultés de cette recherche, on admettra en général que le fluide s'écoule hors d'un réservoir ou gazomètre dans lequel la pression est maintenue constante, et que le mouvement de ce fluide est parvenu à l'uniformité; c'est-à-dire que la vitesse et la pression demeurent constamment les mêmes dans chaque partie du vase ou tuyau parcouru par le fluide. De plus on supposera la température uniforme et constante dans toute l'étendue du fluide.

Avant d'exposer les résultats auxquels on est parvenu, il convient de rappeler succinctement les formules par le moyen desquelles on évalue communément le produit de l'écoulement des fluides élastiques.

Notions adoptées communément sur l'écoulement des fluides élastiques.

2. Daniel Bernouilly a traité dans son *Hydrodynamica*, pages 224 et suiv., diverses questions relatives à l'écoulement d'un fluide élastique d'un vase dans un autre, par un orifice très-petit. La manière dont ce célèbre géomètre a envisagé ces questions consiste à supposer que le fluide est en repos dans l'intérieur du vase, que la pression est constante dans toute l'étendue de ce vase, et que les molécules qui traversent l'orifice prennent la vitesse due à l'excès de la pression intérieure sur la pression extérieure, comme cela aurait lieu dans le cas de l'écoulement d'un fluide incompressible. D'après cela, si l'on désigne par

P la pression qui a lieu dans l'intérieur du vase, exprimée en unités de poids, et rapportée à l'unité de surface;

P′ la pression qui a lieu à l'extérieur;

R la densité du fluide, ou la masse de l'unité de volume, sous la pression P;

g la vitesse que la gravité imprime aux corps pesants dans l'unité de temps;

U la vitesse du fluide au passage de l'orifice;

on a, d'après les formules connues,

$$U=\sqrt{\frac{2(P-P')}{R}}, \quad \text{ou bien} \quad U=\sqrt{2g\frac{P-P'}{Rg}}. \qquad (1)$$

Supposons maintenant que le fluide s'écoule dans l'air atmosphérique, en sortant d'un vase où il a été condensé; et soit

h la hauteur d'une colonne d'un liquide quelconque, qui mesure la pression atmosphérique;

H la hauteur d'une colonne du même liquide, qui mesure l'excès de la pression qui a lieu dans le vase sur la pression atmosphérique;

ϖ le poids de l'unité de volume de ce liquide;

Π le poids de l'unité de volume du fluide élastique qui s'écoule, supposé à la température 0° du thermomètre centigrade, sous la pression mesurée par une colonne de liquide de la hauteur η;

v la température actuelle, observée sur le thermomètre centigrade:

on aura d'abord

$$P = \varpi(h + H), \quad P' = \varpi h;$$

et de plus, d'après les lois connues de la dilatation des gaz, le poids Rg de l'unité de volume du fluide qui est contenu dans le vase, sera

$$Rg = \Pi \frac{h + H}{\eta} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}00375 \cdot v}. \qquad (2)$$

Ces valeurs étant substituées dans l'équation (1) donnent

$$U = \sqrt{2g\eta \cdot \frac{\varpi}{\Pi}} \cdot \sqrt{\frac{(1 + 0{,}00375 \cdot v)H}{h + H}}. \qquad (3)$$

Si l'on prend la seconde sexagésimale pour l'unité de temps, le mètre pour l'unité de longueur, le kilogramme pour l'unité de poids, et si les pressions sont mesurées par des colonnes de mercure, on aura $g = 9^{m},8088$, $\varpi = 13568^{k}$. Si l'on suppose de plus qu'il s'agit de l'air atmosphérique, comme l'on

sait que le mètre cube de ce fluide pèse $1^k,3$ à la température 0° sous la pression barométrique de $0^m,76$, on aura encore $\Pi = 1^k,3$, $\eta = 0^m,76$. En substituant ces valeurs dans l'équation (3), elle deviendra

$$U = 394,5 \cdot \sqrt{\frac{(1 + 0,00375 \cdot \nu)\,H}{h + H}}. \qquad (4)$$

Cette expression étant multipliée par l'aire de l'orifice, donnera le volume de fluide écoulé dans l'unité de temps, volume qui est censé mesuré sous la pression P correspondante à la hauteur $h + H$, qui a lieu dans le vase hors duquel l'air s'écoule. Les formules (1), (3) et (4) sont considérées d'ailleurs comme étant propres à donner ce qu'on est convenu d'appeler *la dépense théorique* ou *naturelle*, c'est-à-dire la dépense qui aurait lieu si les filets de fluide, en franchissant l'orifice, avaient tous des directions perpendiculaires au plan de cet orifice, et si le mouvement n'était altéré par aucun effet de frottement et d'adhérence. On doit appliquer à ces formules, en raison des diverses figures de la paroi près de l'orifice, des corrections analogues à celles qui ont lieu dans le cas de l'écoulement des liquides, et que l'expérience seule peut faire connaître avec exactitude.

Les questions relatives à l'écoulement des fluides élastiques ont été traitées par d'Alembert d'après des hypothèses analogues à celles de D. Bernouilly, comme on peut le voir dans le *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*, livre II, chap. IV. Ces solutions ont été depuis reproduites dans l'*Hydrodynamique* de Bossut, aussi bien que dans d'autres ouvrages, et sont généralement adoptées.

3. On peut remarquer à ce sujet 1° que l'hypothèse d'une

vitesse nulle et d'une pression uniforme dans l'intérieur du vase, ne peut véritablement convenir qu'au cas d'un orifice fort petit ouvert dans la paroi d'un grand vase. Elle sera trop éloignée des effet naturels, toutes les fois qu'avant de parvenir à l'orifice le fluide devra parcourir une portion de vase ou de tuyau dont les dimensions transversales ne seront pas extrêmement grandes par rapport à celles de l'orifice.

2° Que l'on paraît encore s'écarter beaucoup des effets naturels en supposant que la tranche de fluide qui franchit l'orifice a la densité correspondante à la pression représentée ci-dessus par P, qui subsiste dans l'intérieur du vase. Dans la théorie ordinaire de l'écoulement des liquides, on suppose que la tranche qui franchit l'orifice supporte la pression extérieure représentée par P′. Par conséquent il paraît naturel d'admettre ici que la tranche de fluide élastique qui s'échappe dans l'atmosphère n'a que la densité correspondante la pression atmosphérique P′. En général, on ne peut douter qu'en s'écoulant hors d'un vase, le fluide élastique ne passe progressivement de la pression intérieure P à la pression extérieure P′; et par conséquent aussi de la densité qui correspond à la première pression, à la densité qui correspond à la seconde. Il est donc nécessaire d'avoir égard à cette variation dans la densité pour établir convenablement les lois de l'écoulement.

Théorie de l'écoulement d'un fluide élastique dans un vase ou un tuyau, dans l'hypothèse du parallélisme des tranches(1).

4. Comme on l'a dit ci-dessus, on considère le mouvement du fluide lorsqu'il est parvenu à un état d'uniformité, dont l'existence peut être regardée comme un fait établi par l'observation, et qui consiste en ce que la vitesse et la pression demeurent constamment les mêmes dans chaque partie du vase. Cet état d'uniformité peut résulter, ou de ce qu'une source de fluide élastique remplace constamment dans le réservoir la masse de fluide qui s'écoule par l'orifice; ou bien de ce que l'on diminue progressivement la capacité du réservoir, de manière à compenser la perte de fluide qui a lieu par l'orifice, et à maintenir constant l'excès de pression intérieure sur la pression extérieure. D'après cela on supposera un vase ABCD (fig. 1), où la grandeur des sections transversales ne varie d'un point à l'autre que par degrés insensibles, dont l'axe MN est horizontal (ce qui permet de négliger l'influence de la gravité sur le mouvement des tranches), et que l'on peut regarder comme un prolongement du gazomètre. On admettra que, par la manière dont le fluide se renouvelle, ou dont le volume du gazomètre est diminué, la pression est maintenue constante dans la section AB, qui sera regardée comme la première section du vase ou tuyau dans lequel il s'agit de reconnaître les lois du mouvement du fluide. La section CD forme l'autre extrémité de

(1) La substance de ce paragraphe a déja été publiée en partie dans les *Annales de chimie et de physique*, avril 1827.

ce tuyau, et la pression est aussi supposée constante à cette dernière section. L'écoulement du fluide, qui s'opère dans le sens MN, est le résultat de l'excès de la pression intérieure qui a lieu dans la section AB, sur la pression extérieure qui a lieu dans la section CD. On nommera

Ω l'aire de la section AB;

Ω' l'aire de la section extrême CD, qui est l'orifice d'écoulement;

ω l'aire d'une section quelconque intermédiaire $\alpha\mathcal{E}$, faite dans le vase perpendiculairement à l'axe MN;

x la distance $M\mu$ de la section $\alpha\mathcal{E}$ à la section AB;

u la vitesse de la tranche de fluide placée en $\alpha\mathcal{E}$;

U la vitesse de la tranche de fluide qui franchit la section CD;

P, P', p les pressions qui ont lieu respectivement dans les sections AB, CD et $\alpha\mathcal{E}$;

ρ la masse de l'unité de volume, ou la densité du fluide qui a lieu dans la section $\alpha\mathcal{E}$;

t le temps écoulé.

Nota. On remarquera que l'on a $p = k\rho$, en désignant par k un nombre constant lorsque la température est constante (1).

---

(1) La valeur du nombre k, ou du rapport constant de la pression à la masse de l'unité de volume du fluide, se calcule facilement, en remarquant que l'équation (2) du n° 2 peut s'écrire

$$Rg = \Pi \frac{P}{\varpi\eta} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}00375 \cdot v},$$

Cela posé, l'hypothèse du parallélisme des tranches consiste, comme l'on sait, en ce que le fluide contenu dans le vase étant supposé partagé en tranches infiniment minces par des plans perpendiculaires à l'axe MN, toutes les molécules contenues dans chaque tranche sont supposées animées de vitesses égales, et supporter des pressions égales. On admet de plus que toutes ces tranches contiennent des masses égales de fluide; en sorte que la même masse de fluide qui a formé la première tranche en AB, formera successivement toutes les autres tranches quand elle passera de la section AB à la section extrême CD. On obtiendra l'équation du mouvement de la tranche quelconque placée en $\alpha\beta$ en remarquant que la masse de cette tranche est $\rho.\omega dx$, la force à laquelle est dû son mouvement $\rho.\omega dx.\frac{du}{dt}$, et la force à laquelle elle est soumise, par l'effet des actions mutuelles des tranches, $-\omega dp$. On a donc

$$-\omega dp=\rho\omega dx\frac{du}{dt};$$

ou, parce que $p=k\rho$,

$$-k\frac{dp}{p}=dx\frac{du}{dt}. \qquad (5)$$

---

d'où l'on déduit

$$\frac{P}{R}=k=\frac{g\varpi\eta(1+0{,}00375.v)}{\Pi}.$$

Adoptant les unités indiquées dans ce numéro, et supposant toujours qu'il s'agit de l'air atmosphérique, cette formule devient

$$k=77805(1+0{,}00375.v)$$

Pour les autres fluides élastiques, les valeurs de k varieront réciproquement aux pesanteurs spécifiques de ces fluides.

Pour intégrer cette équation, il faut remarquer que le mouvement du fluide étant supposé uniforme, la même masse doit passer en même temps dans toutes les sections transversales; en sorte que la quantité $\rho\omega u$, et par conséquent $p\omega u$, conserve pour toutes les sections une valeur constante. On a donc $p\omega u = P'\Omega' U$; d'où

$$u = \frac{P'\Omega' U}{p\omega}, \text{ et } \frac{du}{dt} = -\frac{P'\Omega' U}{p^2\omega^2}\frac{d(p\omega)}{dx}\frac{dx}{dt}, \qquad (6)$$

puisque U est constante, et que p et ω varient seules par l'effet du changement de la position de la tranche. Substituant cette valeur dans l'équation (5), où l'on remplacera $\frac{dx}{dt}$ par u, ou $\frac{P'\Omega' U}{p\omega}$, cette équation se changera en

$$k\frac{dp}{p} = P'^2\Omega'^2 U^2 \frac{d(p\omega)}{p^3\omega^3}.$$

L'intégration peut maintenant être effectuée, et donne

$$2k\log.p = -U^2\frac{P'^2\Omega'^2}{p^2\omega^2} + const.$$

La constante se détermine en remarquant que l'on a, dans la première section AB, $\omega = \Omega$, $p = P$; ce qui donne

$$2k\log.\frac{P}{p} = U^2\left(\frac{P'^2\Omega'^2}{p^2\omega^2} - \frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}\right); \qquad (7)$$

et comme, à la dernière section CD, on a $\omega = \Omega'$, $p = P'$, cette équation devient

$$2k\log.\frac{P}{P'} = U^2\left(1 - \frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}\right);$$

d'où l'on déduit, pour la valeur de la vitesse à l'orifice d'écou-

lement CD,

$$U = \sqrt{\frac{2k \log. \frac{P}{P'}}{1 - \frac{P'^2 \Omega'^2}{P^2 \Omega^2}}}. \qquad (8)$$

Si l'on suppose cet orifice évasé, c'est-à-dire si l'on admet que la figure de la paroi est telle que tous les filets de fluide qui franchissent la section CD ont des directions parallèles à l'axe MN, ou perpendiculaires au plan de cette section, on aura le volume de fluide qui sort du vase dans l'unité de temps en multipliant l'expression précédente de U par l'aire Ω' de l'orifice. Ce volume sera censé pris sous la pression P' qui a lieu dans la section CD. Mais si, comme cela se fait ordinairement, on veut estimer le volume de fluide qui s'écoule dans l'unité de temps en considérant ce fluide sous la pression P qui a lieu dans le gazomètre, il faudra multiplier l'expression précédente par Ω' et par le rapport $\frac{P'}{P}$. Le volume dont il s'agit est donc exprimé par

$$\frac{P'\Omega'}{P} \sqrt{\frac{2k \log. \frac{P}{P'}}{1 - \frac{P'^2 \Omega'^2}{P^2 \Omega^2}}}. \qquad (9)$$

5. Les formules (8) et (9) sont propres à donner la vitesse du fluide à l'orifice, et la quantité de l'écoulement, lorsque cet écoulement a lieu par un orifice ouvert dans la paroi d'un vase. On peut remarquer que ces formules donneraient des résultats infinis ou imaginaires, si l'on avait $P'\Omega' =$ ou $> P\Omega$. Cette circonstance indique que l'existence d'un écoulement uniforme, tel qu'on le suppose ici, exige essentiellement que

l'aire Ω' de la section extrême soit $< \frac{P\Omega}{P'}$. Cette condition est analogue à ce qui a lieu pour les fluides incompressibles, où l'existence d'un écoulement uniforme suppose que la section inférieure, par laquelle le fluide sort du vase, soit moindre que la section supérieure, par laquelle le fluide entre dans ce vase. Si la section extrême Ω' était tellement grande que la condition dont il s'agit ne fût pas satisfaite, la veine de fluide sortirait du réservoir sans remplir en entier cette section, et les circonstances du mouvement ne seraient plus représentées par les formules précédentes.

6. Si l'orifice d'écoulement CD est supposé très-petit par rapport à la section AB du gazomètre, l'expression (8) de la vitesse d'écoulement se réduit à

$$U = \sqrt{2k \log. \frac{P}{P'}}; \qquad (10)$$

et l'expression (9) du volume de fluide qui s'est écoulé dans l'unité de temps, mesuré sous la pression qui a lieu dans le gazomètre, à

$$\frac{P'\Omega'}{P} \sqrt{2k \log. \frac{P}{P'}}. \qquad (11)$$

7. Il est utile de rapprocher les résultats précédents de ceux qui sont admis communément. D'après ce qui a été dit n° 2, on regarde la vitesse à l'orifice d'écoulement comme étant représentée par l'expression (1), qui peut s'écrire

$$U = \sqrt{\frac{2P}{R} \cdot \frac{P - P'}{P}}, \text{ ou } U = \sqrt{2k \cdot \frac{P - P'}{P}}.$$

Mais l'on a $\frac{P}{P'} = 1 + \frac{P - P'}{P'}$; et par conséquent, si P surpasse

très-peu P′, $\log.\frac{P}{P'}=\frac{P-P'}{P'}$, à fort peu près. Donc les formules (1) et (10) s'accordent à très-peu près quand la différence des pressions intérieure et extérieure est fort petite par rapport à ces pressions. Lorsque cette circonstance n'a pas lieu, la formule (1) donne une valeur trop grande pour U; et comme, pour évaluer le volume de fluide qui est sorti du gazomètre dans l'unité de temps, on multiplie cette valeur par Ω′, tandis qu'il faudrait la multiplier par la quantité moindre $\frac{P'\Omega'}{P}$, on commet ainsi deux erreurs dans le même sens, dont les effets s'ajoutent. Cependant, dans la plupart des expériences connues, la quantité $\frac{P-P'}{P'}$ était en général fort petite, et la formule (1) a pu paraître s'accorder avec les effets naturels.

8. Si l'on substitue dans l'équation (7) l'expression (8) de U, cette équation devient

$$\frac{\log.\frac{P}{p}}{\log.\frac{P}{P'}}=\frac{\frac{P^2\Omega^2}{p^2\omega^2}-1}{\frac{P^2\Omega^2}{P'^2\Omega'^2}-1}; \qquad (12)$$

et l'on peut en déduire la valeur de la pression p qui a lieu dans une section donnée du tuyau, dont l'aire est représenté par ω.

Lorsque l'orifice d'écoulement CD est très-petit par rapport à la section AB du gazomètre, l'équation précédente se réduit à

$$\frac{\log.\frac{P}{p}}{\log.\frac{P}{P'}}=\frac{\frac{P^2\Omega^2}{p^2\omega^2}-1}{\frac{P^2\Omega^2}{P'^2\Omega'^2}}. \qquad (13)$$

Pour se rendre compte, de la manière la plus simple, des indications données par ces équations relativement aux valeurs de la pression, on résoudra l'équation (12) par rapport à la quantité ω^2, et l'on trouvera

$$\omega^2 = \frac{P^2\Omega^2}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{P^2\Omega^2}{P'^2\Omega'^2} - 1\right) \frac{\log. \frac{P}{p}}{\log. \frac{P}{P'}}}. \qquad (14)$$

Construisons maintenant, au moyen de cette équation, la courbe dont p serait l'abscisse et dont ω serait l'ordonnée. On verra facilement que cette courbe, dans laquelle les ordonnées Ω et Ω' correspondent, comme cela doit être, aux abscisses P et P', présente la forme indiquée dans les figures 2 et 3. L'ordonnée correspondante à $p = 0$ est infinie; cette ordonnée prend ensuite des valeurs de moins en moins grandes, jusqu'à un point de minimum, dont l'abscisse p peut être moindre que P' (fig. 2), ou plus grande que P' (fig. 3). L'ordonnée croît ensuite, et devient de nouveau infinie lorsque l'on donne à p une valeur oQ, plus grande que P, et telle qu'elle rend la quantité $\left(\frac{P^2\Omega^2}{P'^2\Omega'^2} - 1\right) \frac{\log. \frac{P}{p}}{\log. \frac{P}{P'}}$ égale à -1;

en sorte que la parallèle à l'axe des ω menée par le point Q est une seconde asymptote de la courbe. Cette courbe étant construite, on connaîtra la pression p qui aura lieu dans une section donnée ω du vase, en traçant une parallèle à l'axe op, à la distance ω de cet axe, et prenant la valeur de l'abscisse du point d'intersection de cette parallèle avec la courbe.

Si l'on veut déterminer la position du point de minimum,

on égalera à zéro la différentielle du second membre de l'équation (14), ce qui donnera

$$\log.\frac{P}{p}=\frac{1}{2}-\frac{\log.\frac{P}{P'}}{\frac{P^2\Omega^2}{P'^2\Omega'^2}-1}. \qquad (15)$$

La valeur de p déduite de cette équation, que nous désignons par p_1, sera l'abscisse du point dont il s'agit; et si l'on substitue cette valeur dans l'équation (14), la valeur correspondante de ω, que nous désignons par ω_1, sera la valeur minimum cherchée de l'ordonnée de la courbe.

Il peut arriver que le point de minimum ait P′ et Ω′ pour abscisse et pour ordonnée. Cette circonstance aura lieu si l'équation (15) est satisfaite par la valeur $p=P'$. En faisant $p=P'$ dans cette équation, elle devient

$$\frac{P^2\Omega^2}{P'^2\Omega'^2}.\log.\frac{P}{P'}=\frac{1}{2}, \qquad (16)$$

en sorte que cette dernière équation indique les relations qui doivent subsister entre les quantités P, P′, Ω, Ω′ pour que Ω′ soit la plus petite valeur que puisse prendre l'ordonnée ω. Si le premier membre de l'équation (16) est $<\frac{1}{2}$, on se trouvera dans le cas de la fig. 2, où p_1 est $<P'$. Si au contraire le premier membre de cette équation est $>\frac{1}{2}$, on se trouvera dans le cas de la fig. 3, où p_1 est $>P'$.

9. Cela posé, considérons d'abord un tuyau tel que celui qui est représenté fig. 1, dans lequel la section décroit successivement de AB en CD. Si les relations entre les quantités P, P′, Ω, Ω′ sont telles que l'on soit dans le cas de la fig. 2, on cherchera les pressions correspondantes aux diverses sections en descendant le long de la courbe du point M au point

M′: ainsi il est évident que la pression décroîtra aussi progressivement de la valeur P qui a lieu en AB à la valeur P′ qui a lieu en CD. Mais si l'on est dans le cas de la fig. 3, en voulant descendre le long de la courbe du point M au point M′, on rencontrera avant d'y parvenir un point M″ pour lequel l'ordonnée ω sera égale à Ω', aussi bien que celle du point M′, et dont l'abscisse P″ est $>$ P′. Il faut donc admettre alors que la pression, après avoir diminué progressivement, depuis AB jusques en CD, de la valeur P à la valeur P″, passe brusquement, dans la section CD même, de la valeur P″ à la valeur P′ qui a lieu à l'extérieur. Il est à remarquer que ce dernier cas aura lieu principalement lorsque l'orifice d'écoulement sera fort petit, ou lorsque la pression extérieure P′ sera fort petite par rapport à la pression intérieure P.

Considérons maintenant un tuyau tel que celui qui est représenté fig. 4, dans lequel la section décroît progressivement de AB en EF, où elle est moindre que l'orifice d'écoulement CD; puis croît de nouveau progressivement de EF en CD. D'après ce qu'on a vu ci-dessus, si l'on attribuait à ω une valeur moindre que ω_1, l'équation (12) ne donnerait aucune valeur correspondante pour p. Cela indique qu'il n'est pas possible de diminuer la section EF de l'étranglement au-dessous d'une limite fixée par la valeur minimum ω_1, si l'on veut que les circonstances du mouvement du fluide continuent à être représentées par les formules précédentes. Autrement, ces formules ne donnant aucun résultat, on est averti que le fluide sortirait du vase sans remplir la section extrême CD, comme ces formules le supposent: ce serait alors la section EF qui deviendrait l'orifice d'écoulement. Admettons donc que l'on ait donné à la plus petite section EF de

l'étranglement une valeur comprise entre Ω' et ω_1. En supposant d'abord que l'on soit dans le cas de la fig. 2, la section EF répondra sur la courbe à un point m compris entre M′ et le point de minimum. Par conséquent, pour trouver les pressions correspondantes aux diverses sections du vase, on descendra d'abord du point M au point m, puis on remontera du point m au point M′; d'où l'on conclut que la pression, dans la section EF, sera moindre que la pression extérieure P′. En supposant ensuite que l'on soit dans le cas de la fig. 3, il faudra, pour trouver les pressions correspondantes aux diverses sections, descendre d'abord du point M au point m qui répond à la section EF, puis passer immédiatement de ce point au point n qui a la même ordonnée, mais une abscisse plus petite, et enfin du point n au point M′ correspondant à la section extrême. On en conclut que dans l'étranglement EF, la pression se soutient ici au-dessus de la pression extérieure P′, mais que cette pression y passe brusquement de la valeur donnée par l'abscisse du point m à la valeur donnée par l'abscisse du point n. Ce changement brusque dans la valeur de la pression en suppose un dans la valeur de la vitesse des tranches; et par conséquent une perte de force vive. Ainsi on est obligé d'admettre qu'il peut y avoir perte de force vive dans le mouvement d'un fluide élastique, lors même que la grandeur des sections du vase ne varie que par degrés insensibles. Dans un cas tel que celui dont il s'agit, les conditions du mouvement du fluide ne seraient pas exprimées exactement par les formules précédentes : il faudrait avoir égard à l'existence de la perte de force vive au passage de la section EF, et établir l'équation du mouvement du fluide en conséquence, comme on le verra dans les articles suivants.

Considérons encore le tuyau représenté fig. 5, dans lequel la section décroît progressivement de AB en EF, où elle est moindre que l'orifice d'écoulement CD; puis croît de EF en GH, où elle est plus grande que CD; et enfin décroît progressivement de GH en CD. Il sera nécessaire, aussi bien que dans le cas précédent, que la plus petite section EF de l'étranglement ne soit pas au-dessous de la valeur minimum ω_1. Cette condition étant supposée remplie, on verra comme ci-dessus que, si l'on est dans le cas de la fig. 2, la pression sera en EF moindre que la pression extérieure P′; mais elle reprendra en GH des valeurs plus grandes que cette pression extérieure, et égales à celles qu'elle présentait, à section égale, dans l'intervalle ABFE. Au contraire, si l'on est dans le cas de la fig. 3, la pression sera en EF plus grande que la pression extérieure P′; mais, après avoir subi dans cet endroit un changement brusque (à moins que la section EF ne soit précisément égale à la limite ω_1), la pression intérieure deviendra plus petite que la pression extérieure P′, dans toutes les parties de l'espace EGCDHF où l'aire des sections transversales surpassera celle de la section extrême CD.

On voit d'après ce qui précède que, par l'effet de l'écoulement d'un fluide élastique dans un vase ou tuyau, la pression intérieure peut devenir moindre que la pression extérieure du milieu dans lequel le fluide s'écoule dans deux cas; savoir lorsqu'il y a un étranglement, ou lorsqu'il y a un renflement précédé d'un étranglement. Mais l'existence d'un étranglement ou d'un renflement semblable n'emporte pas la nécessité que la pression y soit moindre que la pression extérieure : elle le sera ou non suivant les rapports des pressions et des sections extrêmes.

Il est nécessaire de ne point oublier d'ailleurs que les résultats précédents étant fondés sur l'hypothèse du parallélisme des tranches, l'erreur de cette hypothèse peut apporter quelques différences entre ces résultats et les effets naturels.

De l'écoulement de l'air par un orifice ouvert dans une paroi plane et mince.

10. Les formules (9) ou (11) peuvent être employées au calcul des volumes d'air qui s'écoulent par les orifices des vases, toutes les fois que la figure de la paroi près de l'orifice sera telle que tous les filets de fluide y soient dirigés suivant des lignes parallèles entre elles, et perpendiculaires au plan de cet orifice. Il y a tout lieu de croire que les effets naturels différeront très-peu dans ce cas des résultats du calcul, et seulement par suite des petites résistances dues au frottement du fluide sur la paroi du vase. Mais si l'orifice est formé dans une paroi plane, quoique l'on doive toujours penser que la vitesse au passage de cet orifice est, pour tous les filets du fluide, représentée par les formules (8) ou (10), il résulte de l'obliquité des directions de la plupart de ces filets sur le plan de l'orifice, que la dépense de fluide ne peut plus être calculée par les formules (9) ou (11). La veine du fluide doit se contracter ici après avoir franchi l'orifice, comme dans le cas des liquides : c'est à la section de plus grande contraction que ces formules pourraient s'appliquer avec exactitude ; et, si on veut les appliquer à l'orifice même, il faut les multiplier par un certain coëfficient fractionnaire que nous désignerons par m.

Le principal objet des expériences que l'on pourrait faire

sur le mode d'écoulement dont il s'agit, est la détermination du rapport *m*. Nous nous dispenserons ici de faire mention de plusieurs observations isolées, ou rapportées d'une manière incomplète, que l'on trouve dans divers ouvrages. Parmi les expériences connues, celles de M. Lagerhjelm (1) paraissent les plus propres à conduire à cette détermination. Le tableau suivant a été formé d'après les résultats de ces expériences, faites sur des orifices circulaires ouverts dans une plaque mince de cuivre.

Diamètre de l'orifice.	Pression intérieure.	Hauteur du baromètre.	Température de l'air.	Durée de l'écoulement.	Volume d'air écoulé.	Valeur du rapport *m*.
Pieds	Pieds.	Pieds	Degrés cent.	Secondes.	Pieds cubes.	
0,1122	1,616	2,345	16	4,5	7,5859	0,6097
	1,209		17	5,25	8,8919	0,6972
	0,5555		16	7,5	7,6547	0,6063
	0,1919		18	13,25	8,086	0,6103
0,080617	1,616	2,305	17	9	8,0819	0,6013
	1,217			10,5	8,037	0,5804
	0,5555		15	15	7,9251	0,5805
	0,2121	2,508	17,5	23,5	8,6635	0,6854
0,041346	1,6059	2,536	20	32	7,3881	0,6098
	1,212		19,5	36,2	7,244	0,6029
	0,5555	2,540	10,5	51,2	6,8875	0,5933
	0,1969			82	6,6251	0,6018

(1) Les expériences de M. Lagerhjelm ont été publiées dans les Mémoires de l'Académie de Stockolm. Une traduction française, présentée à

La 2^e colonne, intitulée *pression intérieure*, donne la hauteur de la colonne d'eau qui mesurait l'excès de la pression dans l'intérieur du vase dont l'air s'écoulait, sur la pression extérieure mesurée par la hauteur du baromètre. Pour le calcul de ces expériences, il faut d'abord évaluer la quantité désignée par k dans le n° 4, en prenant le pied de Suède pour unité linéaire. Cette quantité (d'après la note de ce n°) est exprimée par la formule

$$k = g\eta\varpi\frac{1+0{,}00375.v}{\Pi}.$$

On trouve dans le Mémoire de M. Lagerhjelm que la vitesse imprimée en une seconde par la gravité aux corps pesants, dont la valeur en mètres est $9^m{,}809$, a pour valeur en pieds de Suède $33^p{,}068$; d'où l'on conclut (en négligeant la différence des valeurs de g en Suède et à Paris) que la hauteur du baromètre $0^m{,}76$ sous laquelle le mètre cube d'air pèse $1^k{,}3$ à la température 0°, est égale à $2^p{,}562$. On fera donc dans la formule précédente $g = 33{,}068$, $\eta = 2{,}562$, $\varpi = 13568$, $\Pi = 1{,}3$; ce qui donnera

$$k = 1149300\frac{1+0{,}00375.v}{1{,}3},$$

expression au moyen de laquelle on déterminera facilement la valeur de k qui convient à chaque expérience, d'après la température indiquée, en construisant une table de valeurs de $\frac{1{,}3}{1+0{,}00375.v}$, c'est-à-dire du poids en kilogrammes du mètre cube d'air à la température désignée par v, sous la pres-

---

l'Académie des sciences en 1822, et sur laquelle M. Girard a fait un rapport, a été imprimée dans le *Journal du génie civil*, 7^e livraison, 1829.

sion $0^m,76$. Il faut ensuite réduire dans le rapport des pesanteurs spécifiques de l'eau et du mercure les hauteurs rapportées dans la 2^e colonne, et les ajouter aux hauteurs du baromètre rapportées dans la 3^e colonne, pour avoir les hauteurs de mercure qui mesurent les pressions intérieures.

(Par exemple, pour la première expérience, on a $k = \frac{1149300}{1,227}$. La pression intérieure est $2,545 + \frac{1,616}{13,568} = 2,664$; et par conséquent $\frac{P}{P'} = \frac{2,664}{2,545}$. On a d'ailleurs $\Omega' = \frac{\pi}{4}(0,1122)^2$. La formule (11), si l'on prend le logarithme dans les tables ordinaires, doit être écrite

$$\frac{P'\Omega'}{P}\sqrt{2k(2,30206)\log.\frac{P}{P'}}.$$

En substituant dans cette formule les valeurs précédentes, on trouve pour la dépense qui aurait lieu en une seconde si l'orifice était évasé, $2^{m\,c},763$. La dépense qui a eu lieu étant $\frac{7,5809}{4,5}$, on en conclut pour la valeur du rapport des deux dépenses, $m = \frac{7,5809}{4,5 \times 2,763} = 0,6097$.)

Les valeurs du rapport m contenues dans la dernière colonne du tableau précédent présentent des irrégularités qui paraissent provenir seulement des erreurs d'observation. La moyenne de ces valeurs étant $m = 0,6149$, il paraît que la contraction de l'air s'opère ici absolument de la même manière que celle de l'eau.

11. On trouve dans les *Annales des mines*, t. XIII, 1826, des expériences de ce genre, faites par M. d'Aubuisson, habile ingénieur des mines : le tableau suivant présente les résultats moyens de ces expériences.

Diamètre de l'orifice.	Pression intérieure.	Valeur du rapport m.
mètre.	mètre. mètre.	
0,01	0,0286 à 0,144	0,63
0,015	0,028 à 0,122	0,652
0,02	0,027 à 0,06	0,646
0,03	0,027 à 0,05	0,673

La 2^{e} colonne, intitulée *pression intérieure*, donne les plus petites et les grandes hauteurs des colonnes d'eau qui mesuraient l'excès de la pression qui avait lieu dans le gazomètre sur la pression extérieure, dans les quatre, cinq ou six expériences qui ont été faites sur chaque orifice, et qui ont donné les valeurs moyennes du rapport m portées dans la 3^{e} colonne. Ces valeurs sont obtenues en divisant la dépense effective par la dépense que l'on calculerait au moyen de la formule (4) du n° 2, formule qui donne en général des résultats trop grands, mais que l'on peut employer sans erreur sensible dans le cas des expériences dont il s'agit, à raison de la petitesse de l'excès de la pression intérieure sur la pression extérieure. Les valeurs que l'on obtient ici pour le rapport m surpassent sensiblement la valeur déduite des expériences de M. Lagerhjelm, expériences qui méritent peut-être plus de confiance, parce qu'elles ont été pour la plupart faites sous des charges beaucoup plus grandes. On peut remarquer aussi que les orifices, dans les expériences de M. d'Aubuisson, n'étaient point ouverts immédiatement dans la paroi du gazomètre,

mais dans une plaque formant l'extrémité d'un petit tuyau de $0^m,08$ de diamètre, et $0^m,027$ de longueur, implanté sur cette paroi. Cette circonstance doit avoir diminué la contraction extérieure ; et l'on est d'autant mieux porté à en juger ainsi que l'on voit les valeurs du rapport m augmenter de 0,63 à 0,673, en même temps que le diamètre de l'orifice augmente de $0^m,01$ à $0^m,03$; c'est-à-dire en même temps qu'il y a moins de différence entre le diamètre de l'orifice, et celui de la portion de tuyau qui forme une sorte d'embouchure en deçà de cet orifice. On peut présumer, d'après cela, que ces expériences de M. d'Aubuisson ne doivent point infirmer la conclusion énoncée à la fin du n° précédent.

Solution de la question de l'écoulement de l'air dans un vase ou tuyau par le principe de la conservation des forces vives. Des cas où il y a perte de forces vives.

12. Considérons l'écoulement du fluide dans le vase représenté fig. 1, et reprenons les suppositions et les dénominations du n° 4. On sait, par les recherches de Daniel Bernouilly et de Borda, que les questions relatives à l'écoulement des liquides se résolvent facilement par le principe de la conservation des forces vives. Il en est de même des questions relatives aux fluides élastiques : mais il ne faut point oublier que ce principe, qui consiste en ce que, dans un temps donné, la force vive du système augmente d'une quantité numériquement égale au double des quantités d'action imprimées par les forces (1), ne peut s'appliquer à un système composé de

(1) Nous entendons ici par *force vive d'un corps* le produit de la masse

parties élastiques, qu'autant que l'on considérera non-seulement les forces extérieures, mais encore les actions mutuelles qui s'exercent entre les parties du système ; actions qu'il est indifférent de considérer ou non, dans les systèmes où les points d'application des forces sont assujettis par de liens de longueur invariable, parce que les quantités d'actions qui en résultent donnent alors une somme nulle.

Nous remarquerons donc ici, d'une part, que la force vive de la tranche placée en $\alpha\beta$ est, au bout du temps t, $\rho\omega dx.u^2$; que cette force vive augmente dans l'élément du temps dt de la quantité $\rho\omega dx.2udu$; et parconséquent que l'on a

$$\int \rho\omega dx.2udu$$

pour l'accroissement de la force vive du fluide dans ce même intervalle de temps, l'intégrale étant prise depuis la section AB jusques à la section CD, ou depuis $x=0$ jusqu'à $x=MN$.

D'autre part cette même tranche est soumise, par l'effet des actions mutuelles des tranches, à l'effort ωdp, qui la pousse en sens contraire de son mouvement : l'espace qu'elle parcourt dans le temps dt est udt. Par conséquent la quantité d'action imprimée à la tranche par l'effet de ces actions

---

de ce corps par le carré de sa vîtesse actuelle ; et par *force vive du système*, la somme des produits semblables faits pour toutes les parties matérielles dont le système se compose. Nous désignons par *quantité d'action imprimée par une force* l'intégrale du produit de l'effort ou pression que la force exerce, par l'élément de l'espace que parcourt le point d'application dans la direction de cet effort ou pression.

mutuelles est $-\omega dp.udt$; et la somme des quantités d'action imprimées à toutes les tranches est

$$-\int \omega dp.udt,$$

l'intégrale étant prise entre les mêmes limites que la précédente.

Le principe énoncé ci-dessus donne donc l'équation

$$-2\int \omega dp.udt = \int \rho\omega dx.2udu; \qquad (17)$$

ou, en mettant udt à la place de dx, et supprimant dt, comme un facteur constant commun à tous les termes,

$$-k\int \omega dp.u = \int p\omega.u^2 du.$$

En remplaçant u et du par les valeurs (6) du n° 4, et en supprimant encore le facteur constant $P'\Omega' U$, cette équation deviendra

$$k\int \frac{dp}{p} = P'^2\Omega'^2 U^2 \int \frac{d(p\omega)}{p^3\omega^3};$$

et en effectuant les intégrations indiquées, on trouvera

$$2k \log.\frac{P}{P'} = U^2\left(1 - \frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}\right),$$

ce qui s'accorde avec l'équation (8) du n° 4.

Il est évident d'ailleurs que l'équation (17) doit subsister pour une portion quelconque du système, telle que $A\alpha\beta B$, aussi bien que pour le système entier des tranches ACDB. Par conséquent on peut dans cette équation prendre dans

membre les intégrales depuis la section AB jusques à la $\alpha\beta$ seulement, ce qui donnera

$$2k\log.\frac{P}{p}=U^2\left(\frac{P'^2\Omega'^2}{p^2\omega^2}-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}\right),$$

équation conforme à l'équation (7) du n° 4, et qui servira à déterminer la valeur de la pression dans une section quelconque, comme on l'a vu n° 8.

13. Considérons maintenant les cas où il y aurait des changements brusques dans la grandeur des sections transversales du vase ou tuyau parcouru par le fluide, et spécialement les cas où le fluide serait obligé de passer par un petit orifice ouvert dans un diaphragme établi transversalement dans l'intérieur du vase. On sait que, pour les fluides incompressibles, une semblable disposition cause une diminution dans la vitesse d'écoulement, et que, en conservant toujours l'hypothèse du parallélisme des tranches, on représente assez fidèlement les effets naturels, en tenant compte de la perte de force vive résultant des changements instantanés qui doivent être supposés dans les vitesses des tranches. Les mêmes considérations peuvent être appliquées à l'écoulement des fluides élastiques. Nous supposerons donc que l'on ait établi dans le vase ABCD (fig. 6) un diaphragme transversal, qui oblige le fluide à passer dans la section EF, à laquelle succède immédiatement la section plus grande GH. On admet que la section EF est précédée par une sorte d'embouchure, de manière que les filets de fluide arrivent tous à cette section dans des directions parallèles à l'axe MN. En conservant les dénominations du n° 4, on représentera par

A l'aire de la section EF;

A' l'aire de la section G H;
B la valeur de la pression qui a lieu dans la section E F;
B' la valeur de la pression qui a lieu dans la section G H.

Cela posé, en remarquant que les vitesses dans les sections E F et G H sont respectivement $\frac{P'\Omega'U}{B A}$ et $\frac{P'\Omega' U}{B' A'}$, on voit que les tranches, en passant d'une section à l'autre, perdront instantanément la vitesse $U\left(\frac{P'\Omega'}{B A}-\frac{P'\Omega'}{B' A'}\right)$. La masse du fluide qui franchit une section quelconque, pendant l'élément du temps dt, est $\frac{P'}{k}\Omega' U\,dt$. Ainsi, conformément au théorème de Carnot, le système subit pendant ce temps une perte de force vive dont la valeur est

$$\frac{P'}{k}\Omega' U\,dt.U^2\left(\frac{P'\Omega'}{B A}-\frac{P'\Omega'}{B' A'}\right)^2. \qquad (18)$$

Cette quantité doit être ajoutée au second membre de l'équation (17). En faisant cette addition, et opérant comme ci-dessus, on trouvera pour l'équation dont dépend la valeur de la vitesse

$$2k\log.\frac{P}{P'}=U^2\left[1-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{P'\Omega'}{B A}-\frac{P'\Omega'}{B' A'}\right)^2\right],$$

d'où l'on déduit

$$U=\sqrt{\frac{2k\log.\frac{P}{P'}}{1-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{P'\Omega'}{B A}-\frac{P'\Omega'}{B' A'}\right)^2}}, \qquad (19)$$

expression par laquelle on doit remplacer ici la formule (8) du n° 4.

A l'égard maintenant des pressions qui auront lieu dans

les diverses parties du vase, on remarquera, conformément à ce qui a été dit à la fin du n° 12, que si l'on veut calculer cette valeur pour une section comprise dans la partie A E F B du vase, il faut employer l'équation (17) sans ajouter au second membre la quantité (18), puisque la perte de force vive n'a lieu qu'après la section E F. Par conséquent la pression sera donnée dans cette partie comme ci-dessus par l'équation

$$2k\log.\frac{P}{p}=U^2\left(\frac{P'^2\Omega'^2}{p^2\omega^2}-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}\right). \qquad (20)$$

Mais si l'on veut calculer la valeur de la pression pour une section comprise dans la partie G H D C du vase, il faut employer l'équation (17) avec l'addition au second membre de la quantité (18); en sorte que la pression sera donnée dans cette seconde partie par l'équation

$$2k\log.\frac{P}{p}=U^2\left[\frac{P'^2\Omega'^2}{p^2\omega^2}-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{P'\Omega'}{BA}-\frac{P'\Omega'}{B'A'}\right)^2\right]. \qquad (21)$$

La première de ces équations doit être satisfaite par les valeurs qui conviennent à la section E F; c'est-à-dire en faisant $p=B$, $\omega=A$. La seconde doit être satisfaite par les valeurs qui conviennent à la section G H; c'est-à-dire en faisant $p=B'$, $\omega=A'$. En faisant ces substitutions, et en éliminant U au moyen de l'équation (19), on aura

$$\left.\begin{aligned}\frac{\log.\frac{P}{B}}{\log.\frac{P}{B'}}&=\frac{\frac{1}{B^2A^2}-\frac{1}{P^2\Omega^2}}{\frac{1}{P'^2\Omega'^2}-\frac{1}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{1}{BA}-\frac{1}{B'A'}\right)^2},\\ \frac{\log.\frac{P}{B'}}{\log.\frac{P}{P'}}&=\frac{\frac{1}{B'^2A'^2}-\frac{1}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{1}{BA}-\frac{1}{B'A'}\right)^2}{\frac{1}{P'^2\Omega'^2}-\frac{1}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{1}{BA}-\frac{1}{B'A'}\right)^2},\end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

équations au moyen desquelles on déterminera les valeurs des pressions B et B′. Ces valeurs étant substituées dans les formules (19), (20) et (21), feront connaître la vitesse d'écoulement et les pressions dans toute l'étendue du vase.

Si l'entrée de l'orifice intérieur E F n'était pas évasée, et si cet orifice était ouvert dans un diaphragme plan, comme l'indique la figure 7, on aurait égard à cette circonstance en admettant que la veine de fluide qui franchit la section E F se contracte à une petite distance au-delà de cette section en ef, et que c'est après cette contraction que les tranches s'élargissent subitement pour occuper la section G H. Par conséquent désignant, comme dans le n° 10, par m le rapport des sections ef et E F, les formules précédentes conviendront à ce cas en y mettant m A au lieu de A.

S'il y avait dans le vase plusieurs diaphragmes, et que le fluide eût à franchir plusieurs orifices intérieurs, il est évident qu'il faudrait ajouter au second membre de l'équation (17) autant de termes semblables à la formule (18) qu'il y aurait de diaphragmes; et que la même équation donnerait successivement la valeur de la pression dans les diverses divisions du vase, en mettant dans le second membre les termes dont il s'agit relatifs aux diaphragmes que le fluide a dû traverser pour parvenir dans chacune de ces divisions.

Nous remarquerons encore que les résultats précédents s'appliqueraient facilement aux cas particuliers qui ont été remarqués dans le n° 9, où le vase présente un étranglement en E F (fig. 4 et 5), et où, quoique les sections ne varient que par degrés insensibles, il peut néanmoins arriver qu'il y ait au passage de l'étranglement un changement fini dans la valeur de la pression, et par conséquent une perte de

force vive. Il suffira, pour appliquer ces résultats aux cas dont il s'agit, de faire $A = A'$ dans les équations précédentes. En admettant cette supposition les équations (22) deviennent

$$\frac{\log.\frac{P}{B}}{\log.\frac{P}{P'}} = \frac{\frac{1}{B^2A^2} - \frac{1}{P^2\Omega^2}}{\frac{1}{P'^2\Omega'^2} - \frac{1}{P^2\Omega^2} + \left(\frac{1}{BA} - \frac{1}{B'A}\right)^2},$$

$$\frac{\log.\frac{P}{B'}}{\log.\frac{P}{P'}} = \frac{\frac{1}{B^2A^2} - \frac{1}{P^2\Omega^2} + \left(\frac{1}{BA} - \frac{1}{B'A}\right)^2}{\frac{1}{P'^2\Omega'^2} - \frac{1}{P^2\Omega^2} + \left(\frac{1}{BA} - \frac{1}{B'A}\right)^2}.$$

On peut remarquer que ces équations deviennent maintenant identiques si l'on fait $B = B'$, et donnent toutes deux alors

$$\frac{\log.\frac{P}{B}}{\log.\frac{P}{P'}} = \frac{\frac{P^2\Omega^2}{B^2A^2} - 1}{\frac{P^2\Omega^2}{P'^2\Omega'^2} - 1}.$$

Cette dernière équation donnera généralement pour B deux valeurs. On voit par là comment l'analyse satisfait ici à la nécessité de comprendre dans une même solution; 1° le cas de la fig. 2, où la pression ne change pas brusquement dans l'étranglement et où il n'y a pas de perte de force vive; 2° le cas de la fig. 3, où il y a dans l'étranglement changement brusque de la valeur de la pression, et par conséquent perte de force vive. En effet, il est visible que, dans le premier cas on doit prendre pour B′ la plus grande des deux valeurs données par l'équation précédente, valeur qui sera identique avec celle qui résulterait de l'équation (12) du n° 8. En donnant à B et B′ cette valeur dans l'expression (19)

de la vitesse d'écoulement, en même temps que l'on y fera $A = A'$, le terme du dénominateur introduit par la considération de la perte de force vive disparaîtra. Le même terme disparaîtra également dans l'équation (21) qui donne les pressions dans la partie du vase placée au-delà de l'étranglement. Dans le second cas, au contraire, on prendra pour B la plus grande, et pour B′ la plus petite des valeurs données par l'équation précédente, et en substituant ces deux valeurs dans la formule (19), en même temps que l'on y fera $A = A'$, on aura la véritable valeur de la vitesse d'écoulement, diminuée comme il convient qu'elle le soit par l'effet de la perte de force vive qui a lieu dans le cas dont il l'agit.

14. Supposons, dans la vase représenté fig. 6, les deux sections E F et C D très-petites par rapport aux sections A B, G H. Ce cas est un de ceux où il y a nécessairement perte de force vive. L'expression (19) de la vitesse d'écoulement deviendra alors, à fort peu près,

$$U = \sqrt{\frac{2k \log. \frac{P}{P'}}{1 + \frac{P'^2 \Omega'^2}{B^2 A^2}}}; \qquad (23)$$

et les équations (22) pourront être remplacées, sans erreur sensible, par

$$\frac{\log. \frac{P}{B}}{\log. \frac{P}{P'}} = \frac{1}{\frac{B^2 A^2}{P'^2 \Omega'^2} + 1}, \qquad \frac{\log. \frac{P}{B'}}{\log. \frac{P}{P'}} = \frac{1}{\frac{B'^2 A^2}{P'^2 \Omega'^2} + 1}. \qquad (24)$$

Les seconds membres de ces équations étant identiques, il en résulte que l'on a ici $B = B'$. Ainsi, dans le cas particulier dont il s'agit, la pression du fluide ne varie pas d'une quantité finie quand il passe immédiatement de la section EF dans la section GH. On peut s'assurer d'ailleurs que la valeur de B ou B′ donnée par les équations (24) sera toujours plus grande que la pression extérieure P′, et qu'elle ne dedeviendrait égale à cette pression qu'autant que la section EF, dont l'aire est désignée par A, serait extrêmement petite par rapport à l'orifice d'écoulement CE. La formule (23) montre que la valeur de la vitesse d'écoulement deviendrait alors très-petite. Ainsi en obligeant le fluide à passer par un orifice intérieur très-petit, on peut diminuer autant qu'on le veut la vitesse d'écoulement.

Si la pression P surpassait très-peu la pression extérieure P′, il en serait de même de la pression B, et l'on aurait à très-peu près $\log.\frac{P}{P'} = \frac{P-P'}{P'}$, $\log.\frac{P}{B} = \frac{P-B}{P'}$, $\frac{B^2}{P'^2} = 1 + 2\frac{B-P'}{P'}$. Substituant ces valeurs dans les équations (24), on en déduit, à fort peu près,

$$B = B' = \frac{P + P'\frac{\Omega'^2}{A^2}}{1 + \frac{\Omega'^2}{A^2}}. \qquad (25)$$

Dans le cas où les sections EF et CD seraient égales, cette équation donnerait.

$$B = B' = \frac{P + P'}{2},$$

en sorte que la pression à la section EF serait alors moyenne arithmétique entre les pressions P et P′ qui ont lieu aux sections extrêmes AB, CD. La formule (23) devient alors

$$U = \sqrt{\frac{2k \log. \frac{P}{P'}}{1 + \frac{4P'^2}{(P+P')^2}}}, \qquad (26)$$

et en comparant ce résultat avec la formule (10), on voit qu'en obligeant le fluide à traverser l'orifice intérieur EF, on diminue ici la vitesse à l'orifice CD, et par conséquent le volume du fluide qui s'écoule dans un temps donné, dans un rapport qui diffère fort peu de celui de $\sqrt{2}$ à 1.

De l'écoulement de l'air par un tuyau ou ajutage cylindrique ou conique adapté à un orifice.

15. Considérons d'abord le cas où le tuyau cylindrique s'adapterait à la face plane du réservoir au moyen d'une sorte d'embouchure, comme l'indique la figure 8, de telle manière que les filets de fluide arrivant à la première section EF de ce tuyau, soient tous dirigés parallèlement à l'axe MN. Dans ce cas la vitesse et la quantité de l'écoulement sont évidemment données par les formules des n^os^ 4 et 6, abstraction faite de l'effet du frottement du fluide contre la paroi du tuyau. La valeur de la pression doit également être déterminée d'après les considérations exposées dans le n° 8; et par conséquent on doit penser que si l'on est dans le cas de la fig. 2, la pression diminue progressivement, de AB en EF, depuis la valeur P jusques à la valeur P′ qui a lieu dans le milieu où le fluide s'écoule, valeur qui subsiste également dans toute la portion EFDC du tuyau. Mais si l'on est dans le cas de la fig. 3, on doit penser que la pression, de AB en EF, passe de la valeur P à

la valeur P″ qui répond dans la fig. 3 au point M″ situé à la même distance de l'axe op que le point M′ ; et que cette pression P″ subsiste également depuis EF jusques à la section extrême CD, où la pression passe brusquement de la valeur P″ à la valeur P′ qui a lieu à l'extérieur du vase.

Considérons maintenant le cas où, comme le représente la fig. 9, l'entrée du tuyau cylindrique adapté à la face plane du réservoir ne serait point évasée. Il faudra alors employer l'analyse du n° 13, qui s'appliquera en admettant que la veine de fluide qui a traversé la section EF, s'étant contractée en ef, se dilate subitement en GH. Par conséquent, il faudra d'abord écrire, dans les formules de ce n°, $m\,\mathrm{A}$ au lieu de A ; puis faire $\mathrm{A} = \mathrm{A}' = \Omega'$. En supposant de plus Ω' fort petite par rapport à Ω, nous aurons ici, au lieu de l'équation (19)

$$\mathrm{U} = \sqrt{\frac{2k \log. \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{P}'}}{1 + \left(\frac{\mathrm{P}'}{m\,\mathrm{B}} - \frac{\mathrm{P}'}{\mathrm{B}'}\right)^2}} ;$$

et au lieu des équations (22),

$$\frac{\log. \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{B}}}{\log. \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{P}'}} = \frac{\frac{1}{m^2 \mathrm{B}^2}}{\frac{1}{\mathrm{P}'^2} + \left(\frac{1}{m\,\mathrm{B}} - \frac{1}{\mathrm{B}'}\right)^2} ,$$

$$\frac{\log. \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{B}'}}{\log. \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{P}'}} = \frac{\frac{1}{\mathrm{B}'^2} + \left(\frac{1}{m\,\mathrm{B}} - \frac{1}{\mathrm{B}'}\right)^2}{\frac{1}{\mathrm{P}'^2} + \left(\frac{1}{m\,\mathrm{B}} - \frac{1}{\mathrm{B}'}\right)^2} .$$

B et B′ représentent respectivement les pressions qui ont lieu dans les sections ef et GH. La dernière de ces équations

donne $B' = P'$, en sorte que la pression dans la section G H, comme on pouvait le présumer, est égale à la pression extérieure qui a lieu dans la section extrême C D. D'après ce résultat, les deux autres équations deviendront respectivement

$$U = \sqrt{\frac{2k \log. \frac{P}{P'}}{1 + \left(\frac{P'}{mB} - 1\right)^2}}, \qquad (27)$$

$$\frac{\log. \frac{P}{B}}{\log. \frac{P}{P'}} = \frac{\frac{P'^2}{m^2 B^2}}{1 + \left(\frac{P'}{mP} - 1\right)^2}. \qquad (28)$$

La valeur de B donnée par la seconde étant substituée dans la première, fera connaître la vitesse d'écoulement.

16. Supposons que la pression P surpasse très-peu la pression extérieure P' : la pression B différera également très-peu de P'. En faisant $P = P'(1 + \varpi)$, $B = P'(1 + \varepsilon)$, substituant ces valeurs dans l'équation (28), et négligeant le quarré et les puissances supérieures des fractions ϖ et ε, cette équation donnera

$$\varepsilon = -\varpi \frac{2m - 2m^2}{1 - 2m + 2m^2},$$

c'est-à-dire

$$B = P' - (P - P') \frac{2m - 2m^2}{1 - 2m + 2m^2}, \qquad (29)$$

valeur qu'il faudra substituer dans l'équation (27). En donnant au rapport m la valeur 0,62, on aura $B = P' - 0{,}89(P - P')$.

On voit par ces résultats que la pression, avant la section ef, est toujours plus petite que la pression extérieure P',

qui a lieu depuis G H jusqu'en C D. Cet abaissement dans la pression intérieure est égal à peu près aux $\frac{8}{10}$ de la différence des pressions extrêmes P et P'. En substituant la valeur (29) de B dans l'expression (28) de la vitesse d'écoulement, cette expression donnera une valeur de cette vitesse qui sera toujours plus petite que

$$U = \sqrt{\frac{2k \log. \frac{P}{P'}}{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}},$$

et qui s'éloignera d'autant plus de cette limite que la différence P — P' sera plus grande. On conclut de là que la quantité de l'écoulement est toujours ici plus petite que la valeur (11), qui convient à un orifice évasé, multipliée par la fraction

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}},$$

et que la différence augmente avec l'excès de la pression intérieure qui a lieu dans le gazomètre sur la pression extérieure. Or la fraction précédente représente précisément, pour l'écoulement d'un liquide, le rapport de la dépense qui a lieu par un petit ajutage cylindrique à la dépense qui a lieu par un orifice évasé, rapport qui est constant, et indépendant de la charge sous laquelle s'opère l'écoulement. Ainsi nous reconnaissons que, pour un fluide élastique, l'écoulement par un petit ajutage cylindrique peut être assimilé à celui d'un liquide, si la charge sous laquelle l'écoulement s'opère est extrêmement petite; mais qu'à mesure que la différence des pressions extrêmes augmente, le rapport

de la dépense effective à ce qu'on appelle la dépense théorique, au lieu de demeurer constant, comme cela a lieu pour les liquides, décroît progressivement.

Nous désignerons dans la suite par μ le rapport de la dépense qui a effectivement lieu par un ajutage cylindrique à la dépense qui serait calculée par la formule (11) du n° 6. D'après ce qui précède, et en se rappelant que l'on a trouvé pour l'air comme pour l'eau $m=0{,}62$, on a, à fort peu près,

$$\mu=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{0{,}62\left(1-0{,}89\frac{P-P'}{P'}\right)}-1\right)^2}}, \qquad (30)$$

lorsque la différence des pressions P, P′ est fort petite par rapport aux valeurs de ces pressions.

17. On trouve dans le mémoire de M. Lagerhjelm, cité ci-dessus, deux expériences sur l'écoulement de l'air par un ajutage cylindrique, dont les résultats sont consignés dans le tableau suivant. Le diamètre de ce tuyau était de $0^{pi},063$, et la longueur de $0^{pi},46$; la hauteur du baromètre extérieur de $2^{pi},511$, et la température de 13° cent.

Pression intérieure.	Durée de l'écoulement.	Volume d'air écoulé.	Valeur du rapport μ.
pieds.	secondes.	pieds cubes.	
1,515	11,25	8,0197	0,84
0,5757	20,5	7,893	0,7164

La grande différence des deux valeurs de μ données par ces expériences, différence qui est en sens contraire de ce qu'elle devrait être d'après la théorie précédente, ne permet pas de leur attribuer une très-grande exactitude. Le résultat moyen est $\mu = 0{,}78$; et ce rapport étant un peu plus petit que celui qui conviendrait à l'eau dans les mêmes circonstances, confirmerait d'ailleurs entièrement la théorie dont il s'agit. On peut reconnaître aussi que les observations de M. Lagerhjelm sur la diminution de pression qui a lieu dans la partie du tuyau ou la veine s'est contractée s'accordent tout-à-fait avec les résultats qui ont été énoncés ci-dessus. Seulement ces observations indiquent que la pression diminue de la paroi à l'axe du tuyau, circonstance qui ne peut être reproduite par des formules fondées sur l'hypothèse du parallélisme des tranches, d'après laquelle la pression, aussi bien que la vitesse, est censée la même dans tous les points d'une même section, et qui par conséquent donne un résultat unique, qu'il faut comparer à la moyenne de ceux qui seraient observés dans les diverses parties de cette section.

18. D'autres expériences, dues à M. d'Aubuisson, et consignées dans le volume des *Annales des Mines* cité plus haut, ont donné des résultats dont on peut prendre une idée par le tableau suivant.

Diamètre de l'ajutage.	Longueur de l'ajutage.	Pression intérieure.	Valeur du rapport μ.
mètre.	mètre.	mètre. mètre.	
0,01	0,04	0,027 à 0,0141	0,931
0,015	0,045	0,027 à 0,012	0,924
0,02	0,06	0,028 à 0,096	0,916
0,03	0,08	0,025 à 0,039	0,933
0,022	0,022		0,927
	0,045		0,924
	0,160		0,832
	0,325		0,738

La valeur du coefficient μ, pour les expériences où la longueur du tuyau ne surpasse pas trois à quatre fois le diamètre, est 0,926. Le résultat relatif au tuyau dont la longueur est égale à sept ou huit fois le diamètre est compris entre ceux des deux expériences de M. Lagerhjelm, où la proportion était à peu près la même, et par conséquent s'accorde, comme ces derniers, avec la théorie précédente. Les autres expériences indiquent des valeurs de μ plus grandes que celles qui résulteraient de cette théorie, en supposant que la veine fluide se contractât à l'entrée de l'ajutage dans le rapport de 1 à 0,62, c'est-à-dire en faisant $m = 0{,}62$, comme on l'a fait dans la formule (30). Cette différence peut s'expliquer en partie par la circonstance qui a été mentionnée n° 11, d'après laquelle la contraction devait être

moindre à l'entrée de l'ajutage qu'elle n'eût été si l'orifice n'avait pas été précédé d'une sorte d'embouchure. En effet la valeur du rapport μ doit différer ici extrêmement peu de celle qui serait déduite de la formule

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}},$$

formule qui donne $\mu = 0{,}85$ quand on y fait $m = 0{,}62$. Mais si l'on y fait $m = 0{,}65$, valeur qui résulte immédiatement des expériences de M. d'Aubuisson, faites avec le même appareil sur un orifice en mince paroi, comme on l'a vu n° 11, la même formule donnera $\mu = 0{,}88$, résultat qui ne s'éloigne plus autant de la valeur 0,926 trouvée par l'expérience. Comme les expériences dont il s'agit ont d'ailleurs été faites avec de très-petites charges, il paraît qu'en attendant des observations plus variées et plus nombreuses on peut admettre la théorie du n° 15, et employer l'expression (30) pour la détermination du rapport μ.

M. d'Aubuisson a également fait sur des ajutages coniques des expériences dont le tableau suivant présente les résultats moyens.

DIAMÈTRE DE L'AJUTAGE à la base.	DIAMÈTRE DE L'AJUTAGE à l'orifice.	LONGUEUR de l'ajutage.	PRESSION INTÉRIEURE.			VALEUR du rapport μ.
mètre.	mètre.	mètre.	mètre.		mètre.	
0,02	0,01	0,04	0,05	à	0,12	0,927
0,03	0,015	0,045	0,028	à	0,12	0,917
0,04	0,02	0,06	0,027	à	0,06	0,936
0,06	0,03	0,08	0,04	à	0,05	0,933
0,02	0,015	0,045	0,028	à	0,12	0,938
0,03						0,917
0,06						0,798
0,02		0,025				0,947

Les résultats du n° 15 ne conviennent pas en général à une ajutage conique, parce que les trois sections EF, GH, CD (fig. 8) ne sont plus égales entre elles, et parce qu'il y a une contraction extérieure de la veine au-delà de la section extrême CD. Toutefois, comme dans la presque totalité des expériences précédentes, l'inclinaison de l'arête du cône sur l'axe était fort petite, on pourrait appliquer ici sans erreur sensible les résultats relatifs aux ajutages cylindriques. Ces expériences donneraient alors lieu à des remarques semblables à celles qui viennent d'être faites.

De l'écoulement d'un fluide élastique d'un vase dans un autre, par un petit orifice.

19. Considérons deux vases de figure rectangulaire, qui

communiquent entre eux par un petit orifice. On suppose qu'un fluide élastique contenu dans le premier vase s'écoule dans le second, en traversant cet orifice. Etant données les pressions, et par conséquent les densités, qui ont lieu à un certain instant dans les deux vases, il s'agit de connaître les pressions et les densités qui auront lieu après un temps quelconque. Soit nommé

A le volume du vase dont le fluide sort;

A′ le volume du vase dans lequel le fluide entre;

P, P′ les pressions qui ont lieu respectivement dans les deux vases, à l'instant où l'on compte $t = 0$;

p, p' les pressions qui ont lieu respectivement dans les deux vases, au bout du temps t;

Ω' l'aire de l'orifice de communication.

D'après la petitesse de l'orifice Ω', et la figure supposée aux deux vases, nous admettrons 1° que la vitesse d'écoulement est produite par l'effet de la différence des pressions p, p', de la même manière que cela aurait lieu si ces pressions ne variaient pas avec le temps; 2° que ces mêmes pressions, à un instant donné, subsistent dans toute l'étendue des deux vases. Ces hypothèses ne peuvent différer sensiblement des effets naturels, et sont analogues à ce qui a lieu lorsqu'un vase qui avait été rempli d'eau se vuide par un petit orifice; cas dans lequel il est permis de regarder la vitesse variable qui a lieu à cet orifice comme étant due à chaque instant à la hauteur du fluide dans le vase, et la pression dans toutes les parties du vase comme étant la même qui aurait lieu si le fluide était en repos. D'après cela, le volume de

fluide qui s'écoule hors du premier vase dans le temps infiniment petit dt sera exprimé, d'après la formule (11), par

$$dt.\frac{p'\Omega'}{p}\sqrt{2k\log.\frac{p}{p'}}.$$

Or la pression doit diminuer dans le premier vase précisément dans le rapport du volume du fluide qui en sort au volume total : donc on a la relation

$$-\frac{dp}{p}=\frac{1}{A}dt.\frac{p'\Omega'}{p}\sqrt{2k\log.\frac{p}{p'}};$$

d'où l'on déduit

$$dt=-\frac{A\,dp}{p'\Omega'\sqrt{2k(\log.p-\log.p')}}. \qquad (31)$$

Mais en remarquant que la masse du fluide contenue dans les deux vases doit demeurer toujours la même, on a de plus l'équation

$$AP+A'P'=Ap+A'p';$$

et en substituant la valeur de p' déduite de cette dernière équation dans la précédente, il viendra

$$dt=-\frac{AA'.dp}{\Omega[A(P-p)+A'P']\sqrt{2k\{\log.p-\log.[A(P-p)+A'P']+\log.A'\}}}. \qquad (32)$$

Cette équation étant intégrée depuis $p=P$, donnera le temps nécessaire pour que la pression passe dans le premier vase de la valeur initiale P à la valeur quelconque p.

Si le fluide s'écoulait hors du premier vase dans un milieu d'une étendue indéfinie où la pression serait supposée constante, il faudrait attribuer à p' la valeur constante P' dans l'équation (31); ce qui donnerait au lieu de l'équation (32)

$$dt = -\frac{A.dp}{P'\Omega'\sqrt{2k(\log.p - \log.P')}}. \qquad (33)$$

On parviendrait au même résultat en supposant dans l'équation (32) A' infiniment grand par rapport à A.

De l'écoulement de l'air dans un tuyau de conduite.

20. On a vu ci-dessus, dans les nos 15 et 16, les résultats que l'on obtenait en appliquant la théorie précédente au cas de l'écoulement d'un fluide élastique par un tuyau cylindrique placé horizontalement, et adapté à la paroi d'un réservoir ou gazomètre. Ces résultats consistent en ce que la quantité de fluide écoulée dans un temps donné doit, si l'entrée du tuyau est évasée (fig. 8), être calculée par les formules (9) ou (11); et si cet évasement n'a pas lieu (fig. 9), par les mêmes formules multipliées par un rapport fractionnaire, qui est exprimé par la formule (30) lorsque la pression qui a lieu dans le gazomètre n'est pas beaucoup plus grande que la pression dans le milieu ou le fluide s'écoule. Les valeurs obtenues de cette manière s'accorderont avec les effets naturels, sauf une petite diminution qui pourra résulter du frottement du fluide contre la paroi du tuyau, et qui sera très-peu sensible lorsque la longueur du tuyau n'en surpassera pas huit à dix fois le diamètre. Quant à la pression, si l'entrée du tuyau est évasée, elle sera constante dans toute l'étendue du tuyau : égale à la pression extérieure si le premier membre de l'équation (16) est < 1; plus grande que cette pression extérieure dans le cas contraire. Si l'entrée du tuyau n'est point évasée, la pression, à quelque distance de la paroi du gazomètre, s'abaisse au-

dessous de la pression extérieure, puis redevient égale à cette dernière pression jusqu'à l'extrémité du tuyau.

Lorsque la longueur du tuyau est très-grande, qu'elle est égale, par exemple, à cent fois le diamètre, ou davantage, l'expérience apprend que les volumes de fluide écoulé dans un temps donné sont beaucoup au-dessous de ceux qui seraient calculés d'après ce que l'on vient de dire, et de plus que la pression décroit progressivement d'une extrémité à l'autre du tuyau. Cela indique évidemment que le mouvement du fluide est ici altéré par des causes dont la théorie précédente ne tient aucun compte, et qui cependant ne doivent pas être négligées. Comme l'on sait que le mouvement des liquides dans de longs tuyaux est modifié d'une manière analogue, et que les effets naturels sont représentés dans ce cas en admettant que la force qui retarde ce mouvement exerce une action dépendante de la vitesse du fluide et proportionnelle à l'étendue de la paroi du tuyau; il est naturel de supposer que le mouvement des fluides élastiques est altéré par une force de la même nature. Nous remarquerons seulement que, d'après les expériences faites sur l'écoulement de l'eau dans les tuyaux de conduite, il est nécessaire, pour représenter les résultats de ces expériences avec le degré d'exactitude que comporte les recherches de ce genre, de composer l'expression de la force dont il s'agit de deux termes, dont l'un contient la première, et l'autre la deuxième puissance de la vitesse d'écoulement du fluide; tandis qu'il paraît résulter des expériences faites sur l'écoulement des fluides élastiques, que l'expression de cette même force doit, dans les formules qui représentent les circonstances de cet écoulement, être réduite à un seul terme proportionnel à la deuxième puissance de la vitesse.

D'après cela nous supposerons d'abord que le vase dans lequel s'écoule le fluide se réduit à un tuyau cylindrique horizontal (fig. 10); que la pression P subsiste constamment à la première section A B, et la pression P′ à la dernière section C D, et appelant.

Ω l'aire constante de la section du tuyau ;

χ le contour de cette section ;

D son diamètre ;

x la distance Mμ d'une section quelconque $\alpha\beta$ à l'extrémité M ;

λ la longueur totale totale M N du tuyau ;

u la vitesse à la section quelconque $\alpha\beta$;

U la vitesse d'écoulement à la section extrême C D ;

β un coëfficient, dont la valeur numérique doit être déterminée de manière à satisfaire aux résultats des expériences ;

nous admettrons que la tranche placée en $\alpha\beta$ est sollicitée en sens contraire de son mouvement par une force exprimée par $\rho\chi dx.\beta u^2$, la valeur de cette force étant supposée proportionnelle à la densité ρ du fluide, à l'aire χdx de la paroi dans la partie du tuyau occupée par la tranche, et au quarré de la vitesse u. L'équation du mouvement de cette tranche sera donc

$$-\Omega dp = \rho\chi dx.\beta u^2 + \rho\Omega dx\frac{du}{dt};$$

ou, parceque $p = k\rho$,

$$-k\frac{dp}{p} = \frac{\chi}{\Omega}dx.\beta u^2 + dx\frac{du}{dt}; \qquad (34)$$

équation qui remplace ici l'équation (5) du n° 4. La section du vase étant constante, nous avons, au lieu des équations (6), $u=\frac{P'U'}{p}$, $\frac{du}{dt}=-\frac{P'U}{p^2}\frac{dp}{dx}\frac{dx}{dt}$. Substituant ces valeurs dans l'équation (34), où l'on remplacera dx par udt et $\frac{\chi}{\Omega}$ par $\frac{4}{D}$, il viendra

$$-kp\,dp=\frac{4}{D}dx.6P'^2U^2-P'^2U^2\frac{dp}{p}.$$

En intégrant on a

$$-\tfrac{1}{2}kp^2=\frac{4}{D}x.6P'^2U^2-P'^2U^2\log.p+const.$$

La constance se déterminera en remarquant qu'à la première section du tuyau, $x=0$ et $p=P$; ce qui donne

$$\tfrac{1}{2}k(P^2-p^2)=\frac{4x}{D}6P'^2U^2+P'^2U^2\log.\frac{P}{p}; \qquad (35)$$

et comme, à l'extrémité opposée, on a $x=\lambda$, $p=P'$, on déduit de cette équation

$$\tfrac{1}{2}k(P^2-P'^2)=\frac{4\lambda}{D}6P'^2U^2+P'^2U^2\log.\frac{P}{P'},$$

et par conséquent pour la vitesse à l'extrémité du tuyau par laquelle le fluide s'écoule

$$U=\sqrt{\frac{\frac{k}{2}\left(\frac{P^2}{P'^2}-1\right)}{\frac{4\,6\lambda}{D}+\log.\frac{P}{P'}}}. \qquad (36)$$

Le volume du fluide qui s'écoule dans l'unité de temps, mesuré sous la pression P', est égal au produit de cette vitesse

par l'aire $\frac{\pi D^2}{4}$ de la section du tuyau. Par conséquent l'expression de ce volume, mesuré sous la pression P qui a lieu dans le gazomètre, est

$$\frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{\frac{k}{2}\left(1-\frac{P'^2}{P^2}\right)}{\frac{4\epsilon\lambda}{D}+\log.\frac{P}{P'}}}. \qquad (37)$$

Si le rapport $\frac{\lambda}{D}$ de la longueur du tuyau à son diamètre est très-grand, on pourra négliger dans les formules précédentes le terme du dénominateur qui ne contient pas ce rapport. On aura alors simplement

$$U=\sqrt{\frac{kD}{8\epsilon\lambda}\left(\frac{P^2}{P'^2}-1\right)}; \qquad (38)$$

et pour l'expression du volume de fluide dépensé dans l'unité de de temps, mesuré sous la pression qui a lieu dans le gazomètre,

$$\frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{kD}{8\epsilon\lambda}\left(1-\frac{P'^2}{P^2}\right)}. \qquad (39)$$

21. En éliminant U entre les équations (35) et (36), on trouvera

$$\frac{P^2-p^2}{P^2-P'^2}=\frac{\frac{4\epsilon x}{D}+\log.\frac{P}{p}}{\frac{4\epsilon\lambda}{D}+\log.\frac{P}{P'}}, \qquad (40)$$

équation qui donnera la valeur de la pression p qui a lieu à la distance x de l'origine du tuyau dans le gazomètre. Cette valeur diminue progressivement, d'une extrémité à l'autre du tuyau, de la valeur P qui a lieu dans le gazomètre à la valeur P′ qui a lieu dans le milieu où le fluide s'écoule.

Si les longueurs désignées par x et λ sont assez grandes par rapport au diamètre D pour que l'on puisse négliger les termes $\log.\frac{P}{p}$ et $\log.\frac{P}{P'}$, l'équation précédente se réduira à

$$\frac{P^2-p^2}{P^2-P'^2}=\frac{x}{\lambda},\ \text{d'où}\ p=\sqrt{P^2-(P^2-P'^2)\frac{x}{\lambda}};\qquad (41)$$

expression très-simple, qui peut être employée pour déterminer la valeur de la pression dans les diverses parties d'un tuyau de conduite. On conclut de cette expression que si l'on tracait une courbe dont x représentât l'abscisse et p l'ordonnée, cette courbe, dont les ordonnées correspondantes à $x=0$ et $x=\lambda$ seraient respectivement égales à P et P′, présenterait dans l'intervalle sa concavité à l'axe des abscisses, toutes les ordonnées étant plus grandes que celles de la ligne droite qui réunirait les deux points extrêmes : mais la différence des ordonnées de la courbe et de la ligne droite est très-petite, surtout lorsque la pression intérieure P surpasse peu la pression extérieure P′.

22. On peut remarquer ici qu'en supposant $\Omega=\Omega'$ dans la formule (8) du n° 4, on trouve pour l'expression de la vitesse d'écoulement

$$U=\sqrt{\frac{2k\log.\frac{P}{P'}}{1-\frac{P'^2}{P^2}}},$$

expression qui convient à un tuyau d'une figure quelconque entre les deux sections extrêmes, pourvu que ces sections soient égales. Ce résultat paraît donc devoir s'appliquer au cas particulier d'un tuyau cylindrique assez court pour que l'on puisse faire abstraction de la résistance provenant

du frottement du fluide contre la paroi. Cependant la formule (36) du n° 20, obtenue en considérant directement ce dernier cas, a pour limite, lorsque λ devient de plus en plus petite, l'expression différente

$$U=\sqrt{\frac{\frac{k}{2}\left(\frac{P^2}{P'^2}-1\right)}{\log.\frac{P}{P'}}}.$$

Cette discordance indique que la considération d'une force retardatrice provenant du frottement du fluide contre la paroi change essentiellement la nature du mouvement du fluide. En effet, dans le cas du n° 4, la valeur de la pression dans le tuyau sera donnée par l'équation (12) du n° 8, en y supposant $\omega=\Omega'=\Omega$. On sera toujours alors dans le cas de la fig. 3 (*voyez* ci-dessus n° 8), ainsi qu'il est aisé de le reconnaître. La pression changera brusquement de grandeur dans la section AB (fig. 10) et sera, dans toute l'étendue du tuyau, égale à la pression extérieure P′. En considérant maintenant le cas du n° 20, la valeur de la pression dans le tuyau sera donnée par la formule (41) du n° précédent, formule qui indique que cette pression diminue progressivement d'une extrémité à l'autre du tuyau. Ainsi le fluide ne s'écoule pas dans les deux cas de la même manière, et il n'est pas étonnant que l'on obtienne pour chacun des expressions différentes de la vitesse.

Ces expressions s'accordent d'ailleurs à donner $U=\infty$ lorsque la pression P′ est extrêmement petite par rapport à P. Les valeurs que l'on en déduit approchent aussi d'autant plus d'être identiques que la différence des pressions P, P′ devient plus petite. En effet, supposant $P=P'(1+\varpi)$,

ϖ étant une très-petite fraction, on a log. $\frac{P}{P'}=\varpi$, $\frac{P^2}{P'^2}=1+2\varpi$; et en substituant ces valeurs dans les deux formules précédentes, elles donneront respectivement

$$U=\sqrt{k(1+2\varpi)},\quad U=\sqrt{k}.$$

Ainsi les formules dont il s'agit coïncident dans les deux cas extrêmes : les valeurs que l'on en déduit dans les cas intermédiaires diffèrent peu l'une de l'autre.

On voit d'ailleurs par ce qui précède que, dans l'écoulement par un tuyau cylindrique d'une petite longueur, la valeur de la vitesse, lorsque la différence des pressions extrêmes est très-petite, ne dépend plus sensiblement des valeurs respectives de ces pressions, mais presque uniquement du rapport k de la force élastique à la densité du fluide.

23. Nous devons remarquer maintenant que la solution précédente ne pourrait pas être appliquée avec exactitude aux cas qui se présentent le plus fréquemment dans l'établissement des conduites d'air, ou des gaz servant à l'éclairage. En effet, les tuyaux de ces conduites ont leur point de départ dans un réservoir ou gazomètre d'un grand volume : le fluide s'y introduit ordinairement en subissant une contraction, et quelquefois il s'échappe à l'autre extrémité du tuyau par un orifice dont l'aire est plus petite que la section de ce tuyau. Pour avoir égard à ces diverses circonstances, on considérera un tuyau cylindrique horizontal EIKF (fig. 11) adapté à la paroi plane d'un réservoir, et terminé par l'orifice CD, dont l'entrée est évasée. La section AB du réservoir, dans laquelle la pression est P, sera toujours désignée par Ω, et la section CD de l'orifice d'écoulement

où la pression est P′, le sera toujours par Ω′. En supposant, comme dans le n° 15, qu'à l'entrée du tuyau la veine de fluide, après s'être contractée en ef, se dilate instantanément en GH, nous désignerons par B et B′ les pressions qui ont lieu respectivement dans les sections ef et GH. Nous appellerons P_1 la pression qui aura lieu dans la section IK, qui forme l'extrémité du tuyau, et précède immédiatement l'orifice d'écoulement. En conservant d'ailleurs les dénominations précédentes, on verra 1° que, pour avoir égard à la perte de force vive qui a lieu lorsque le fluide passe de la section ef à la section GH, il faudra ajouter au second membre de l'équation (17) du n° 12 la quantité

$$\frac{P'}{k}\Omega' U dt . U^2\left(\frac{P'\Omega'}{B . m\omega} - \frac{P'\Omega'}{B'\omega}\right)^2,$$

où ω désigne l'aire des sections EF et GH, et $m\omega$ l'aire de la section ef; 2° que pour tenir compte de la quantité d'action imprimée à chaque tranche du fluide contenu dans le tuyau, en sens contraire du mouvement de cette tranche, par la force retardatrice provenant du frottement sur la paroi, il faut ajouter au premier membre de la même équation la quantité

$$-2\int \frac{P}{k}\chi dx . \delta u^2 . u dt,$$

où χ désigne le contour d'une section du tuyau. On aura donc ici pour l'équation du mouvement du fluide,

$$-k\int \omega dp . u dt =$$
$$\int p\chi dx . \delta u^2 . u dt + \int p\omega dx . u du + P'\Omega' U dt . \frac{U^2}{2}\left(\frac{P'\Omega}{Bm\omega} - \frac{P'\Omega'}{B'\omega}\right)^2.$$

ou, en divisant tous les termes par les facteurs égaux $p\omega u dt$ $P'\Omega' U dt$,

$$-k\int\frac{dp}{p}=\int\frac{\chi}{\omega}dx.\mathcal{E}u^2+\int u\,du+\frac{U^2}{2}\left(\frac{P'\Omega'}{B\,m\omega}-\frac{P'\Omega'}{B'\omega}\right)^2. \quad (42)$$

L'intégrale $-\int\frac{dp}{p}$ doit être prise entre les sections extrêmes AB, CD, et sa valeur est $\log.\frac{P}{P'}$. L'intégrale $\int u\,du$ doit aussi être prise entre les mêmes limites, et sa valeur est $\frac{U^2}{2}\left(1-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}\right)$. Quant à l'intégrale $\int\frac{\chi}{\omega}dx.\mathcal{E}u^2$, qui revient à

$$\int\frac{\chi}{\omega}dx.\mathcal{E}\frac{P'^2\Omega'^2U^2}{p^2\omega^2},$$

et qui doit être prise dans toute l'étendue du tuyau, c'est-à-dire, depuis $x=0$ jusqu'à $x=\lambda$, on peut regarder sous le signe $\int$ les quantités ω et χ comme constantes, mais non pas la pression p, qui varie, entre les sections GH et IK, de la valeur B' à la valeur P_1. On ne connaît pas exactement la loi de cette variation ; mais il est visible que l'on ne peut commettre qu'une faible erreur en la supposant donnée par l'équation (41), qui a été obtenue dans la supposition où le vase se réduirait à un tuyau cylindrique, aux deux extrémités duquel étaient maintenues deux pressions données. Nous supposerons donc dans l'intégrale dont il s'agit $p=\sqrt{B'^2-(B'^2-P_1^2)\frac{x}{\lambda}}$, ce qui la changera en

$$\int\frac{\chi}{\omega}.\frac{dx}{B'^2-(B'^2-P_1^2)\frac{x}{\lambda}}.\mathcal{E}\frac{P'^2\Omega'^2U^2}{\omega^2},$$

dont la valeur, entre les limites indiquées ci-dessus, est

$$\frac{6\lambda\chi}{\omega}\cdot\frac{P'^2\Omega'^2U^2}{(B'^2-P_1^2)\omega^2}\cdot 2\log.\frac{B'}{P_1}.$$

D'après cela, l'équation (42) deviendra

$$(43)\qquad 2k\log.\frac{P}{P'}=$$

$$U^2\left[\frac{2\,6\lambda\chi}{\omega}\cdot\frac{P'^2\Omega'^2}{(B'^2-P_1^2)\omega^2}\cdot 2\log.\frac{B'}{P_1}+1-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{P'\Omega'}{B.m\omega}-\frac{P'\Omega'}{B'\omega}\right)^2\right],$$

où ω et χ désignent respectivement l'aire et le contour de la section constante du tuyau.

Cette équation servirait à déterminer la vitesse d'écoulement U, si les pressions B, B' et P_1, qui ont lieu respectivement dans les sections *ef*, GH et IK, étaient connues. Pour déterminer ces pressions, on remarquera, comme dans le n° 13, que la valeur de la pression doit être donnée, dans l'intervalle E *ef* F, par l'équation (42), en supprimant dans le second membre les termes relatifs à l'effet du frottement sur les parois, et à la perte de force vive qui a lieu après la section *ef*, et en prenant les intégrales depuis la section AB jusques à la section pour laquelle la pression doit être calculée. On a donc, dans l'intervalle dont il s'agit (ω désignant la section quelconque pour laquelle la pression est calculée),

$$2k\log.\frac{P}{p}=U^2\left(\frac{P'^2\Omega'^2}{p^2\omega^2}-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}\right).\qquad(44)$$

Quant à l'intervalle compris entre les sections GH et CD, on emploiera l'équation (43) en prenant les intégrales depuis la section AB jusqu'à la section $\alpha 6$ pour laquelle on veut calculer la pression, ce qui donnera

$$(45)\qquad 2k\log.\frac{P}{p}=$$

$$U^2\left[\frac{2\varepsilon\lambda\chi}{\omega}\cdot\frac{P'^2\Omega'^2}{(B'^2-P_1^2)\omega^2}\log.\frac{B'^2}{B'^2-(B'^2-P_1^2)\frac{x}{\lambda}}+\frac{P'^2\Omega'^2}{p^2\omega^2}-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{P'\Omega'}{B.m\omega}-\frac{P'\Omega'}{B'\omega^2}\right)\right]$$

On aurait la pression dans la section ef en mettant dans l'équation (44) pour ω la valeur qui convient à l'aire de cette section. Cette aire est $m\omega$, si nous continuons à désigner par ω la section constante du tuyau. La pression dans la section ef ayant été désignée par B, on a donc

$$2k\log.\frac{P}{B}=U^2\left(\frac{P'^2\Omega'^2}{B^2.m^2\omega^2}-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}\right).\qquad(46)$$

De même l'équation (45) doit donner la pression B′ qui a lieu dans la section GH, lorsque l'on fera $x=0$ dans le terme relatif à l'effet du frottement sur la paroi, et la pression P_1 qui a lieu dans la section IK quand on fera $x=\lambda$ dans ce même terme. Ainsi l'on a encore les deux équations

$$2k\log.\frac{P}{B'}=U^2\left[\frac{P'^2\Omega'^2}{B'^2\omega^2}-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{P'\Omega'}{B.m\omega}-\frac{P'\Omega'}{B'\omega}\right)^2\right],\qquad(47)$$

$$(48)\qquad 2k\log.\frac{P}{P_1}=$$

$$U^2\left[\frac{2\varepsilon\lambda\chi}{\omega}\cdot\frac{P'^2\Omega'^2}{(B'^2-P_1^2)\omega}\cdot 2\log.\frac{B'}{P_1}+\frac{P'^2\Omega'^2}{P_1^2\omega^2}-\frac{P'^2\Omega'^2}{P^2\Omega^2}+\left(\frac{P'\Omega'}{B.m\omega}-\frac{P'\Omega'}{B'\omega}\right)^2\right].$$

En réunissant à l'équation (43) les équations (46), (47) et (48), on aura ce qui est nécessaire pour déterminer les quatre quantités inconnues U, B, B′ et P_1.

24. Dans les expériences connues, et dans la plupart des applications qui pourront se présenter, l'excès de la pression

intérieure P sur la pression extérieure P′ est une quantité fort petite par rapport à la valeur de ces pressions. De plus l'aire ω de la section de la conduite est fort petite par rapport à l'aire Ω de la section du réservoir qui fournit à la dépense. Nous négligerons par cette raison le terme qui contient Ω^2 au dénominateur, et nous supposerons $P = P'(1+\varpi)$, $B = P'(1+\varepsilon)$, $B' = P'(1+\varepsilon')$, $P_1 = P'(1+\varpi_1)$, en désignant par ϖ, ε, ε', ϖ_1 des fractions très-petites, dont on peut négliger le carré et les puissances supérieures. Les équations (46), (47), (48) et (43) deviendront alors

$$2k(\varpi-\varepsilon)=\frac{U^2\Omega'^2}{\omega^2}\cdot\frac{1-2\varepsilon}{m^2},$$

$$2k(\varpi-\varepsilon')=\frac{U^2\Omega'^2}{\omega^2}\left[1-2\varepsilon'+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2-2\left(\frac{1}{m}-1\right)\left(\frac{\varepsilon}{m}-\varepsilon'\right)\right],$$

$$2k(\varpi-\varpi_1)=\frac{U^2\Omega'^2}{\omega^2}\left[1-2\varpi_1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2-2\left(\frac{1}{m}-1\right)\left(\frac{\varepsilon}{m}-\varepsilon'\right)+\frac{2\mathcal{E}\lambda\chi}{\omega}\right],$$

$$2k\varpi=\frac{U^2\Omega'^2}{\omega^2}\left[\frac{\omega^2}{\Omega'^2}+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2-2\left(\frac{1}{m}-1\right)\left(\frac{\varepsilon}{m}-\varepsilon'\right)+\frac{2\mathcal{E}\lambda\chi}{\omega}\right];$$

et l'on en déduit

$$\varpi-\varepsilon=\frac{\varpi}{\left[\frac{2\mathcal{E}\lambda\chi}{\omega}+\frac{\omega^2}{\Omega'^2}+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]m^2}, \qquad (49)$$

$$\varpi-\varepsilon'=\frac{\varpi}{\left[\frac{2\mathcal{E}\lambda\chi}{\omega}+\frac{\omega^2}{\Omega'^2}+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]}, \qquad (50)$$

$$\varpi-\varpi_1=\varpi_1\frac{\frac{2\mathcal{E}\chi\lambda}{\omega}+1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}{\frac{\omega^2}{\Omega'^2}-1}, \qquad (51)$$

$$U=\frac{\omega}{\Omega'}\sqrt{\frac{2k\varpi}{\frac{2\mathcal{E}\lambda\chi}{\omega}+\frac{\omega^2}{\Omega'^2}+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}}, \qquad (52)$$

équations au moyen desquelles on pourra calculer la vitesse d'écoulement et les pressions dans les diverses parties du tuyau.

25. Les premières recherches expérimentales connues sur l'écoulement des fluides élastiques, qui présentent les éléments nécessaires pour vérifier la théorie précédente et déterminer la valeur du coefficient 6, sont celles qui ont été faites par M. Girard, membre de l'Académie des sciences de l'Institut, et dont les résultats sont consignés dans le tome V (1821-1822) des Mémoires de l'Académie. Ces expériences consistaient dans l'observation du volume de fluide qui s'écoulait dans un temps donné par un tuyau de conduite partant d'un gazomètre, et entièrement ouvert à son extrémité. Pour appliquer à ce cas l'expression (52), il faut d'abord supposer $\omega = \Omega'$, puis remarquer que la longueur de la conduite étant fort grande par rapport à son diamètre, on peut négliger dans le dénominateur de la fraction qui est sous le radical les deux derniers termes. On aura ainsi

$$U = \sqrt{\frac{k.D\varpi}{4\mathfrak{G}\lambda}},$$

pour l'expression de la vitesse d'écoulement à l'extrémité du tuyau, le diamètre de la conduite étant représenté par D. Pour avoir le volume de fluide écoulé dans l'unité de temps, ce volume étant mesuré dans le gazomètre, il faudra multiplier l'expression précédente par l'aire de la section du tuyau, et par le rapport $\frac{P'}{P}$ des pressions extérieure et intérieure. On aura donc pour le volume dont il s'agit, en mettant pour ϖ sa valeur $\frac{P-P'}{P'}$,

$$\frac{\pi D^2}{4}\cdot\frac{P'}{P}\sqrt{\frac{kD}{4\epsilon\lambda}\,\frac{P-P'}{P'}}. \qquad (53)$$

Nommons ζ la hauteur de la colonne de fluide, considéré sous la pression P′, dont le poids pourrait produire l'excès P—P′ de la pression qui a lieu dans le gazomètre sur la pression extérieure : on aura $g\frac{P'}{k}\zeta = P - P'$, et par conséquent $k = g\zeta\frac{P'}{P-P'}$. Ainsi la formule précédente peut se mettre sous la forme

$$\frac{\pi D^2}{4}\frac{P'}{P}\sqrt{\frac{gD\zeta}{4\epsilon\lambda}}.$$

M. Girard a montré que les résultats de ses expériences étaient représentés en prenant pour l'expression de la dépense du gazomètre dans l'unité de temps la formule

$$\frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{gD\zeta}{4\epsilon\lambda}},$$

qui diffère seulement de la précédente, en ce que le rapport $\frac{P'}{P}$ y est remplacé par l'unité. Il est évident que cette différence n'altère point la nature de l'expression dont il s'agit, et qu'il en résulte seulement que les valeurs de ϵ déterminées par l'auteur doivent, pour concorder avec la théorie précédente, être multipliées par $\frac{P'^2}{P^2}$

Dans toutes les expériences de M. Girard, l'excès de la pression qui avait lieu dans le gazomètre sur la pression extérieure était mesuré par une colonne d'eau de $0^m,0383$ de hauteur. Cet excès est assez petit pour que la différence du rapport $\frac{P'^2}{P^2}$ à l'unité soit au-dessous de $\frac{7}{1000}$. On peut

donc négliger ici la modification qui devrait être faite dans d'autres cas aux valeurs de ε. Ces valeurs sont portées dans le tableau suivant :

NATURE DU FLUIDE.	DIAMÈTRES des tuyaux.	LONGUEURS des tuyaux.	VALEURS de ε.	VALEURS moyennes de ε.
	mètre.	mètres.		
Air atmosphérique.....	0,08121	128,8	0,005579	
		375,8	0,005309	0,005621
		622,8	0,005975	
Gaz hydrogène carboné..	.....	128,8	0,005516	
		375,8	0,005539	0,005636
		622,8	0,005854	
Air atmosphérique.....	0,01579	36,91	0,003307	
		55,91	0,002804	0,003126
		88,06	0,002977	
		111,24	0,003317	
		37,53	0,003279	
		56,84	0,002992	
		85,06	0,002879	0,003246
		109,04	0,00343	
		126,58	0,003362	
		6,58	0,003486	
Gaz hydrogène carboné..		37,53	0,003182	
		56,84	0,003032	
		85,06	0,003067	0,003219
		109,04	0,003503	
		126,58	0,003314	

On peut conclure de ces résultats que les lois de l'écoulement d'un fluide élastique sont exactement représentées, pour un tuyau d'un diamètre donné, par la formule (53), lorsque cet écoulement s'opère sous une faible charge. Il paraît de plus que la nature de ce fluide n'apporte aucun changement dans la valeur de la constante 6. Mais les expériences dont il s'agit indiquent des valeurs différentes pour cette constante, suivant qu'on a employé une conduite de $0^m,08121$ de diamètre, ou une conduite beaucoup plus petite dont le diamètre était seulement de $0^m,01579$. On verra plus loin qu'il y a lieu de penser que cette différence dans les valeurs de 6 ne doit pas être considérée comme annonçant un défaut dans la théorie, et qu'on doit plutôt l'attribuer à quelque obstacle au mouvement du fluide qui avait lieu dans la première conduite.

26. On trouve dans les *Annales des Mines*, 2^e série, 3^e livraison, d'autres expériences très-nombreuses sur le mouvement de l'air dans les conduites, faites en 1823 par M. d'Aubuisson. Dans quelques-unes la conduite était entièrement ouverte à son extrémité; d'autres fois cette conduite était en partie fermée, le fluide s'écoulant par des orifices coniques d'un plus petit diamètre, adaptés à la conduite. On observait les hauteurs de plusieurs manomètres placés dans divers points de la conduite; et particulièrement des manomètres extrêmes, placés l'un sur la cuve de la machine soufflante dans laquelle la conduite prenait naissance, l'autre à l'extrémité de cette conduite, immédiatement avant la buse à laquelle l'orifice d'écoulement était adapté. On n'avait pas les moyens, dans les expériences dont il s'agit, de connaître avec une exactitude suffisante les quantités d'air dépensées

dans un temps donné ; mais lorsqu'on opérait sur une conduite en partie fermée à l'extrémité, l'observation simultanée des manomètres placés au point de départ et à l'extrémité de la conduite, au-devant de l'orifice d'écoulement, pouvait suppléer à la connaissance de la dépense, et donner les moyens de déduire de l'observation la détermination du coefficient inconnu désigné 6. En effet, soient H et H_1 les hauteurs de deux manomètres qui mesurent l'excès des pressions intérieures désignées ci-dessus par P et P_1 sur la pression extérieure désignée par P'. Il est évident que les hauteurs H et H_1 seront entre elles dans le même rapport que les fractions représentées ci-dessus par ϖ et ϖ_1. On pourra donc écrire, au lieu de l'équation (51) du n° 24,

$$H - H_1 = H_1 \frac{\frac{2\,6\lambda\chi}{\omega} + 1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}{\frac{\omega'}{\Omega'^2} - 1};$$

et si la longueur du tuyau est fort grande par rapport à son diamètre,

$$H - H_1 = H_1 \frac{\frac{2\,6\lambda\chi}{\omega}\frac{\Omega'^2}{\omega^2}}{1 - \frac{\Omega'^2}{\omega^2}} \qquad (54)$$

d'où l'on déduit, en nommant D le diamètre de la section ω du tuyau, et D' le diamètre de la section Ω' de l'orifice,

$$8\,6 = \frac{H - H_1}{H_1}\frac{D^5}{\lambda D'^4}\left(1 - \frac{D'^4}{D^4}\right). \qquad (55)$$

Les équations (54) et (55) sont semblables à celles que M. d'Aubuisson a employées pour le calcul de ses expé-

riences, et que l'on peut voir, page 424 de la livraison des *Annales des Mines* citée ci-dessus. Elles diffèrent seulement de ces dernières par le facteur $1-\frac{\Omega'^2}{\omega^2}$, ou $1-\frac{D'^4}{D^4}$, qui se trouve ici dans le second membre, et qui a été omis par cet habile ingénieur. Toutefois la nécessité de l'existence de ce facteur dans les équations dont il s'agit paraîtra certaine, si l'on remarque qu'en supposant la conduite entièrement ouverte à son extrémité, ou $\Omega'=\omega$, on doit avoir $H_1=0$, condition à laquelle les équations précédentes cesseraient de satisfaire si le dénominateur $1-\frac{\Omega'^2}{\omega^2}$ était supprimé.

Il est évident d'ailleurs que, si l'entrée de l'orifice d'écoulement Ω' n'était pas évasée, en sorte qu'il y eût une contraction extérieure, il faudrait multiplier Ω' par le coefficient que nous avons désigné par m dans les n° 10 et suivants.

Dans les expériences de M. d'Aubuisson, l'orifice d'écoulement était formé par de petits cônes adaptés à l'extrémité d'une buse. L'angle compris entre l'arête et l'axe de ces cônes était fort petit, et l'on peut négliger ici la contraction extérieure. Néanmoins le mouvement de l'air, lorsqu'il sortait du tuyau par un ajutage de ce genre, était nécessairement altéré, et l'on peut avoir égard à cette altération, en la considérant, d'après les expériences rapportées n° 17, comme produisant un effet équivalant à-peu-près à la diminution de l'aire de l'orifice dans le rapport de 0,94 à l'unité, lorsque la longueur de l'ajutage est un peu plus grande que le diamètre moyen, comme cela avait effectivement lieu. D'après cela, l'équation (55) deviendra

$$8\mathfrak{e}=\frac{H-H_1}{H_1}\frac{D^5}{\lambda(0{,}94)^2D'^4}\left(1-(0{,}94)^2\frac{D'^4}{D^4}\right);$$

et comme M. d'Aubuisson a employé l'équation

$$8\epsilon = \frac{H - H_1}{H_1} \frac{D^5}{\lambda D'^4},$$

Il s'ensuit que les valeurs consignées dans les tableaux des pages 425 et 426 de son Mémoire conviendront à la théorie précédente en les multipliant par la quantité

$$\frac{1}{(0,94)^2} - \frac{D'^4}{D^4}.$$

Le tableau suivant contient les résultats de cette modification.

Diamètres des conduites D.	Diamètres des orifices D'.	Premières valeurs de 8ϵ.	Secondes valeurs de 8ϵ.
mètre.	mètre.		
0,10	0,05	0,0222	0,02374
	0,04	0,021	0,02323
	0,03	0,0221	0,02483
	0,02	0,02	0,02260
0,05	0,03	0,0232	0,02325
	0,02	0,0248	0,02743
0,0235	0,02	0,0248	0,01506

La colonne intitulée premières valeurs de 8ϵ présente les résultats moyens calculés par M. d'Aubuisson. La colonne suivante présente les mêmes résultats modifiés de la manière qui vient d'être expliquée. Le dernier diffère beaucoup de

la valeur moyenne : on peut remarquer qu'ici le diamètre de l'orifice différant très-peu de celui de la conduite, la hauteur H_1 du manomètre placé au-devant de l'orifice était fort petite ; et qu'une petite erreur absolue sur la hauteur de ce manomètre produisait par conséquent une grande erreur relative sur la valeur correspondante de 8ϵ. En excluant par ce motif cette dernière valeur, on trouvera 0,0222 pour la moyenne des valeurs données par M. d'Aubuisson, et 0,0242 pour la moyenne de ces valeurs modifiées. Le résultat de cette modification est donc d'augmenter les valeurs adoptées par l'auteur dans le rapport $\frac{121}{111}$. On peut voir, pag. 428 et 429 du Mémoire dont il s'agit, les raisons d'après lesquelles M. d'Aubuisson a adopté pour le coefficient la valeur 0,0238 : nous devons ici adopter le même nombre multiplié par le rapport précédent, c'est-à-dire que nous supposerons

$$8\epsilon = 0{,}02594 ; \text{ et par conséquent } \epsilon = 0{,}00328.$$

Ce résultat ne diffère pas sensiblement des valeurs données par les expériences de M. Girard sur la petite conduite de $0^m{,}01579$. L'accord de ces nombres obtenus par des procédés d'une nature différente ne permet pas de douter que l'on ne représente les effets naturels avec une assez grande exactitude, en admettant la théorie précédente, et en attribuant à la constante ϵ la valeur moyenne

$$\epsilon = 0{,}00324 :$$

on doit présumer qu'il y avait quelque obstacle au mouvement de l'air dans les expériences que M. Girard a faites sur la conduite de $0^m{,}0812$. On ne doit pas se dissimuler

d'ailleurs que les expériences qui ont été faites jusqu'ici, quoique fort précieuses, ne peuvent être considérées comme étant suffisantes pour faire connaître avec la précision désirable l'expression de la résistance qui retarde le mouvement de l'air dans les tuyaux de conduite. Il sera nécessaire d'en faire d'autres, où l'on ait soin de varier davantage le diamètre et la substance des tuyaux, et qui soient disposés de manière que les petites erreurs inévitables dans les observations n'aient que peu d'influence sur les conclusions que l'on doit en tirer. C'est par cette raison que l'on ne s'est point attaché dans ce Mémoire à interpréter, avec autant de détail et de soin que cela pouvait se faire, les résultats des expériences connues : on a voulu seulement en déduire des aperçus propres à faire juger approximativement jusqu'à quel point la théorie pouvait s'accorder avec les effets naturels, et en donner une image fidèle.

27. En résumant ce qui précède, et remarquant qu'en désignant toujours par H la hauteur du manomètre qui mesure l'excès de la pression qui a lieu dans le gazomètre où le tuyau prend naissance, sur la pression atmosphérique, et par h la hauteur du baromètre qui mesure cette dernière pression, on a $\frac{P-P'}{P'} = \varpi = \frac{H}{h}$; on voit que le volume d'air qui s'écoule dans une seconde par un tuyau qui prend naissance dans un gazomètre, et qui est terminé par un orifice plus petit que la section de ce tuyau, ce volume étant mesuré dans le gazomètre, est exprimé par la formule

$$\frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{H}{h+H} \sqrt{\frac{2k}{\frac{86\lambda}{D} + \frac{D^4}{D'^4} + \left(\frac{1}{m}-1\right)^2} \cdot \frac{H}{h}} \cdot \qquad (56)$$

D représente le diamètre du tuyau, D' le diamètre de l'orifice par lequel ce tuyau est terminé, et d'où s'écoule le fluide. On suppose que la paroi est évasée à l'entrée de cet orifice, comme l'indique la figure 11 : autrement, si la paroi avait une forme telle que l'écoulement du fluide fût retardé et diminué dans le rapport de la fraction m' à l'unité, il faudrait écrire $m'^2 D'^4$ au lieu de D'^4. La longueur du tuyau est désignée par λ. La fraction m représente le rapport suivant lequel la veine se contracte, lorsque le fluide entre dans le tuyau en sortant du réservoir. k est un coefficient dont la valeur varie pour chaque fluide et dépend de la température : cette valeur doit être calculée dans chaque cas particulier, conformément à ce qu'on a vu dans la note du n° 4. Enfin 6 est une constante dont la valeur est à peu près égale à 0,00324, le mètre et la seconde sexagésimale étant pris pour unités. La hauteur H du manomètre est supposée fort petite par rapport à la hauteur h du baromètre.

Si le tuyau est ouvert à l'extrémité par laquelle le fluide s'écoule, la formule se réduit à

$$\frac{\pi D^2}{4}\cdot\frac{H}{h+H}\sqrt{\frac{2k}{\frac{8\epsilon\lambda}{D}+1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}\cdot\frac{H}{h}}; \qquad (57)$$

et enfin si la longueur du tuyau est très-grande par rapport à son diamètre, on a simplement, dans ce dernier cas, pour l'expression du volume dont il s'agit,

$$\frac{\pi D^2}{4}\cdot\frac{H}{h+H}\sqrt{\frac{kD}{4\lambda\epsilon}\frac{H}{h}}. \qquad (58)$$

Pour appliquer ces formules avec exactitude, il faut tenir compte, dans chaque cas particulier, de l'observation du

baromètre extérieur et de la température. Si l'on néglige ces observations, et si l'on adopte des termes moyens pour la hauteur du baromètre, désignée par h, et pour la valeur du coefficient k qui dépend de la température, les formules précédentes différeront peu de celles qui ont été données par M. d'Aubuisson dans le Mémoire déja cité.

On trouve dans ce Mémoire d'autres expériences très-utiles sur l'effet des coudes pour retarder le mouvement de l'air dans les tuyaux de conduite. Un coude angulaire, tel que ceux des tuyaux observés par M. d'Aubuisson, peut être regardé comme produisant un changement fini dans la valeur de la vitesse, semblable à celui qui résulte du passage du fluide au travers d'un étranglement, et par l'effet duquel les pressions et les densités subissent également un changement fini. On conçoit d'après cela que l'interprétation de ces expériences et la recherche, à l'aide des résultats qu'elles ont donnés, de la manière dont le changement de la vitesse et de la pression dépend de la grosseur du tuyau et de l'angle du coude, ne comportent que des opérations analogues à celles qui ont été faites dans les n^{os} 23 et suivants.

Fig. 1.

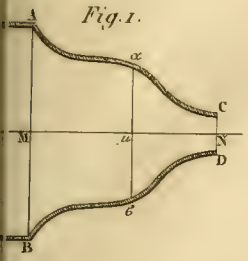


Fig. 2.

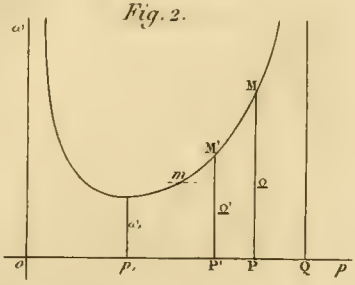


Fig. 3.

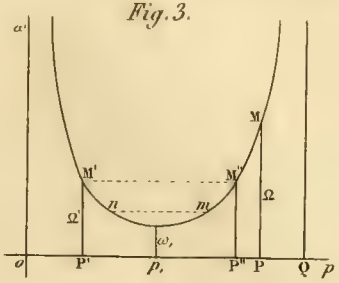


Fig. 4.

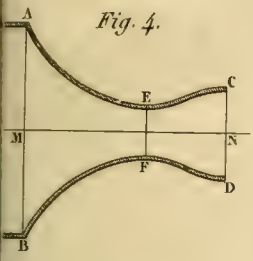


Fig. 5.

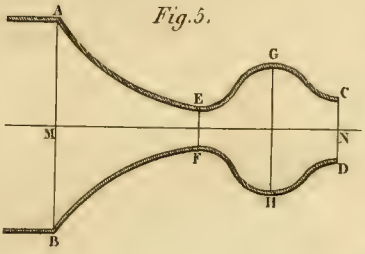


Fig. 6.

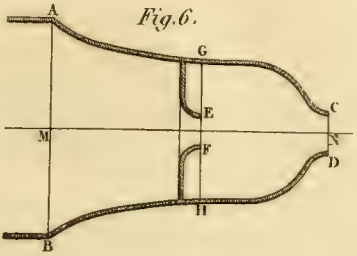


Fig. 7.

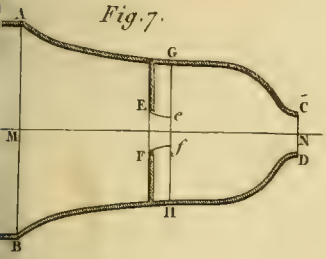


Fig. 8.

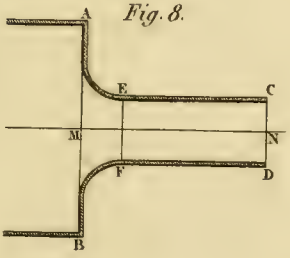


Fig. 9.

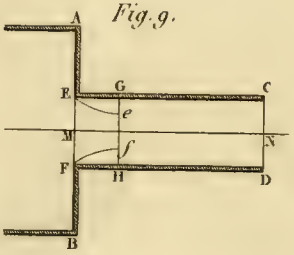


Fig. 10.

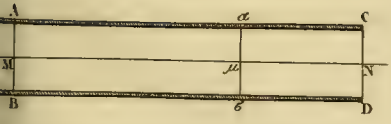
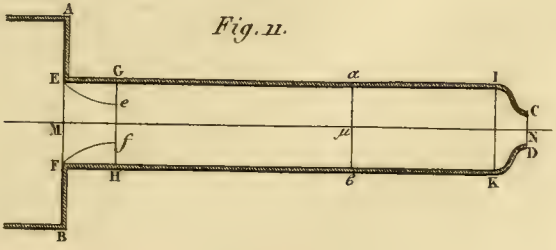


Fig. 11.



QUELQUES CONSIDÉRATIONS

SUR

LES FIÈVRES PUTRIDES,

DEVENUES MALIGNES.

PAR M. LE B^on^ PORTAL,

Lues à l'Institut les 5 et 12 mai 1827.

LES médecins sont d'un avis si différent sur la nature et le traitement de ces fièvres, qu'il leur importe beaucoup d'avoir des connaissances plus positives et même plus généralement admises, non-seulement pour l'utilité de la science qu'ils professent, mais encore pour leur propre considération; car rien ne les discrédite plus que leurs divisions sur un sujet essentiel de l'art de guérir : elles sont telles que, non-seulement ils donnent à cette maladie plusieurs noms différents, mais encore qu'ils la traitent très-diversement et souvent le plus malheureusement.

La dénomination seule de *fièvre putride* paraît aujourd'hui *paradoxale* à plusieurs médecins, surtout à ceux qui nient, disent *Haller* et *Quarin*, que les humeurs dans cette maladie tendent à la *pourriture*; ils jouent (disent-ils)

sur les mots, *in verbis ludunt* : « Il est vrai, ajoute *Quarin*, « que la pourriture complète n'existe pas dans un homme « vivant. Il conste cependant, par l'expérience, que dans « une fièvre qui n'est pas même longue (*haud perlongum « tempus protracta*) les humeurs prennent une tendance « réelle à la putréfaction, et qu'elles finissent ensuite par être « réellement putréfiées lorsque la mort survient. » *Quarin de morb. acut. de febre putridâ.* Cap. IV, p. XXXV, tom. I.

J'ai été si frappé des diverses opinions sur les espèces, les causes et le traitement de ces *fièvres putrides-malignes*, opinions qui régnaient parmi les praticiens, dès mon entrée dans la carrière médicale, que j'en ai fait alors et dans la suite l'objet de mes sérieuses réflexions ; ce qui me concerne peut être utile à d'autres encore aujourd'hui.

J'ai autrefois entendu à Montpellier, dans mes premières études médicales, le célèbre *Fizes,* que l'on considérait comme l'un des plus grands médecins de l'Europe (quant à la pratique.) Il enseignait dans ses leçons, à un très-grand nombre d'auditeurs, ses disciples, que l'on regardait trop généralement comme malignes des fièvres qui étaient réellement putrides ; d'où il résultait de grandes erreurs dans le pronostic et le traitement de ces fièvres.

Fizes conseillait de purger fréquemment les malades atteints de la fièvre putride, sans faire presque aucune observation sur leur état dans les différentes périodes de la maladie ; il n'avait aucun égard aux redoublements, aux crises, même à celles qui consistaient en une prostration de forces plus ou moins intense qui existait souvent dans cette sorte de fièvre ; ce qui est incroyable : *Materies sit cocta aut incocta, non otiosi crisium spectatores,* disait ce

médecin sectateur zélé de la médecine des Arabes, d'*Avicenne* surtout, dont il avait lu et médité les amples ouvrages.

Cette doctrine médicale, au reste, n'était parvenue aux écoles de Montpellier qu'après avoir été long-temps enseignée et pratiquée en Espagne, à Salamanque particulièrement. Elle fut à peu près long-temps adoptée par *Lazare-Rivière*, *Lazerme* et autres médecins de l'Université de Montpellier. C'est de là que *Fizes* la tenait ainsi que beaucoup d'autres médecins, élèves de cette école.

Imbu de cette doctrine au commencement de ma pratique, pendant mon premier séjour à Paris, je ne l'ai que trop suivie au préjudice de plusieurs malades atteints de ces fièvres.

Bordeu, alors célèbre médecin de Paris, élève comme moi de l'école de Montpellier et l'un des anciens auditeurs de *Fizes*, blâmait son maître d'avoir abusé des purgatifs dans le traitement des fièvres putrides; mais il ne le blâmait pas également d'avoir entièrement proscrit la saignée dans ces maladies; en même temps que *Bouvart*, l'un des plus grands médecins, qui l'avait précédé dans la capitale, *Dumoulin*, *Sylva*, *Vernage*, ainsi que plusieurs de ses célèbres confrères ses contemporains, *Lehoc*, *Lépine*, *Borie* et *Maloët* l'avaient conseillée diverses fois et avec de grands succès. Bouvart disait, d'après les résultats nombreux de sa vaste pratique, que l'on prenait très-souvent pour des fièvres putrides des fièvres qui étaient réellement malignes avec plus ou moins de tendance à l'inflammation, si elle n'était déja confirmée, ce qui était conforme à l'opinion du grand *Baillou*.

Je crois cependant que *Bordeu* a exagéré la doctrine de *Fizes*, à l'égard des purgatifs dans le traitement des fièvres putrides, quand il lui a fait dire: *Saltem purgandum alternis*

diebus materies sit cocta aut incocta. Ce médecin n'abusait pas, à ce point, des purgatifs; il est cependant vrai qu'il ne recourait pas à la saignée dans le traitement de ces fièvres.

C'est d'après cette opinion que les médecins de Paris faisaient quelquefois saigner les malades, quand ceux de l'école de *Fizes* prescrivaient des purgatifs.

Telle était alors la doctrine qui régnait dans les deux plus célèbres écoles de France.

Devenu professeur de médecine au Collége royal et membre de l'Académie des sciences, en qualité d'anatomiste et faisant des cours sur l'anatomie médicale, je crus devoir particulièrement m'éclairer sur cette importante question pour ma pratique par des autopsies. Je voulus d'abord assister à l'ouverture du corps d'un homme demeurant dans le cloître de St.-Jean-de-Latran, qui était mort d'une fièvre putride devenue maligne, et qui avait été traitée par *Marchand,* mon prévôt d'anatomie. Nous trouvâmes des épanchements séreux, rougeâtres dans les ventricules du cerveau, dans les cavités de la poitrine et dans celles de l'abdomen; l'estomac et les intestins étaient pleins de gaz qui répandirent une mauvaise odeur, lorsqu'on ouvrit le bas-ventre. On remarqua que le contour du pylore était très-rouge intérieurement; son ouverture était un peu rétrécie et la membrane muqueuse rougeâtre en divers endroits; le duodénum était rouge extérieurement et beaucoup plus intérieurement, ainsi que le jéjunum, tellement que nous reconnûmes dans cette partie du tube alimentaire une vraie inflammation.

Cette autopsie, après le traitement d'un malade que je n'avais pas vu, mais dont le rapport de la maladie m'avait été fait fidèlement, commença à me donner des doutes sur

la nécessité de la saignée dans les fièvres putrides qui tendent à devenir malignes; mais il fallait m'en instruire mieux et plus amplement par d'autres observations cliniques et anatomiques.

Un malade (1) très-connu, qui avait éprouvé quelques légères fièvres intermittentes à *Bonelle,* près de Paris, dans l'une de ses terres, pendant l'automne de 1777, éprouva une fièvre qui me parut putride. Sa langue étant enduite d'une couche limoneuse, blanchâtre, avec des nausées et une douleur gravative à la tête; les yeux, les lèvres et les pommettes étaient rouges, le pouls plein, ample, un peu dur, et fréquent; avec une légère augmentation de chaleur dans toute l'habitude du corps, principalement dans les régions précordiales, dans lesquelles le malade se plaignait de ressentir quelques contractions.

Cette fièvre étant continue avec exacerbation dans la soirée et pendant la nuit, les urines étant plus rouges et le pouls un peu plus fréquent et plus dur, j'insistai sur les délayants en boissons et en lavements; je n'osai prescrire les vomitifs par rapport à l'irritation extrême qui me paraissait exister dans la région épigastrique et dans les hypochondres; j'attendis d'autres circonstances pour ordonner ces remèdes; vers le quatrième jour, dans la soirée, le mal de tête augmenta, le visage était plus enflammé, les bords de la langue et sa pointe étaient plus rouges; le malade se plaignait plus vivement des contractions dans les régions précordiales, il était très-agité et il éprouvait un commencement de délire. Deux hommes étaient nécessaires pour le maintenir dans son

(1) M. le duc d'Usez. J'ai parlé de cette maladie dans mon ouvrage sur les maladies du foie.

lit. On pense bien que je n'osai prescrire aucun purgatif. Je crus devoir me rendre auprès de M. *Bouvart* pour prendre son avis sur le traitement de ce malade, dont je lui fis connaître la situation aussi bien que je le pus. M. *Bouvart*, après m'avoir bien écouté, me répondit brusquement : « Eh ! dans « quelle circonstance aurez-vous recours à la saignée, si vous « vous en abstenez dans celle-ci ? Dans une fièvre maligne, « avec excès de pléthore sanguine, le pouls étant devenu « dur, le visage plus rouge avec exaltation des forces, je ne « doute pas que la saignée ne soit indiquée ; et j'ai tout lieu « de croire que vous pourrez ensuite bien suivre le traite- « ment de ce malade, en vous conduisant avec la méthode « requise. »

Le malade fut saigné du pied le même soir par *Cadet*, l'un des chirurgiens qui avaient alors le plus de réputation pour la saignée ; le délire s'apaisa, il y eut quelques heures de sommeil. Une seconde saignée m'ayant paru nécessaire le lendemain matin, elle fut pratiquée, et elle produisit un heureux relâche. Les vésicatoires furent apposés aux jambes. On insista sur l'usage des boissons relâchantes et légèrement rafraîchissantes et des lavements émollients ; le malade passa trois à quatre jours avec des redoublements progressivement moins violents tous les jours ; les évacuations alvines s'établirent, elles furent jaunâtres et assez fluxiles : on les soutint avec de l'eau très-légèrement émétisée, comme c'était alors en usage. Je terminai par remplacer l'eau émétisée, en prescrivant trois à quatre fois dans la journée quinze grains de poudre tempérante de *Sthal*, pour produire moins d'irritation ; enfin le malade fut guéri, moyennant ce traitement, après une maladie qui avait duré trente-trois à trente-cinq jours. Il finit par se rétablir complètement.

Quelque temps après que le malade qui fait l'objet de l'observation que je viens de rapporter, fut rendu à une parfaite santé, M^me^ la marquise de *Vaubecourt* fut affectée d'une fièvre qui m'avait d'abord paru putride et qui dégénéra en fièvre maligne: je crois devoir en rapporter les détails.

Cette dame était âgée de soixante-quatorze ans; elle fut d'abord atteinte d'une fièvre *synoque* putride, caractérisée du moins par ses symptômes, après avoir long-temps éprouvé du trouble dans ses digestions, contre lesquelles un léger émétique et un doux purgatif avaient été prescrits avec quelque apparence de succès. Une quinzaine de jours après, la fièvre synoque putride s'annonça, et elle fut caractérisée par ses vrais symptômes, particulièrement par des contractions laborieuses et douloureuses dans la région épigastrique et dans celles des deux hypochondres. Il y avait de la céphalalgie, la langue était chargée, limoneuse avec une prostration de forces, sans être aussi extrême que dans le typhus, vraie fièvre maligne; le pouls était gros. Il devint après plus dur et plus fréquent; le troisième jour, vers les neuf heures du soir, il y eut un violent redoublement, avec plénitude et dureté du pouls. Je crus devoir conseiller une saignée au bras de deux palettes, et de mettre deux vésicatoires aux jambes, en prescrivant la continuation des boissons émollientes et rafraîchissantes ainsi que des lavements de même nature. La malade parut en un meilleur état.

Le lendemain, sa tête étant moins douloureuse et ayant repris la liberté de ses idées, le pouls étant encore plein et dur, je fis extraire encore une bonne palette de sang. On continua l'usage des boissons humectantes, et des lavements émollients, qui produisirent des évacuations jaunâtres, et

les bords et la pointe de la langue qui avaient été rouges, le furent moins. Je me déterminai à prescrire deux ou trois verres de petit-lait avec une once de manne et une once et demie de pulpe de tamarins. Ce léger purgatif suffit pour procurer deux ou trois selles bilieuses, annoncées déja par celles des lavements. Je prescrivis, pour les continuer légèrement, d'ajouter à des reprises éloignées aux bouillons de veau avec des herbes potagères que la malade prenait déja, une cuillerée à bouche d'eau très-légèrement émétisée. Cependant la maladie qui me paraissait devoir heureusement se terminer, s'était prolongée au-delà de quatorze jours, quatre ou cinq de plus que les parents et amis de la malade ne croyaient qu'elle durerait, en finissant heureusement.

Barthès, célèbre professeur de Montpellier, alors à Paris, fut appelé en consultation avec moi, médecin ordinaire de la malade. Il proposa du quinquina en poudre à la dose d'une once et demie divisée en six prises, données chacune de trois en trois heures, dans une tasse d'eau simple.

Cette prescription fut contraire à mes vues, qui étaient de prolonger légèrement les évacuations alvines, n'y ayant à la vérité aucun signe d'inflammation abdominale ; je craignis que le quinquina, en suspendant les évacuations bilieuses, ne finît par donner réellement lieu à une fièvre maligne. J'en avais déja vu un exemple avec *Barthès* même, chez M^lle^ de *Barral,* et de plus je savais que le quinquina avait été réuni au tartre stibié, pour pouvoir le prescrire à une beaucoup plus forte dose qu'on ne le donnait ordinairement. Enfin, j'avais entendu que *Fourcroy* et *Berthollet,* membres de l'Académie des sciences, mes confrères, y avaient parlé d'un homme qui avait voulu s'empoisonner par une

très-forte dose de tartre stibié, et qu'on l'avait sauvé en lui prescrivant une très-grande quantité de quinquina.

Je m'opposai donc fortement à l'avis de *Barthès*. Les parents de la malade crurent devoir consulter *Bouvart* sans m'en prévenir, ni Barthès non plus. *Bouvart* écouta attentivement l'exposé qu'on lui fit de nos différentes opinions; et, après avoir examiné la malade, il répondit: « Je n'ai rien à « proposer qui n'ait été déja fait et à propos; je crois qu'on « doit, avant de faire le moindre changement au traitement « que l'on suit, continuer celui que l'on fait à présent, « il empêchera sans doute que la barque dans laquelle « se trouve Mme de *Vaubecourt* ne *chavire* (c'est son « expression) avant d'entrer au port, où il est vraisemblable « qu'elle trouvera sa guérison; je dis vraisemblable, parce « que la malade est dans une disposition favorable; mon « avis est qu'il faut entretenir les évacuations alvines douce- « ment, pendant deux ou trois jours, comme on le fait. Ce- « pendant si les redoublements de fièvre continuaient, je « crois que l'on pourrait alors prescrire un doux purgatif « en un ou deux verres, avec un ou deux gros de quin- « quina. Je ne dis pas, ajouta Bouvart, une once et demie, « parce que je ne veux pas m'exposer à supprimer prompte- « ment une évacuation salutaire, et peut-être causer l'in- « flammation de l'abdomen.

On me fit part de l'avis de *Bouvart*, et je continuai de voir la malade. Les évacuations me paraissant suffisantes, je suspendis le surlendemain l'usage de la très-petite quantité d'eau légèrement émétisée que je prescrivais dans les bouillons aux herbes. Je laissai insensiblement guérir les plaies des vésicatoires; les bouillons furent rapprochés et plus forts, et la

malade, après avoir pris un doux minoratif dans une décoction de deux gros de quinquina en deux doses, fut radicalement guérie; ses forces se rétablirent bientôt.

Nul doute que la fièvre alors appelee putride, n'eût dégénéré en une fièvre maligne, si les saignées n'eussent été très-heureusement pratiquées.

De tels succès et quelques autres que ma clinique m'avait offerts, réunis aux réflexions auxquelles mes malheurs avaient donné lieu, en suivant la doctrine de mon professeur *Fizes*, me déterminèrent à m'instruire plus particulièrement sur la nature et le traitement de la fièvre putride, à laquelle la fièvre maligne se réunissait ou succédait. Je redoublai d'attention et de soin pour bien observer les symptômes de ces deux maladies quand elles existaient séparément, ainsi que lorsque la fièvre maligne succédait à la putride; je crus devoir d'abord bien signaler les symptômes de l'une et de l'autre isolément, ensuite quand elles étaient réunies, et enfin, si la mort survenait malheureusement, de recueillir par l'autopsie des corps le résultat des lésions organiques.

Différences. Je vais d'abord exposer les symptômes de ces deux maladies existant séparément; je les considérerai ensuite étant réunies, et j'observerai le même ordre quant aux autopsies; je donnerai ensuite divers exemples de ma clinique pour en faire connaître l'utilité.

Les symptômes de la fièvre putride qui n'est pas compliquée de la fièvre maligne, se réduisent aux suivants: les malades se plaignent d'éprouver une forte céphalalgie et une grande lassitude, leur pouls est plus relevé, plus gros, sans être plus dur qu'il ne l'est naturellement; il est à peu près

tel constamment dans les diverses périodes de la maladie, excepté dans le temps des redoublements, qui ont souvent lieu dans la soirée et quelquefois dans la nuit; le pouls est alors un peu plus dur et plus fréquent, ensuite avec augmentation de chaleur dans l'habitude du corps. Ce n'est guère que lorsque la maladie tend à son déclin, après avoir parcouru ses périodes, que le pouls se relâche et devient *ondulent*. Ce pouls annonce la sueur et d'autres évacuations.

Les malades se plaignent, presque dès le commencement de la maladie, d'éprouver un certain poids avec une sorte de rétraction dans la région épigastrique et dans les deux hypochondres. Ils éprouvent des nausées avec des envies de vomir, quelquefois avec des vomituritions glaireuses; leur langue est enduite d'une couche blanchâtre, muqueuse, sans être plus rouge à ses bords et à sa pointe. Tous les aliments fades, solides ou liquides leur déplaisent, ils n'aiment souvent que les boissons acidules; il règne en eux un degré de chaleur dans toute l'habitude du corps, supérieur à celui de l'état naturel, principalement dans les régions précordiales et au visage, qui est plus rouge qu'à l'ordinaire, surtout aux lèvres et dans les régions des pomettes : leurs yeux sont plus animés; les malades éprouvent d'abord une suppression de selles; leurs urines sont peu changées pour la couleur; elles sont en général plus foncées vers la fin de la maladie, surtout lorsqu'elle finit heureusement.

Tels sont les symptômes de la fièvre putride non maligne depuis le commencement de la maladie, avec quelques rémissions ou augmentations près, jusqu'à ce qu'elle ait parcouru ses différentes périodes.

Elle dure de sept à quatorze jours, si elle est simple;

sinon, elle se prolonge jusqu'au vingt-et-unième jour, ou même au vingt-huitième et quelquefois au-delà.

Lorsqu'elle se dispose à finir heureusement, la sensation douloureuse des régions précordiales diminue, le pouls se ramollit, devient un peu ondulent, le ventre est plus souple, la langue et la bouche s'humectent par une plus grande quantité de salive, les urines sont plus chargées comme on l'a dit, les joues et les lèvres sont moins colorées, la lassitude est moins grande, la respiration plus aisée, la peau est d'une couleur jaunâtre, au visage particulièrement; il y a des grouillements dans le bas-ventre, des borborygmes; de légères évacuations jaunâtres surviennent et prennent bientôt un peu de consistance, ayant une odeur fétide (1), ainsi que l'haleine de ces malades. Ces excrétions enfin diminuent en prenant plus de consistance, les forces augmentent ainsi que l'appétit pour les aliments, et la guérison des malades est confirmée.

Tel est enfin l'état favorable de ceux qui guérissent d'une fièvre putride qui n'a pas été compliquée d'accidents graves, dont la fièvre maligne ou le typhus est l'un des plus redoutables et des plus fréquents.

Nous dirons cependant avant d'exposer les symptômes qui peuvent annoncer que la fièvre putride dégénère en fièvre maligne, que la fièvre putride peut être réunie à des douleurs rhumatismales, arthritiques, ainsi qu'à un vice scorbutique, scrophuleux, dartreux, morbilleux, ou encore à d'autres éruptions cutanées; enfin que la fièvre putride peut dégénérer en une fièvre ardente avec des dou-

(1) Voyez particulièrement l'ouvrage de *Quarin*, cité précédemment.

leurs pneumoniques, cardiaques, gastriques, hépatiques, hépatico-cystiques, néphrétiques, etc. Voilà les principaux accidents dont les fièvres putrides peuvent être compliquées, mais dont nous ne parlerons pas ici, pour ne pas perdre de vue notre objet principal, la fièvre putride, à laquelle peut se réunir la fièvre maligne. Lorsque la fièvre est maligne ou typhoïde, la peau est terne, au visage principalement; les yeux sont non-seulement moins vifs, mais plus battus, prenant une couleur obscure, les bords et la pointe de la langue sont plus rouges, le malade éprouve un peu d'assoupissement, et il y a un commencement de délire ; la région épigastrique et les deux hypochondres sont presque toujours moins rénitents que dans la fièvre putride; les urines sont plus claires, la peau est plus sèche, le pouls perd de son amplitude et un peu de sa fréquence, paraissant rentrer, en quelque manière, dans l'état naturel. Peu à peu les symptômes gastriques ou hépatiques de la fièvre putride diminuent et enfin disparaissent; tandis que ceux de la fièvre maligne prennent de l'accroissement en devenant de plus en plus intenses; le ris *sardonien* survient et bientôt le délire et la *carphologie*, si elle ne le précède, ce qui est plus rare. L'assoupissement devient plus profond et la respiration, sans avoir très-souvent paru laborieuse, s'éteint, et la mort survient.

Remarques. On ne peut comprendre comment avec de pareils symptômes typhoïdes, si fortement prononcés, succédant progressivement à ceux de la fièvre putride très-reconnaissables, les médecins ont pu être tellement divisés d'opinion, que les uns aient dit qu'on prenait, au détriment de pareils malades, tantôt les fièvres putrides pour des fiè-

vres malignes, et tantôt celles-ci pour des fièvres putrides. Le vrai est que l'une et l'autre fièvre peuvent exister séparément, et que la fièvre putride peut devenir maligne ou *typhoïde*, et dans tous les cas, le médecin doit en varier le traitement selon sa véritable nature.

Voilà l'exposé des symptômes qui caractérisent ces deux sortes de fièvres.

Rendons maintenant compte, pour éclairer l'histoire de la fièvre putride devenue maligne, des principaux résultats de l'autopsie anatomique, après des fièvres si différentes.

Disons quelles sont les altérations des organes que les anatomistes ont observées après la mort, dans le corps de ceux qui ont péri d'une fièvre maligne, succédant à la fièvre putride : elles se réduisent le plus souvent à des marques d'inflammation plus ou moins prononcée, non-seulement dans les voies de la digestion, dans l'estomac, les intestins grples particulièrement, mais encore dans le pancréas, dans la rate, dans le foie, avec excès de bile plus ou moins altérée, et plus ou moins considérable en quantité dans sa vésicule.

On a aussi plusieurs fois reconnu, après des fièvres putrides devenues malignes, des traces d'inflammation dans le cœur, les artères et les veines ; dans le cerveau et même dans les nerfs, ainsi que dans les poumons et les membranes du crâne, de la poitrine et de l'abdomen.

On a encore observé dans les mêmes parties, après la mort des personnes qui avaient péri de fièvres putrides devenues malignes, des endurcissements et des ramollissements divers seuls, ou avec des suppurations plus ou moins considérables, ainsi qu'avec des épanchements séreux, lymphatiques, qu'on aurait pu indiquer vraisemblablement par les symptômes

de la maladie qui avaient existé. Nous disons vraisemblablement, car quelquefois l'inflammation existe réellement, quoiqu'elle ne soit pas annoncée dans les fièvres malignes, par rapport à l'assoupissement qui a lieu ou par d'autres causes, souvent sans qu'il y ait assoupissement, ce qui a fait que l'inflammation a été *latente*, comme on l'a dit dans ces derniers temps. Qu'on ne croie cependant pas que cette observation soit moderne, étant consignée dans plusieurs de nos anciens auteurs.

Telles sont les altérations que les anatomistes et nous-même avons reconnues à l'ouverture des corps de ceux qui avaient péri d'une fièvre putride, devenue maligne.

Quant au *typhus*, lorsqu'il n'est nullement compliqué de symptômes qui indiquent les lésions des organes affectés dans les fièvres putrides, il s'annonce promptement par ses seuls symptômes : prostration extrême des forces, la peau terne, pouls presque égal à celui de la santé, délire, assoupissement très-profond, ou syncope intense, ce qui est bien différent, le pouls étant alors souple, mou, souvent comme naturel, ce qui sans doute à fait donner à cette maladie le nom de *fièvre maligne*.

Souvent après le typhus on n'a pu reconnaître, par l'autopsie, dans le cerveau et les nerfs, ni même dans aucune des parties du corps la moindre espèce d'altération. Tant, sans doute, elle était ténue ou si peu apparente, qu'on n'a pu l'apercevoir; car on ne peut croire qu'il n'y en eût une quelconque dans le cerveau et les nerfs qui eût causé la mort, à moins qu'on n'en imputât la cause à quelque affection convulsive, qui n'eût laissé aucunes traces morbides, les convulsions cessant toujours avec la vie, comme cela a lieu.

Nous avons déja signalé, dans nos ouvrages, ce genre de mort par le *typhus*, ainsi que par le *méphitisme*, qui ne lui est peut-être pas étranger; et qu'on ne croie pas que ce ne soient que les anatomistes vulgaires qui aient dit que les corps leur avaient paru les plus sains, après le *typhus* et autres fièvres malignes qui devaient avoir affecté le cerveau et les nerfs; mais les anatomistes et les médecins de la plus grande réputation, *Morgagni*, *Haller*, *Senac*, *Lieutaud*, *Tissot*, *Burserius*, *Meckel*, *Lobstein* et autres encore.

Nous avons nous-mêmes quelquefois cherché inutilement à reconnaître les altérations que les fièvres malignes ou le typhus même auraient produites, sans pouvoir y parvenir; les corps soumis à l'autopsie nous paraissant dans l'état le plus naturel. N'est-ce pas ce qui a pu faire croire à des médecins très-habiles que la vie et la santé même étaient maintenues par des fluides *électriques*, *galvaniques* (1) et autres, qui animaient et vivifiaient nos organes, en excitant le cerveau et les nerfs d'une manière qui ne nous est pas encore connue, et que nous ne connaîtrons peut-être jamais?

Ne pourrait-on pas croire raisonnablement que dans les fièvres putrides les organes de la digestion, l'estomac, les intestins grêles, le foie, la rate et même le pancréas, sont primitivement affectés et peut-être successivement de l'un à l'autre; tandis qu'au contraire dans les fièvres malignes et dans le *typhus* particulièrement, le cerveau et les nerfs le sont principalement et primitivement par des gaz délétères.

Je ne doute nullement, d'après les symptômes, ni d'après

(1) Voyez particulièrement les travaux de MM. *Mauduit*, *Hallé*, *Galvani*, *Volta*, *Aldini*, et l'ouvrage que M. le Dr *Fabré-Palaprat* a publié récemment sur le *galvanisme* appliqué à la médecine. Paris 1829.

les causes réelles des fièvres, que les putrides n'aient leur siége primitif dans les organes situés dans la région épigastrique et dans les deux hypochondres, par conséquent dans l'estomac, les intestins grêles, le foie, la rate, le pancréas, ainsi que dans la veine-porte; et si quelquefois on trouve après ces fièvres des altérations dans le cerveau, les nerfs et autres parties du corps qui en reçoivent, ainsi que des vaisseaux sanguins et lymphatiques, c'est que ces fièvres de putrides qu'elles étaient, sont devenues malignes.

Mais, quand on réfléchit à la nature des symptômes de la fièvre maligne et aux résultats de l'ouverture des corps, on est convaincu que celle-ci a son siége dans le cerveau et dans les nerfs, immédiatement, ou médiatement lorsqu'elle succède à la fièvre putride sur-tout, de laquelle affection les muscles du tronc et des membres se ressentent bientôt; ce qui fait qu'ils éprouvent plus ou moins de faiblesse, de lassitude et de tremblements convulsifs dans ceux des lèvres (ris sardonien), et dans ceux des tendons des poignets et des doigts (carphologie); suivant que la cause qui affecte le cerveau et les nerfs est plus ou moins forte et agit sur eux et en trouble la sensibilité et l'irritabilité.

En effet, les douleurs de tête, les vertiges, le délire, l'amaurose, la surdité, l'aphonie, la prostration des forces, les contractions spasmodiques de quelques muscles, l'irrégularité du pouls et des mouvements du cœur ne sont-ils pas, dans les fièvres malignes, les effets de l'affection cérébrale et nerveuse? Cela ne peut être révoqué en doute.

Prognostic. Les fièvres putrides simples sont rarement mortelles, surtout lorsqu'elles ne sont pas compliquées de quelques autres maladies graves, tandis qu'au contraire,

celles qui sont compliquées d'inflammation des organes précordiaux, de l'abdomen, etc., deviennent malignes comme celles qui sont compliquées de quelque *vice typhoïde*.

Quant aux *causes* de ces fièvres putrides et malignes, nous venons d'établir, par des preuves assez évidentes, que le siége des premières résidait dans les organes principaux de la digestion, dont les fonctions étaient altérées, et que les fièvres malignes ne s'y réunissaient que *secondairement*, plus ou moins vite, lorsque le cerveau et les nerfs étaient morbidement affectés.

Tandis qu'au contraire, dans les fièvres malignes qui survenaient sans être précédées par les fièvres putrides, le cerveau et les nerfs étaient *primitivement* affectés, ainsi que le prouvent leurs symptômes, l'assoupissement profond, le délire, les convulsions, etc.

Ne pourrait-on pas croire, à l'égard des fièvres putrides, qu'elles deviennent malignes par suite de l'inflammation des organes digestifs, par l'altération de la bile et du suc pancréatique, etc.? il se forme des *gaz*, annoncés par des flatuosités et des borborygmes, avec tension des muscles du bas-ventre, quelquefois avec douleur; lesquels affectent leurs nerfs par une stimulation morbide, qui se transmet au cerveau, et y cause souvent des altérations plus ou moins apparentes dans l'autopsie anatomique.

On n'est pas ainsi surpris que des fièvres malignes succèdent souvent à des fièvres putrides, surtout lorsque celles-ci sont intenses, étant aiguës, chroniques même, souvent provenant des mauvaises digestions, des ragouts butireux, des poissons tendant à la putréfaction, et autres aliments de mauvaise nature, sans mélange, comme l'observe *Tissot*, de

légumes, sans acides ni boissons spiritueuses. Ne résulterait-il pas ainsi que les sucs digestifs fussent altérés, au point de produire des gaz qui donnent lieu à la fièvre maligne, en affectant les nerfs, et ceux-ci en transmettant au cerveau leur affection morbide?

Les fièvres malignes règnent principalement dans les temps chauds et humides, dans les pays marécageux, dans les chambres trop petites et trop closes, les hôpitaux, les prisons, le fond de cale des vaisseaux, dans lesquels l'air ne circule pas librement, ainsi que dans les cavités de la terre qui contiennent des mines; dans les environs des marais, tels que les marais Pontains, de *Rochefort*, et tant d'autres plus ou moins infectés de méphitisme, dans lesquels les *fièvres malignes*, le *typhus* et la *peste* même, exercent les plus funestes ravages.

Divers gaz délétères peuvent être introduits dans le corps par les pores absorbants de la peau, par les voies de la respiration et de la digestion; et ces gaz réagissent immédiatement sur le cerveau, sur les nerfs, y troublent leurs fonctions et y produisent le délire, les convulsions, ou l'asphyxie, bientôt suivie de la mort.

A ces causes il faut ajouter les affections de l'âme, qui troublent le travail de la digestion, pervertissent la nature des humeurs, altèrent ou énervent l'action du cerveau et des nerfs, et bientôt les organes de la circulation du sang et de la lymphe : c'est ce qui fait qu'après le siége des villes, quoiqu'il n'y ait pas de disette, les fièvres malignes, le typhus lui-même font tant d'horribles ravages.

Les médecins véritablement praticiens ne se sont pas laissés conduire par la seule connaissance de ces faits, pour

la prescription des remèdes. Ils ont voulu, de plus, qu'ils fussent indiqués par les symptômes, sans négliger de prendre en considération la constitution des malades, leur nature et les époques de leurs maladies, surtout en ayant égard aux symptômes qui pouvaient les contr'indiquer.

C'est d'après cela qu'ils ont prescrit leurs remèdes et le plus heureusement, puisqu'ils ont produit un grand nombre de cures, même étonnantes.

Nous allons donner une idée de chacun de ces remèdes, relativement à leurs avantages, sans négliger d'en faire connaître les inconvénients.

Traitement. Les résultats de la bonne clinique prouvent que le traitement doit être toujours dirigé d'après la nature et l'intensité des symptômes plus ou moins variables, selon l'espèce et l'époque de la maladie; à cet égard, il faut souvent se prémunir contre l'erreur, l'imagination trompée par de fausses théories pouvant facilement nous porter à faire de grandes fautes.

1° Il faut d'abord isoler les malades le plus possible, pour qu'ils ne s'infectent pas entre eux, et qu'ils ne soient pas affectés du typhus le plus funeste: tel que celui qui a fait périr tant de monde sur et autour des marais, dans les grands hôpitaux, dans les cachots, dans le fond des vaisseaux, dans les lieux trop habités, humides, pleins de gaz méphitiques, et dans tant d'autres lieux où l'air n'ayant pas une libre circulation, ne jouit pas de ses qualités vivifiantes.

2° Les malades atteints de fièvres putrides qui peuvent devenir malignes, éprouvent toujours plus ou moins vite, du trouble dans les régions précordiales, indiqué par les

nausées, les douleurs gravatives dans la région épigastrique et dans les hypochondres, avec céphalalgie, la langue étant limoneuse, sans être d'abord plus rouge à sa pointe ni à ses bords; il faut alors souvent prescrire de doux *vomitifs*, non-seulement pour évacuer des matières qui surchargent l'estomac et les intestins grêles, mais encore pour déterminer en eux des contractions doucement réitérées, ainsi que celles des muscles abdominaux et du diaphragme; d'où il résulte un dégorgement, qui tend à établir la libre circulation du sang, de la bile et du suc pancréatique.

Cette méthode est réellement favorable dans le traitement des fièvres putrides qui peuvent devenir malignes. Je m'en suis plusieurs fois convaincu par d'heureux résultats, particulièrement sur des personnes retournées à Paris de la Vendée, après y avoir éprouvé les premiers symptômes d'une fièvre putride-maligne qui y régnait pendant les guerres de la révolution, et qui a fait des ravages si funestes (1), même à Paris, parmi ceux qui y étaient revenus.

3° Cependant, avant de conseiller les vomitifs, il faut toujours bien considérer si le pouls est plein et dur, si les bords et la pointe de la langue ne sont pas très rouges, s'il n'y a pas même des aphthes dans la bouche, ou dans le voile du palais, particulièrement si les régions de l'épigastre et des deux hypochondres ne sont pas trop douloureuses, s'il n'y a pas enfin quelque contre indication au vomissement, comme il arrive quelquefois dans la fièvre putride tendant à

(1) Voyez mon mémoire lu à l'Institut sur les fièvres de la Vendée, année VII[e] de la république française (1798).

l'inflammation ainsi que cela a lieu lorsqu'elle devient maligne. Un pareil état, bien prononcé, proscrirait absolument tout vomitif, et indiquerait plutôt la saignée.

4° Mais, avant d'y recourir, il faudrait bien interroger le pouls ; il faudrait se convaincre qu'il est dur et plein ; que la langue est très-rouge ; qu'il y a de la tension dans les muscles abdominaux ; que les urines sont rouges et rares ; qu'il y a de la tendance au délire : au lieu des vomitifs, c'est alors la saignée qui convient. Observez surtout de ne pas confondre l'assoupissement qui peut indiquer les émissions sanguines avec la syncope qui ordinairement les proscrit. Dans l'un, le pouls est dur, dans l'autre, c'est-à-dire dans la syncope, il est plus mou, et quelquefois plus gros.

N'est-ce pas sous ce point de vue qu'il faut entendre *Baillou* lorsqu'il dit : *Neque terreri oportet istis deliquiis?* On observera qu'il s'exprime souvent ainsi, en parlant des fièvres inflammatoires, celles du cœur particulièrement. C'est à ce grand maître que les membres les plus employés dans la clinique de l'ancienne faculté de Paris, devaient leurs grandes lumières sur l'usage salutaire qu'ils savaient faire de la saignée.

Ce ne serait que dans les cas où les forces du malade seraient réduites à une extrême prostration que l'on pourrait remplacer la saignée avec la lancette par l'application de très-peu de sangsues au fondement, ou même que l'on devrait s'en abstenir, si cette prostration des forces était réellement trop considérable.

De telles circonstances peuvent se présenter quelquefois, quant à la saignée, pendant le cours des fièvres putrides et malignes, comme nous l'avons observé ; et j'ose dire que j'ai retiré les plus grands avantages de la saignée non seulement

dans les fièvres dont je parle, mais encore dans le traitement de plusieurs autres maladies (1).

5° Quant aux vésicatoires et les synapismes, les médecins les ont conseillés dans le traitement des fièvres putrides et malignes, presque toujours en des parties différentes du siége de ces maladies, plus ou moins éloignées, selon leur correspondance avec lui, pour le diminuer par une plus forte irritation en d'autres lieux, ou même pour le détruire dans son siége primitif, lorsque des cas particuliers paraissaient l'exiger; mais, en général, on doit les mettre aux jambes dans le traitement de cette sorte de fièvre putride, devenue maligne, non seulement parce que leur siége existe d'abord dans les régions précordiales, mais encore parce que cette fièvre finit par affecter le cerveau d'une manière plus ou moins intense.

Les médecins ont encore prescrit les vésicatoires pour procurer une évacuation séreuse ou purulente qui est souvent utile. Voilà pourquoi nos anciens médecins, pour les

(1) On en trouverait des exemples dans le tome V de nos Mémoires, et un grand nombre encore, dont le succès a été très-heureux, dans d'autres de mes ouvrages que j'ai publiés. Ces succès n'ont point empêché M. *Gay*, docteur en médecine de Montpellier, de publier une brochure sur l'abus de la saignée, et contre moi en particulier; mais, comme ce médecin ne parlait point d'après l'expérience, j'ai continué de suivre la même méthode à l'égard de la saignée, que j'avais adoptée. On dit aujourd'hui que je ne saigne pas assez; mais je suis convaincu, d'après les avantages que j'ai retirés de la saignée, dans le traitement des fièvres et dans d'autres maladies, que je ne l'ai pas prodiguée, et que j'y ai eu recours quand il le fallait; du moins les succès ont-ils répondu à mes espérances.

bien observer, se faisaient tous un devoir d'assister à leur pansement dans cette sorte de fièvre surtout; ce qu'on ne fait plus aujourd'hui. Ils avaient une extrême attention de ne conseiller les vésicatoires qu'à ceux auxquels ils pouvaient bien convenir; ils les y disposaient même quelquefois par des boissons relâchantes, des bains de jambes ou autres; enfin par la saignée même. Je desire qu'on le fasse également aujourd'hui.

6° On trouve quelquefois des sujets de l'un ou l'autre sexe, auxquels on ne peut mettre sans danger des vésicatoires avec les cantharides, étant sujets à des maladies des voies urinaires tendant à l'inflammation. On y a alors suppléé par des synapismes ordinaires. Je me souviens d'avoir une fois fait usage, avec le plus grand succès, d'un ample cataplasme sur les extrémités inférieures, fait avec un grand nombre de gousses d'ail ramollies sous la cendre, bien écrasées et etendues en forme de cataplasme sur un linge; j'employai ce remède sur une malade, M^lle^. *de Boursac* sujette à une rétention d'urine, elle était atteinte d'une petite vérole confluente, dont les pustules s'étaient affaissées, les urines étant presque supprimées et très-rouges; tandis que, sur d'autres individus qui avaient le pouls dur et fort, j'ai fait pratiquer la saignée pour faciliter l'éruption de la petite vérole qui était rentrée (1).

7° L'usage des boissons relâchantes, altérantes ou légère-

(1) Voyez la dissertation sur l'inoculation de la petite vérole, publiée par M. *Salmade*, à la suite de laquelle j'ai réuni l'histoire et le traitement de cette maladie.

ment apéritives et rafraîchissantes, ne doit pas être négligé pendant le traitement de la maladie, en les donnant suffisamment et sans trop d'abondance dans les intervalles des autres remèdes; quelquefois même, s'il y a trop d'agitation et de fièvre, on peut apposer des fomentations émollientes sur le bas-ventre, et aussi recourir à des bains tièdes : méthode que nous avions quelquefois mise en usage utilement avant que *Giannini*, médecin d'Italie, eût publié son ouvrage sur les fièvres.

C'est ainsi que j'ai heureusement fait baigner plus ou moins de temps, des malades atteints d'une fièvre putride avec une faible menace d'inflammation abdominale, particulièrement M. *Donadieu*, alors l'un de mes élèves, atteint d'une fièvre putride, synoque, maligne. Il a été ensuite médecin de l'une de nos armées en Espagne.

8° Quelquefois à l'usage des bains j'ai pu réunir, avec le plus grand succès, celui des juleps anti-spasmodiques, calmants, un peu opiacés.

9° Enfin, je dirai que pendant les redoublements, s'ils sont trop violents, et qu'il y ait du danger pour le malade, il faut savoir les modérer, non seulement par ces mêmes boissons, si le malade peut toutefois les prendre, mais encore par des juleps anodins, par la saignée même. Au contraire, si ces redoublements, ou *crises*, comme on les a souvent appelés, sont suivis d'une extrême prostration des forces; que la vie périclite, il faut savoir recourir au quinquina, et le prescrire immédiatement, et s'il se peut dans les premiers intervalles des redoublements ou des accès, et à haute dose, selon le danger, seul ou réuni à l'acétate d'ammoniaque; on en retirera de merveilleux avantages. Nous en avons donné ailleurs

des exemples dans un *Mémoire* sur ce sujet, imprimé dans le volume de l'Académie royale des sciences, année 1822. Nous y avons démontré, par des observations, que le *typhus* pouvait survenir, non-seulement après des fièvres putrides ou autres, mais encore après d'autres maladies plus ou moins douloureuses, qui finissent par être *adynamiques* (1), et pour lesquelles il convient alors d'administrer le quinquina, même à haute dose.

L'objet principal de ce Mémoire est de prouver,

1° Qu'il y a réellement des fièvres putrides qui deviennent malignes, et qu'il faut savoir les traiter d'après leurs symptômes.

2° Que la saignée en est souvent le remède efficace, non-seulement pour empêcher la fièvre maligne de survenir, mais encore pour la guérir si elle n'a fait de trop grands progrès.

3° Enfin, que le quinquina peut et doit être prescrit à des doses plus ou moins considérables, lorsque l'adynamie s'annonce par ses symptômes (2).

---

(1) *Typhus exhaustorum. Sauvages* après *Delon. Nosol. class.* II, art. 8. Tom. 1, pag. 316.

(2) Ce mémoire a fait l'objet de l'une de mes leçons au collége royal de France pendant plus de quarante ans. Je le publie aujourd'hui, après l'avoir communiqué à l'Académie, parce que je le crois encore utile.

RECHERCHES

Sur l'élasticité des corps qui cristallisent régulièrement.

PAR M. FÉLIX SAVART.

(Lu à l'Académie des Sciences, le 26 janvier 1829.)

JUSQU'ICI on n'a pu acquérir des notions précises sur la structure intime des corps, que par deux moyens; 1° par le clivage, pour les substances régulièrement cristallisées, opaques ou transparentes; 2° pour les substances transparentes seulement, par les modifications qu'elles apportent à la propagation de la lumière.

Le premier de ces moyens a fait connaître que les corps cristallisés sont des assemblages de lames parallèles à certaines faces du cristal, et il n'a rien indiqué sur la force avec laquelle ces lames adhèrent entre elles, non plus que sur leur état élastique. Le second, beaucoup plus puissant que le premier, parce qu'il met en évidence des actions dépendantes de la forme même des particules, a fait découvrir des phénomènes dont le clivage seul n'aurait jamais permis de soupçonner l'existence. Mais, quoique ces deux procédés d'expérience et quelques autres moins importants aient introduit dans la science beaucoup d'idées et de notions nou-

velles, néanmoins on peut dire que la partie de la physique qui traite de l'arrangement des particules des corps et des propriétés qui en résultent, telles que l'élasticité, la dureté, la fragilité, la malléabilité, etc., est encore dans l'enfance.

Les travaux de Chladni sur les modes de vibrations des lames de verre ou de métal, et les recherches que j'ai publiées sur le même sujet, surtout celles qui se rapportent aux modes de division des disques de substance fibreuse, comme le bois, permettaient de soupçonner qu'on parviendrait, par ce moyen, à acquérir des notions nouvelles sur la distribution de l'élasticité dans les corps solides; mais on ne voyait pas nettement par quel procédé l'on pourrait arriver à ce résultat, quoique la marche qu'il fallait suivre fût d'une grande simplicité.

Toutefois, si ce mode d'expérience, dont nous allons donner la description, est simple en lui-même, il ne laisse pas cependant de s'environner d'une foule de difficultés de détail qui ne pourront être levées qu'après de nombreuses tentatives, et qui, je l'espère, serviront d'excuse à l'imperfection de ces recherches, que je ne donne d'ailleurs que comme les premiers rudiments d'un travail plus étendu.

§ I^er^.

Exposé des moyens d'exploration employés dans ces recherches.

Les lames circulaires qui produisent des vibrations normales sont susceptibles de plusieurs modes de division; tantôt elles se partagent en un plus ou moins grand nombre de secteurs égaux, toujours en nombre pair, qui exécutent

leurs vibrations en même temps, et qui sont séparés par des lignes nodales diamétrales; tantôt elles se partagent en un plus ou moins grand nombre de zones concentriques, séparées par des lignes de repos circulaires, et ces deux séries de modes de division peuvent encore se combiner entre elles, de sorte que les figures acoustiques qui en résultent sont des lignes circulaires divisées en parties égales par des lignes nodales diamétrales.

Si la lame qu'on fait résonner est parfaitement homogène, circulaire et égale d'épaisseur, il est clair que, dans le cas où la figure ne se compose que de lignes diamétrales, le système qu'elles forment doit pouvoir se placer dans toutes sortes de directions, c'est-à-dire qu'un point quelconque du contour de la lame étant pris pour le lieu de l'ébranlement, cette seule condition détermine la position de la figure nodale, puisque le point directement ébranlé est toujours le milieu d'une partie vibrante. Dans le cas des lignes circulaires, pour les conditions que nous venons de supposer, ces lignes seraient exactement concentriques à la circonférence de la lame. Ces résultats sont une conséquence naturelle de la symétrie qu'on suppose exister soit dans la forme, soit dans la structure de la lame: mais, si cette symétrie est altérée, alors on conçoit qu'une figure acoustique composée de lignes nodales diamétrales, ne devra plus se placer dans une direction dépendante uniquement de la position du point de l'ébranlement, et que, s'il s'agit d'une figure composée de lignes circulaires, ces lignes devront être altérées et deviendront, par exemple, elliptiques ou de quelque autre forme plus compliquée. C'est ainsi que le système de deux lignes nodales, qui se coupent rectangulairement, ne

peut se placer sur une lame elliptique que dans une seule position, sur les axes mêmes de l'ellipse. Il y a cependant une seconde position où ce mode de division peut s'établir; mais alors il est altéré dans sa forme, et il ressemble aux deux branches d'une hyperbole dont le premier axe correspond au grand axe de l'ellipse : dans ce dernier cas, le nombre des vibrations est plus petit que dans le premier, et d'autant plus que les axes de l'ellipse diffèrent davantage entre eux. On observe un phénomène analogue lorsqu'on cherche à produire ce même genre de division sur une lame circulaire de laiton, bien égale d'épaisseur, et dans laquelle on a pratiqué plusieurs traits de scie parallèles, et qui ne pénètrent que jusqu'à une petite distance de la surface : l'une des lignes nodales croisées correspond toujours au trait de scie qui a été pratiqué suivant une diamétrale, et le système des deux lignes hyperboliques se dispose de manière que le même trait de scie devient le second axe de l'hyperbole. Ainsi, dans l'un comme dans l'autre cas, le premier axe de l'hyperbole est toujours dans le sens de la plus petite résistance à la flexion.

Supposons maintenant que, la lame restant parfaitement circulaire et égale d'épaisseur, elle possède, dans le sens de son plan, un degré d'élasticité qui ne soit pas le même suivant deux directions perpendiculaires entre elles, alors la disposition symétrique autour du centre se trouvant détruite, quoique d'une autre manière que dans les deux exemples que nous venons de citer, on devra encore obtenir un résultat analogue.

En effet, si l'on prend une lame de cette espèce, par exemple une lame de bois, taillée parallèlement aux fibres, qu'on

la fixe légèrement par son centre et qu'on cherche à lui faire produire le mode de division composé de deux lignes croisées rectangulairement, on reconnaît bientôt que, quand elle se divise ainsi, les lignes de repos se placent toujours suivant les directions de la plus grande et de la plus petite résistance à la flexion, et qu'en l'ébranlant ensuite à l'extrémité même des lignes précédentes, on peut lui faire produire un second mode de division qui se présente sous l'aspect d'une hyperbole dont les branches seraient très-redressées, et qui aurait pour second axe celle des lignes croisées qui correspond au sens de la plus grande résistance à la flexion. En un mot, dès que la disposition symétrique autour du centre se trouve détruite, n'importe de quelle manière, le mode de division formé par deux lignes nodales qui se coupent rectangulairement ne peut plus s'établir que dans deux positions déterminées, pour l'une desquelles il revêt souvent l'aspect de deux branches d'hyperboles plus ou moins redressées; et, comme nous le verrons bientôt, il peut même arriver que, pour certaines distributions d'élasticité, ce mode de division se présente sous la forme de deux courbes hyperboliques dans les deux positions où il devient possible. Enfin, si l'on fait produire à une pareille lame quelques-uns des modes de division élevés, mais cependant composés de lignes diamétrales, l'expérience montre qu'ils ne peuvent, de même, s'établir que dans deux positions invariables, et en subissant certaines modifications analogues à celles qu'éprouve le système de deux lignes croisées à angle droit. Ainsi la fixité des figures nodales et la double position qu'elles peuvent affecter sont un caractère distinctif des lames circu-

laires, dont toutes les diamétrales ne jouissent pas d'une élasticité ou d'une cohésion uniforme.

Il résulte donc de ce qui précède, qu'en formant, avec diverses substances, des lames circulaires bien égales d'épaisseur, on pourra, par la position fixe ou indéterminée d'une figure acoustique composée de lignes nodales diamétrales, reconnaître si les propriétés de la substance dont il s'agit sont les mêmes dans toutes les directions. En appliquant ce mode d'exploration à un très-grand nombre de lames formées de diverses substances cristallisées régulièrement ou confusément, comme les métaux, le verre, le soufre, le cristal de roche, la chaux carbonatée, la chaux sulfatée, le plâtre, etc., on trouve constamment que la figure acoustique, formée de deux lignes croisées rectangulairement, ne peut s'y établir que dans une seule position; et qu'il y a une seconde position pour laquelle on obtient deux lignes courbes hyperboliques qui s'accompagnent, selon les divers cas, d'un son qui diffère plus ou moins de celui qui se produit à l'occasion des lignes croisées. L'on rencontre aussi des lames qui ne sont jamais susceptibles d'affecter le mode de division formé de deux lignes droites, et qui ne présentent que deux systèmes de courbes hyperboliques quelquefois semblables, mais donnant cependant des sons différens. En un mot, jusqu'à présent je n'ai trouvé aucun corps pour lequel une même figure nodale pût se placer dans toutes les directions; ce qui semble indiquer qu'il est très-peu de substances solides qui jouissent des mêmes propriétés dans tous les sens. Mais ce qui paraît encore plus extraordinaire, c'est que, si l'on taille dans un même corps, par exemple dans une masse de métal, des lames prises suivant différentes direc-

tions, les unes sont susceptibles du mode de division composé de deux lignes qui se croisent rectangulairement, tandis que les autres ne présentent que deux systèmes de courbes hyperboliques. Dans l'un et l'autre cas, les sons des deux systèmes peuvent différer beaucoup ; il peut, par exemple, y avoir entre eux un intervalle de plus d'une quinte.

Pour arriver à découvrir les lois expérimentales de ce genre de phénomènes, il faudrait donc pouvoir les étudier, d'abord dans les cas les plus simples; par exemple, sur des corps dont l'état élastique, connu à l'avance, ne serait différent que suivant deux sens, comme cela aurait lieu dans un corps qu'on composerait en plaçant les unes sur les autres des lames planes formées de deux substances hétérogènes, de manière que toutes les lames impaires fussent d'une même substance et toutes les lames paires d'une autre, l'élasticité étant d'ailleurs la même dans tous les sens du plan de chacune d'elles. Mais cette condition m'a paru difficile à atteindre, puisque jusqu'ici je n'ai trouvé aucun corps dont l'élasticité fût la même dans toutes les directions.

La structure la plus simple, après la précédente, serait celle d'un corps composé de couches cylindriques et concentriques dont la nature serait alternativement différente pour des couches voisines, comme cela a lieu à peu près dans une branche d'arbre exempte de nœuds. En effet, l'élasticité devrait être sensiblement la même dans tous les sens du plan d'une lame taillée perpendiculairement à l'axe du cylindre, et elle devrait différer beaucoup de celle qu'on observerait dans le sens de l'axe. En conséquence nous commencerons par examiner ce premier cas, après quoi nous passerons à celui où l'élasticité serait différente suivant trois sens per-

pendiculaires entre eux, comme cela aurait lieu dans un corps composé de lames planes alternativement de deux substances différentes, et dont l'état élastique ne serait pas le même suivant deux sens perpendiculaires entre eux. Le bois remplit encore ces différentes conditions ; car, dans un arbre d'un très-grand diamètre, les couches ligneuses pouvant être considérées comme sensiblement planes, pour un petit nombre de degrés de la circonférence, si l'on se borne à tailler des lames d'un petit diamètre à peu de distance de la surface, on pourra supposer, sans erreur bien notable, au moins pour l'ensemble des phénomènes, que les expériences ont été faites sur un corps dont l'élasticité n'est pas la même suivant trois directions rectangulaires entre elles, puisque, comme on sait, cette propriété n'existe pas au même degré suivant la direction des fibres, suivant celle du rayon de l'arbre, et suivant une direction perpendiculaire aux fibres et tangente aux couches ligneuses.

Enfin, de ces deux cas, les plus simples que nous ayons pu étudier, nous passerons aux phénomènes bien plus compliqués que présentent les corps régulièrement cristallisés, tels que le cristal de roche et la chaux carbonatée.

§ II.

Analyse du bois par le moyen des vibrations sonores.

Supposons que la figure 1^re^ représente un cylindre de bois dont les couches annuelles soient concentriques à la circonférence, et soit BCDE fig. 2, un plan quelconque, passant par l'axe AY du cylindre ; enfin *nn'* une ligne normale à ce plan : il est clair que des lames prises perpendiculairement

à BCDE, suivant diverses directions telles que 1, 2, 3, 4, 5, autour de nn', devront présenter des phénomènes différens, puisqu'elles contiendront toutes dans leur plan l'axe nn' de moindre élasticité, et que la résistance à la flexion, suivant les lignes 1, 2, 3, 4, 5, ira toujours en augmentant, à mesure que les lames approcheront davantage d'être parallèles à l'axe AY de plus grande élasticité.

Pour la lame n° 1, fig. 3, perpendiculaire à cet axe, tout étant symétrique autour du centre, le mode de division composé de deux lignes qui se coupent à angle droit, devra pouvoir se placer suivant toutes sortes de directions, selon que le lieu de l'ébranlement occupera tel ou tel point de la circonférence; c'est aussi ce qui arrive : mais il n'en sera plus de même pour la lame n° 2, inclinée de 22° — 30′ sur la précédente. Pour celle-ci, l'élasticité devenant un peu plus grande suivant rs contenue dans le plan BCDE, que suivant nn' normale à ce plan, cette circonstance devra déterminer les lignes nodales à s'établir suivant ces deux directions. Toutefois, comme cette différence est très-légère, le système de ces deux lignes pourra encore se déplacer, quand on fera varier le lieu de l'ébranlement; mais il se déformera un peu, et il prendra l'aspect de deux branches d'hyperbole lorsqu'il sera arrivé à 45° de sa première position. Pour la lame n° 3, inclinée de 45° sur l'axe AY, la différence des deux élasticités extrêmes étant plus grande, le système des lignes croisées deviendra tout-à-fait fixe, ou bien il ne pourra parcourir que quelques degrés à droite et à gauche de la position qu'il affecte de préférence; mais le système hyperbolique dont les sommets a et b sont plus écartés que dans la fig. 2, présentera cette particularité remarquable, de pouvoir

se transformer graduellement dans le système rectangulaire, lorsqu'on fera varier la position du point directement ébranlé.

En examinant avec soin la marche des lignes nodales dans la fig. 2, on trouve également que ses deux systèmes nodaux peuvent ainsi se changer l'un dans l'autre ; et le même phénomène se reproduit dans la lame n° 4, où les valeurs des élasticités extrêmes diffèrent encore plus, et dans laquelle les points a et b s'écartent toujours l'un de l'autre en même temps que les courbes se redressent davantage. Pour la lame n° 5 parallèle à l'axe AY, les courbes ne sont plus susceptibles que d'affecter la position indiquée dans la figure. Ainsi, pour le n° 1^er^, les centres a et b sont confondus en un seul, et il n'y a qu'une seule figure composée de deux lignes croisées, dont le système peut affecter toutes sortes de positions ; ensuite ces centres s'écartant graduellement, les modes de division peuvent se changer l'un dans l'autre, et enfin quand les branches de la courbe approchent d'être des lignes droites, les deux figures deviennent tout-à-fait fixes.

L'existence de ces points ou centres nodaux est sans doute un phénomène bien remarquable, et qu'il sera important d'étudier avec beaucoup de soin. Pour en donner une idée exacte, j'ai indiqué par un ponctué différent, dans la fig. 4, les modifications successives qu'affectent les deux lignes hyperboliques, lorsque la lame est fixée par l'un des points a ou b, et que le lieu de l'ébranlement passe graduellement de e en e', e'', en parcourant un quart de la circonférence de la lame. Lorsque l'ébranlement a lieu aux environs de e', les courbes, par la réunion de leurs sommets, se transforment en deux lignes droites qui se coupent rectangulairement : et l'on conçoit que, s'il avait lieu vers e''', les deux

branches de la courbe reparaîtraient, mais avec cette particularité, que leur premier axe prendrait la position affectée par le second, lorsque l'ébranlement était exercé de l'autre côté de e''.

Quant aux nombres de vibrations qui correspondent à chaque mode de division, pour les divers degrés d'inclinaison des lames, on voit, en examinant la fig. 3, que, d'abord égaux dans le n° 1, ils vont toujours en augmentant et en s'écartant l'un de l'autre jusqu'au n° 5 qui contient l'axe du cylindre; et l'on conçoit, en effet, que l'élasticité dans le sens perpendiculaire à l'axe, demeurant la même pour toutes les lames, tandis que celle qui est perpendiculaire à cette direction va toujours en augmentant, ce devait être là, en général, la marche du phénomène.

Cette expérience a été faite sur des lames de chêne de $8^{cent.},4$ de diamètre et de $3^{mm},7$ d'épaisseur; elle a été répétée sur des lames de hêtre, et les résultats ont été analogues; seulement le rapport entre les deux élasticités n'étant pas le même, l'écart entre les deux sons de chaque lame s'est trouvé plus grand.

La conséquence la plus générale qu'on puisse tirer de l'expérience précédente, c'est que, dans les bois où les couches annuelles sont à-peu-près cylindriques et concentriques, l'élasticité est sensiblement uniforme suivant toutes les diamétrales d'une section quelconque perpendiculaire à l'axe de la branche. Nous verrons plus loin que des lames de chaux carbonatée ou de cristal de roche, taillées perpendiculairement à l'axe, présentent bien rarement cette uniformité de structure pour toutes leurs diamétrales, quoique les modifications que de pareilles lames impriment à la lumière po-

larisée, paraissent cependant symétriques autour de ce même axe.

Dans le cas que nous venons d'examiner, deux des trois axes d'élasticité étant égaux, les phénomènes sont, comme on vient de le voir, exempts de grandes complications. Il n'en est plus de même lorsque les trois axes possèdent une élasticité différente : alors il serait indispensable de tailler d'abord une série de lames autour de chacun des axes, ensuite une quatrième série autour d'une ligne inclinée également sur les trois axes, et enfin il faudrait encore en prendre une autour de chacune des lignes qui divisent en deux également l'angle compris entre deux quelconques des axes ; et, malgré le grand nombre des résultats qu'on obtiendrait par ce procédé, on serait encore loin du but à atteindre, puisque ces diverses séries manqueraient de liaison entre elles; et que, par conséquent, ce procédé ne pourrait pas donner une idée nette de l'ensemble des transformations des lignes nodales. Néanmoins je me contenterai de suivre cette marche, qui m'a paru moins compliquée que toute autre, et qui suffit pour mettre dans tout leur jour les principales particularités de ce genre de phénomènes.

Afin qu'on puisse se représenter plus facilement les rapports de position des lignes autour desquelles j'ai taillé les diverses séries de lames dont je viens de parler, et les relations qu'elles ont avec les plans des couches ligneuses, ainsi qu'avec la direction de leurs fibres, je les rapporterai toutes aux arêtes d'un cube AE, fig. 5, dont je supposerai que la face AXBZ est parallèle aux couches ligneuses, et l'arête AX à la direction des fibres, ce qui permettra de regarder les trois arêtes AX, AY, AZ comme étant les axes mêmes

d'élasticité. Ensuite j'indiquerai les divers degrés d'inclinaison des lames de chaque série, sur un plan normal à la ligne autour de laquelle elles seront taillées; la position et le contour de ce plan étant d'ailleurs rapportés aux faces naturelles du cube.

Mais, avant de commencer à décrire les phénomènes que présente chacune de ces séries, il est indispensable de chercher à déterminer le rapport de la résistance à la flexion, dans le bois, suivant la direction même des trois axes d'élasticité; c'est ce que l'on peut faire facilement au moyen des vibrations, en taillant trois petites verges prismatiques carrées, de mêmes dimensions, suivant les trois sens que nous venons d'indiquer; car on pourra découvrir le degré de leur élasticité par la comparaison des nombres de vibrations qu'elles exécuteront, pour un même mode de division, en sachant d'ailleurs que, lors du mouvement transversal, les nombres des vibrations sont comme les racines carrées de la résistance à la flexion, ou, ce qui est la même chose, que la résistance à la flexion est comme le carré du nombre des oscillations.

La figure 6^me^ présente les résultats d'une expérience de cette espèce qui a été faite sur le même morceau de hêtre dans lequel j'ai taillé toutes les lames dont je vais parler plus bas. Dans cette figure, pour fixer les idées, j'ai donné à ces verges des directions parallèles aux arêtes AX, AY, AZ du cube fig. 5, et j'ai supposé que les faces des verges étaient parallèles à celles du cube. Il est à remarquer que chaque verge peut faire entendre deux sons pour un même mode de division, selon que l'ébranlement a lieu suivant *ab* ou *cd;* mais, lorsqu'elles sont très-minces, la différence qui existe entre eux est assez légère pour qu'on puisse la négli-

ger. L'inspection de la fig. 6 montre donc que, suivant AZ, la résistance à la flexion est moindre; de sorte que cette résistance étant représentée par l'unité, elle devient 2.25 suivant AY, et 16 suivant AX. Il est évident que l'élasticité, suivant toute autre direction, serait toujours intermédiaire à celle des directions que nous venons de considérer.

Ceci étant bien établi, nous allons passer à l'examen détaillé des diverses séries de lames dont nous avons parlé plus haut.

Première Série.

Lames prises autour de l'axe AY *et perpendiculaires à la face* AXBZ *du cube.*

Dans les lames de cette série, l'un des modes de division demeure constamment le même. (Voyez fig. 5, 7 et 8.) Il se compose de deux lignes croisées rectangulairement, dont l'une ay se place constamment sur l'axe AY de moyenne élasticité; mais, quoique ce système se présente toujours avec le même aspect, il ne s'accompagne pas, pour les diverses inclinaisons des lames, des mêmes nombres de vibrations; ce qui devait être, puisque l'influence de l'axe de plus grande élasticité doit d'autant plus se faire sentir que les lames approchent plus de le contenir dans leur plan : le son de ce système doit donc monter à mesure que les lames sont plus près d'être parallèles au plan CYAX. Quant au système hyperbolique, il subit des transformations remarquables qui tiennent à ce que la ligne ay demeurant l'axe de moyenne élasticité dans toutes les lames, la ligne cd, qui est l'axe de moindre élasticité dans le n° 1, se transforme

graduellement en celui de plus grande élasticité, qui est contenu dans le plan de la lame n° 6. Il suit de là qu'il doit y avoir un certain degré d'inclinaison pour lequel les élasticités, suivant les deux directions ay, cd, doivent être égales: or, c'est ce qui arrive en effet pour la lame n° 3; et cette égalité peut se constater en taillant dans cette lame, suivant ay et sa perpendiculaire, deux petites verges de mêmes dimensions: on voit, en leur imprimant le même mode de mouvement transversal, qu'elles font entendre le même son. Il résulte aussi, de ce que l'élasticité suivant ay est tantôt plus petite et tantôt plus grande, que celle qui existe suivant cd, que le premier axe de l'hyperbole nodale doit changer de direction pour pouvoir toujours rester perpendiculaire à celle des lignes ay, cd, qui possède la plus grande élasticité; ainsi, dans les n^{os} 1 et 2, cd possédant la moindre élasticité, elle devient le premier axe de l'hyperbole, tandis que dans les n^{os} 4, 5 et 6, l'élasticité étant plus grande suivant cd que suivant ay, c'est sur cette dernière ligne que se place le premier axe de l'hyperbole. Comme le rapport des deux élasticités ne varie que graduellement, il est clair que les modifications imprimées au système hyperbolique doivent de même être graduelles : aussi les sommets de ces courbes, d'abord écartés pour le n° 1 d'une certaine quantité (qui dépendra de la nature du bois), se rapprocheront de plus en plus, pour les lames suivantes, jusqu'à se confondre, comme dans le n° 3, à un certain degré d'inclinaison, qui était de 45° dans l'expérience que je rapporte en ce moment, mais qui pourrait être d'un nombre de degrés différent pour une autre espèce de bois. Au point où nous avons vu que les élasticités sont égales dans le sens des axes, les deux courbes se

transforment en deux lignes droites qui se coupent rectangulairement, après quoi elles se séparent de nouveau ; mais leur désunion s'opère dans un sens perpendiculaire à celui de leur réunion. Les sons du système hyperbolique suivent à peu près la même marche que ceux du système des lignes croisées, c'est-à-dire qu'ils s'élèvent d'autant plus que les lames approchent plus d'être parallèles à l'axe de plus grande élasticité ; mais ce qui mérite d'être remarqué, c'est que la lame n° 3, pour laquelle l'élasticité dans les deux sens ay, cd, est la même, est celle dont les deux sons laissent entre eux le plus grand intervalle : ceci tient évidemment à ce que l'élasticité dans les deux sens ay, cd, est très-différente de celle qui existe suivant les autres directions de la lame.

Enfin il est à remarquer que, dans les quatre premières lames, le son du système nodal hyperbolique est plus aigu que celui du système des lignes croisées, et que c'est le contraire pour la lame n° 6, ce qui fait qu'il doit nécessairement y avoir entre le n° 4 et le n° 6 une lame dont les sons doivent être égaux ; ce qui, dans le cas actuel, a lieu pour le n° 5, quoique ses deux modes de division diffèrent beaucoup entre eux. Cette lame offre encore ceci de remarquable, que ses deux modes de division peuvent se transformer graduellement l'un dans l'autre par le changement de position du lieu de l'ébranlement, de sorte que les deux points c et c' devenant deux centres nodaux, elle se trouve, sous tous les rapports, dans les conditions indiquées par la fig. 4 (1).

(1) Les lames de bois qui sont taillées suivant cette inclinaison jouissant de propriétés toutes particulières, il serait extrêmement curieux d'en construire des tables de violon et de voir quelle influence elles pourraient

L'intervalle compris entre le son le plus grave et le son le plus aigu de cette série était d'une sixte superflue.

Il est presque inutile de remarquer que des lames prises suivant les directions I, II, III....., inclinées de l'autre côté de l'axe AX des mêmes nombres de degrés que les lames 1, 2, 3....., présenteraient exactement les mêmes phénomènes que ces dernières. Cette observation étant également applicable aux séries suivantes, nous nous bornerons à la mentionner ici.

Deuxième Série.

Lames prises autour de l'axe AZ *de moindre élasticité et perpendiculaires au plan* CYAX, fig. 9 et 10.

Comme dans le cas précédent, l'un des systèmes nodaux des lames de cette série se compose de deux lignes croisées rectangulairement, dont l'une *az* correspond à l'axe AZ, d'où il suit que la seconde peut être regardée comme la projection des deux autres axes sur le plan de la lame qui, quelle que soit son inclinaison, doit posséder, en conséquence, une plus grande élasticité dans le sens *fg* que dans le sens *az :* ainsi le système hyperbolique de cette série ne peut pas présenter les transformations qu'il nous a offertes dans la série précédente, ou *cd*, fig. 8, possédait une élas-

---

exercer sur l'éclat, la pureté, l'égalité et l'intensité des sons ; il ne serait pas impossible que les qualités supérieures de certains instruments de musique dépendissent de ce que le plan de leur table d'harmonie se trouve ainsi incliné d'un certain nombre de degrés sur la direction des fibres.

ticité tantôt plus petite, tantôt plus grande que celle de ay. Dans le cas actuel, az demeurant constamment l'axe de moindre élasticité, la résistance à la flexion suivant fg va en croissant graduellement depuis la lame n° 1 jusqu'à la lame n° 6 parallèle au plan AXBZ, et les branches de l'hyperbole se redressent à mesure que les lames approchent plus de cette dernière position. Quant aux sons qui correspondent à chacun des deux systèmes nodaux, on observe qu'ils montent graduellement depuis le n° 1 jusqu'au n° 6, et que le son du système hyperbolique est plus aigu dans une partie de la série que celui du système des lignes croisées, tandis qu'il redevient plus grave dans l'autre partie. Il y a donc aussi une certaine inclinaison pour laquelle les sons des deux systèmes doivent être égaux; et c'est évidemment ce qui aurait eu lieu dans l'expérience actuelle pour une lame intermédiaire au n° 4 et au n° 5.

L'intervalle entre le son le plus grave et le son le plus aigu de cette série était d'une quinte superflue.

Troisième Série.

Lames prises autour de l'axe AX *de plus grande élasticité, et perpendiculaires au plan* AYDZ, fig. 11 et 12.

L'état élastique de ces lames ne peut pas présenter des différences aussi notables que celles que nous avons observées dans les séries précédentes; car, étant toutes taillées autour de l'axe de plus grande élasticité, elles ne peuvent, en outre, contenir dans leur plan que celui de moindre ou celui de moyenne élasticité, ou enfin des intermédiaires

entre ces deux limites, qui sont d'ailleurs peu éloignées. Aussi voit-on que leurs modes de division diffèrent très-peu entre eux, et que les sons qui leur correspondent présentent des différences assez légères, quoiqu'ils aillent toujours en montant à mesure que les lames approchent plus de contenir l'axe de moyenne élasticité dans leur plan. Ici, comme dans les autres séries, l'un des systèmes nodaux se compose de deux lignes croisées rectangulairement, dont l'une ax se place toujours sur l'axe de plus grande élasticité, et cette ligne sert de second axe aux courbes hyperboliques qui composent le système nodal. Sans doute que ces courbes ne sont pas tout-à-fait semblables dans les différentes lames; mais je n'ai pu apercevoir entre elles aucune différence bien notable, si ce n'est qu'il paraît que leurs sommets se rapprochent graduellement d'une très-petite quantité, à mesure que les lames approchent plus de contenir l'axe intermédiaire dans leur plan.

Quatrième Série.

Lames taillées autour de la diagonale AD, *et perpendiculaires au plan* BCYZ, fig. 13 et 14.

Ces lames présentent des phénomènes beaucoup plus compliqués que ceux que nous avons observés jusqu'ici. Excepté pour la première et pour la dernière, ni l'un ni l'autre des deux systèmes nodaux n'est composé de lignes droites croisées rectangulairement; ce qui montre que ce dernier genre de figure acoustique ne peut s'établir que sur les lames qui contiennent au moins l'un des axes d'élasticité dans leur plan, puisque les nos 2, 3, 4, 5, qui sont inclinés sur les

trois axes ne présentent que des lignes hyperboliques, tandis que le n° 1, qui contient deux des axes d'élasticité, et le n° 6, qui n'en contient qu'un, sont susceptibles d'affecter ce genre de division.

Dans cette série, ni l'un ni l'autre des modes de division ne demeure constamment le même pour les divers degrés d'inclinaison des lames; à partir de la lame n° 1, l'un des systèmes passe graduellement de deux lignes croisées à deux branches d'hyperbole, qui se transforment presqu'en lignes droites parallèles dans le n° 6 : au contraire, l'autre système se présente dans le n° 1, sous la forme de deux courbes hyperboliques dont les sommets se rapprochent de plus en plus jusqu'à se confondre dans le n° 6, où elles affectent la forme de deux lignes droites qui se coupent à angle droit; et cette marche contraire, dans les modifications des deux systèmes, est telle qu'il y a une certaine inclinaison (n° 3) pour laquelle les deux modes de divisions sont les mêmes, quoique les sons qui leur correspondent soient très-différents.

Comme dans les séries précédentes, et pour les mêmes raisons, le son de chaque système nodal va toujours en s'élevant à mesure qu'il s'agit d'une lame qui approche plus de contenir l'axe de plus grande élasticité dans son plan.

Cinquième Série.

Lames taillées autour de la diagonale AE, *et perpendiculairement au plan, rst*, fig. 5.

Parmi toutes les lames qu'on peut tailler autour de la diagonale AE du cube fig. 5, il en est trois dont chacune con-

tient l'un des axes d'élasticité, et que par conséquent nous avons déja eu occasion d'observer; ainsi la lame n° 3, fig. 8, qui passe par la diagonale AB et par l'arête AY, contient la diagonale AE dans son plan : de même le n° 4, fig. 10, qui passe par l'une des diagonales XY ou AC, et qui est perpendiculaire au plan CYAX, contient aussi AE dans son plan; et enfin la lame n° 3 de la fig. 12, parallèle au plan ADEX, est également dans le même cas. Ainsi, si *rst*, fig. 15, est un plan perpendiculaire à la diagonale AE, et si les lignes 1, 3, 5, indiquent les directions des trois lames dont nous venons de parler, il suffira pour connaître la marche des transformations qui lient entre eux les modes de division de ces lames, de prendre autour de AE, dont la projection est en *c*, quelques autres lames telles que 2, 4, 6. Les n^os^ 1, 2, 3.... de la fig. 16 représentent cette série ainsi complétée, et la ligne ponctuée *ae* indique dans tous la direction de la diagonale du cube.

Le système nodal représenté par des lignes pleines, se compose, pour le n° 1, de deux lignes nodales croisées, dont l'une *ay* se place sur l'axe AY, et l'autre suivant une direction perpendiculaire; il se transforme, n° 2, en des courbes hyperboliques qui, par le rapprochement de leurs sommets, redeviennent des lignes droites dans le n° 3, qui contient l'axe AX de plus grande élasticité; ensuite ces courbes s'écartent de nouveau, n° 4, et dans le même sens que n° 2, puis elles se changent une troisième fois en des lignes droites, dans le n° 5, qui contient l'axe AZ de moindre élasticité; et enfin elles reprennent l'aspect de deux branches d'hyperbole dans le n° 6.

Les transformations du système ponctué sont bien moins

compliquées, puisqu'il se présente sous l'aspect de deux lignes croisées rectangulairement dans le n° 1, et qu'il ne fait ensuite que se changer en deux branches d'hyperbole, qui vont en se redressant jusqu'à une certaine limite qui paraît être au n° 3, et dont les sommets se rapprochent ensuite n^os 5 et 6, pour se confondre de nouveau dans le n° 1.

Quant à la marche générale observée par les sons des deux systèmes nodaux, elle est très-simple, et il était facile de la déterminer à l'avance. En effet, la lame n° 5, contenant dans son plan l'axe AZ de moindre élasticité, fait entendre les deux sons les plus graves de toute la série; ensuite ces sons s'élèvent graduellement dans les n^os 4 et 3, qui contient l'axe AX de plus grande élasticité; après quoi, ils redescendent peu à peu dans les n^os 2 et 1 (ce dernier contient dans son plan l'axe AY d'élasticité intermédiaire), et ils reviennent enfin à leur point de départ dans les lames n^os 6 et 5.

Les transformations des lignes nodales des lames de cette série, en établissant une liaison entre les trois séries de lames taillées autour des axes, font concevoir la possibilité d'arriver à la détermination de surfaces nodales qu'on pourrait supposer exister dans l'intérieur des corps à trois axes rectangulaires d'élasticité, et dont la connaissance permettrait de déterminer, *à priori*, les modes de division d'une lame circulaire inclinée d'une manière quelconque par rapport à ces axes. Mais il est clair que, pour tenter un pareil travail, il faudrait pouvoir le baser d'après des expériences faites sur une substance dont les axes seraient rigoureusement perpendiculaires entr'eux, ce qui n'a pas tout-à-fait lieu dans le bois.

Il nous resterait maintenant à examiner deux autres séries

de lames, l'une prise autour de la diagonale A B, et l'autre autour de la diagonale A C ; mais on conçoit que les dispositions des lignes nodales qu'elles présenteraient différeraient assez peu de celles de la quatrième série, pour que nous puissions nous dispenser de les examiner.

Tels sont, en général, les phénomènes qu'on observe dans les corps qui, comme celui que nous venons d'examiner, possèdent trois axes rectangulaires d'élasticité : réunis dans un petit nombre de propositions, les résultats que nous avons obtenus se réduisent aux données générales suivantes :

1° Lorsque l'un des axes d'élasticité se trouve dans le plan de la lame, l'une des figures nodales se compose toujours de deux lignes droites qui se coupent à angle droit, et dont l'une se place constamment sur la direction même de cet axe; l'autre figure est alors formée par deux courbes qui ressemblent aux branches d'une hyperbole.

2° Lorsque la lame ne contient aucun des axes dans son plan, les deux figures nodales sont constamment des courbes hyperboliques; jamais il n'entre de lignes droites dans leur composition.

3° Les nombres de vibration qui accompagnent chaque mode de division sont, en général, d'autant plus élevés que l'inclinaison de la lame sur l'axe de plus grande élasticité devient moindre.

4° La lame qui donne le son le plus aigu, ou qui est susceptible de produire le plus grand nombre de vibrations, est celle qui contient dans son plan l'axe de plus grande élasticité et celui de moyenne élasticité.

5° La lame qui est perpendiculaire à l'axe de plus grande élasticité est celle qui fait entendre le son le plus grave, ou

qui est susceptible de produire le plus petit nombre de vibrations.

6° Quand l'un des axes est dans le plan de la lame, et que l'élasticité dans le sens perpendiculaire à cet axe est égale à celle qu'il possède lui-même, les deux systèmes nodaux sont semblables; ils se composent chacun de deux lignes droites qui se coupent rectangulairement, et ils se placent à 45° l'un de l'autre. Il n'y a, dans un corps qui possède trois axes inégaux d'élasticité, que deux plans qui jouissent de cette propriété.

7° Le premier axe des courbes nodales se plaçant toujours suivant la direction de la moindre résistance à la flexion, il suit de là que, quand dans une série de lames cet axe se place dans la direction occupée d'abord par le second, c'est que, suivant cette dernière direction, l'élasticité est devenue relativement moindre que dans l'autre.

8° Dans un corps qui possède trois axes inégaux d'élasticité il y a quatre plans pour lesquels l'élasticité est distribuée de telle manière que les deux sons des lames parallèles à ces plans deviennent égaux, et que les deux modes de division se transforment graduellement l'un dans l'autre, en tournant autour de deux points fixes que, pour cette raison, j'ai appelés *centres nodaux*.

9° Les nombres des vibrations ne sont liés qu'indirectement avec les modes de division, puisque deux figures nodales semblables, comme dans le n° 3, fig. 8, et dans le n° 3, fig. 14, s'accompagnent de sons très-différents; tandis que, d'un autre côté, les mêmes sons sont produits à l'occasion de figures très-différentes, comme cela a lieu pour le n° 5 de la fig. 8.

10° Enfin une conséquence plus générale qu'on peut tirer des différents faits que nous venons d'examiner, c'est que, quand une lame circulaire ne jouit pas des mêmes propriétés dans toutes les directions, ou, en d'autres termes, quand les parties qui la constituent ne sont pas arrangées symétriquement autour de son centre, les modes de division dont elle est susceptible affectent des positions déterminées par la structure même du corps; et que chaque mode de division, considéré en particulier, peut toujours, en subissant toutefois des altérations plus ou moins considérables, s'établir dans deux positions également déterminées, de sorte qu'on peut dire que, dans les lames circulaires hétérogènes, tous les modes de division sont doubles.

A l'aide de ces données, qui sont sans doute encore bien peu nombreuses et bien imparfaites, on peut, jusqu'à un certain point, se faire une idée de l'état élastique des corps cristallisés, en les soumettant au même mode d'exploration : c'est ce que nous avons tenté, pour le cristal de roche, dans une série d'expériences qui feront l'objet du § III de notre travail.

§ III.

Analyse du cristal de roche, par le moyen des vibrations sonores.

Le cristal de roche se présente le plus ordinairement sous la forme d'un prisme hexaèdre terminé par des pyramides à six faces (*fig.* 1, *pl.* 2). Quoique cette substance ne puisse pas être clivée par les moyens ordinaires, on admet, par analogie, que sa forme primitive est un rhomboèdre tel que celui qu'on obtiendrait si le cristal était susceptible d'être

clive parallèlement à trois faces non-adjacentes de la pyramide, telles, par exemple, que aXb, eXf, cXd et leurs parallèles $a'Yb'$, $e'Yf'$, $c'Yd'$. L'exactitude de cette induction se trouve d'ailleurs confirmée par une expérience très-simple qui consiste à faire rougir un prisme de cristal de roche et à le refroidir subitement : opération qui en détermine la fracture, et qui, le plus souvent, donne pour résultat des morceaux de cristal qui ont la forme de rhomboèdres.

En partant de ces notions qui nous sont fournies par la minéralogie, il est clair que des lames circulaires prises parallèlement ou perpendiculairement à l'axe, parallèlement à une face clivable ou non-clivable de la pyramide, etc., doivent, par rapport aux vibrations sonores, présenter des phénomènes différents, puisque, pour ces diverses directions, la cohésion et l'élasticité ne sont pas les mêmes. En conséquence, pour simplifier autant que possible l'examen de ces phénomènes, nous avons fait tailler, dans divers morceaux de cristal de roche, un nombre considérable de lames circulaires prises d'abord dans les divers azimuts d'un plan perpendiculaire à l'axe, fig. 2 et 2 *bis*; ensuite, suivant les azimuts d'un plan perpendiculaire à deux faces parallèles de l'hexaèdre, et passant par son axe, fig. 3 et 3 *bis*; enfin, suivant les divers azimuts d'un plan passant par l'axe et par deux arêtes opposées du cristal, fig. 4 et 4 *bis*.

Comme il était nécessaire de légitimer par des faits cette disposition générale des expériences, il était indispensable de constater d'abord que l'état élastique du cristal est le même pour tous les plans parallèles aux faces naturelles de l'hexaèdre, et ensuite, qu'il est aussi le même pour tous les plans perpendiculaires aux précédents et passant par

l'axe, quoiqu'il soit différent pour ces derniers et pour les premiers; enfin, il fallait vérifier si, en effet, les lames taillées parallèlement aux faces $a\,X\,b$, $e\,X\,f$, $c\,X\,d$ de la pyramide étaient susceptibles d'affecter les mêmes modes de division, et si ces modes étaient différents de ceux des trois lames taillées parallèlement aux faces $b\,X\,c$, $d\,X\,e$, $a\,X\,f$, ceux-ci étant d'ailleurs semblables entre eux. L'expérience ayant montré qu'en effet les choses se passent de cette manière, il est évident que toutes les séries de lames perpendiculaires à un plan normal à deux faces parallèles quelconques du prisme, et passant par son axe, doivent présenter des phénomènes identiques pour les mêmes degrés d'inclinaison, et qu'il doit en être de même pour les séries de lames perpendiculaires à un plan quelconque passant par deux arêtes opposées de l'hexaèdre. Toutes les lames que nous avons employées ont 1 ligne d'épaisseur et 23 ou 27 lignes de diamètre; elles ont été travaillées avec beaucoup de soin, et elles sont polies, afin qu'on puisse comparer les phénomènes qu'elles produisent, par rapport à la lumière, avec ceux qu'elles présentent relativement aux vibrations sonores. Enfin, quoiqu'elles aient été prises dans cinq ou six cristaux différents et de divers pays, on peut supposer qu'elles appartenaient à un même morceau de quartz, parce que, chaque fois qu'il fallait passer d'un cristal à un autre, on prenait la précaution de faire tailler dans le nouveau un certain nombre de lames destinées seulement à servir de repère avec les expériences déjà faites; et, par ce procédé, on a pu s'assurer que des cristaux d'un aspect très-différent, tels que ceux de Madagascar et du Dauphiné, ne présentaient cependant pas de différences notables dans leur structure.

Avant de passer à la description des phénomènes qui se rapportent à chaque série de lames, nous remarquerons que, dans toutes les figures, la ligne xy représente l'axe même du cristal, lorsqu'il est contenu dans le plan de la lame, ou sa projection, dans le cas contraire, et que la position de cet axe a été déterminée avec beaucoup de soin, pour chaque lame en particulier, au moyen de la lumière polarisée; de sorte qu'avec cette donnée et les détails dans lesquels nous entrerons, on pourra toujours se figurer facilement la position occupée par une lame quelconque, dans l'intérieur de la masse du cristal.

Première Série.

Lames parallèles à l'axe de l'hexaèdre.

Si nous considérons d'abord les lames I, V, IX, fig. 2 et 2 *bis* qui sont parallèles aux faces de l'hexaèdre, nous voyons qu'elles affectent exactement les mêmes modes de division : l'un de ces modes, celui qui est indiqué par des lignes ponctuées, est composé de deux lignes nodales qui se croisent rectangulairement, tandis que l'autre ressemble aux deux branches d'une hyperbole, à laquelle les deux lignes précédentes serviraient d'axes. Le son du premier système étant *fa*, celui du second est le *ré*$^{\text{II}}$ de la même octave. Ainsi, dans une lame quelconque prise parallèlement aux faces de l'hexaèdre, l'une des lignes nodales du système rectangulaire correspond toujours à l'axe même du cristal. Ici tout se passe comme dans les lames composées de fibres parallèles et qui contiennent dans leur plan au moins l'un des axes d'élasticité; mais il n'en est plus de même pour les lames III, VII, XI

perpendiculaires à deux faces parallèles de l'hexaèdre, quoiqu'elles soient d'ailleurs parallèles à l'axe comme les précédentes: au lieu d'un système de lignes croisées rectangulairement et d'un système hyperbolique, elles ne présentent plus que deux systèmes hyperboliques qui paraissent tout-à-fait semblables, et qui s'accompagnent cependant de sons très-différents, puisque l'un des deux fait entendre le *ré*, et l'autre le *fa*$^{\#}$ de la même octave. Les axes principaux lm, $l'm'$ de chacune des deux courbes hyperboliques paraissent se croiser au centre de la lame; ils sont inclinés l'un sur l'autre de 51° à 52°, de sorte que les branches de ces courbes se croisent entr'elles; et si, par le centre de la lame, on fait passer une ligne op qui soit également inclinée sur chacun des axes lm, $l'm'$, et qu'on suppose que cette ligne soit la trace d'un plan perpendiculaire à la lame, ce plan sera pour la lame III, parallèle à la face eXf de la pyramide, fig. 1re; pour la lame VII à la face aXb, et enfin, pour la lame XI à la face cXd; de sorte qu'il faut conclure de là que les six faces de la pyramide ne jouissent pas des mêmes propriétés, et que les trois que nous venons d'indiquer jouent un rôle important dans le phénomène qui nous occupe. Il est à remarquer que les modes de division de ces lames sont exactement les mêmes que ceux de la lame n° 3 de la fig. 14, pl. 1re, qui ne contient aucun des axes d'élasticité dans son plan. Maintenant, si l'on considère les lames II, IV, VI, VIII, X, XII, intermédiaires aux précédentes et à celles qui sont parallèles aux faces de l'hexaèdre, on leur trouve aussi des propriétés qui semblent tenir de celles des unes et de celles des autres, soit pour la distribution des lignes nodales des deux systèmes, soit pour les sons qu'elles font entendre. Ainsi, par rapport au procédé

d'exploration dont nous faisons usage, toutes les lames parallèles à l'axe ne jouissent pas des mêmes propriétés, tandis que, par rapport à la lumière, elles se comportent, comme on sait, exactement de la même manière.

Quoique ce résultat ait été vérifié plusieurs fois, on conçoit qu'il devenait important de le vérifier de nouveau; c'est ce que j'ai fait de la manière suivante : j'ai pris, d'une part, deux lames, telles que les nos I et V, et de l'autre, deux lames telles que les nos III et VII; et, après en avoir croisé les axes optiques, j'ai placé successivement chacun de ces couples sur le trajet d'un large faisceau de lumière polarisée par un verre noir, le plan des lames étant dirigé perpendiculairement aux rayons lumineux, et leurs axes faisant un angle de 45° avec le plan de polarisation. On sait que, si l'on regarde à travers un semblable couple, au moyen d'une tourmaline, dont l'axe soit dans le plan de polarisation, on aperçoit deux systèmes d'hyperboles colorées, dont les teintes paraissent, dans leur succession, suivre sensiblement l'ordre de celles des anneaux de Newton; il ne s'agissait donc que de comparer les phénomènes observés dans les deux cas, et de voir s'ils présentaient quelques différences inaperçues jusqu'ici ; mais il a été impossible d'en reconnaître aucune. Pensant que peut-être une augmentation considérable d'épaisseur dans les lames amènerait quelques différences appréciables, j'ai répété l'expérience sur des morceaux de cristal de roche qui avaient jusqu'à huit centimètres d'épaisseur, et je n'ai rien vu qui pût indiquer que toutes les lames parallèles à l'axe ne se comportent pas de même par rapport à la lumière : d'où il faut conclure que ce que l'on peut apprendre sur la structure des cristaux par le moyen de la lumière,

n'est pas du même ordre que ce que les vibrations sonores peuvent faire découvrir. Il paraîtrait, d'après ce qui précède, que ce dernier procédé indique plus spécialement l'état élastique et la force de cohésion dans les différents sens de tous les plans de particules intégrantes, tandis que les phénomènes de la lumière, tenant plus spécialement à la forme des particules et à la position qu'elles affectent autour de leur centre de gravité, ils sont, jusqu'à un certain point, indépendants du mode de jonction des différentes lames dont le cristal est formé.

Deuxième Série.

Lames taillées autour de l'arête a b, fig. 1re, *et suivant les divers azimuts du plan m n* X *o p* Y, *fig.* 3, *normal aux faces* n° 1 *et* n° 4 *de l'hexaèdre et passant par son axe.*

L'un des modes de division de toutes les lames de cette série demeure constamment le même, fig. 3 *bis;* il est formé de deux lignes droites qui se coupent rectangulairement, et *xy* l'une de ces lignes est toujours la projection de l'axe du cristal sur le plan de la lame. L'autre mode de division se compose de deux courbes hyperboliques, qui subissent diverses modifications dépendantes de l'inclinaison des lames sur l'axe de l'hexaèdre, et qui sont, en général, analogues à celles que nous avons observées pour les deux premières séries des lames qui appartenaient à des corps possédant trois axes rectangulaires d'élasticité.

Le n° 1 représente les deux modes de division de la lame perpendiculaire à l'axe X Y; ils sont tous les deux composés de lignes droites; ou, si l'un des deux est formé de deux

courbes, leurs sommets sont si voisins l'un de l'autre qu'ils paraissent se confondre. Le cristal de roche étant un cristal à un axe, par rapport à la lumière, il était naturel de présumer que l'élasticité serait égale dans tous les sens du plan de la lame dont il s'agit, et que, par conséquent, cette lame ne pourrait affecter qu'un seul mode de division, jouissant de la propriété de se placer dans une direction quelconque; mais il n'en est pas ainsi, même dans les lames taillées avec un soin extrême, et qui, par leurs propriétés optiques, paraissent sensiblement perpendiculaires à l'axe. Néanmoins, l'intervalle qu'on observe entre les sons des deux systèmes étant toujours très-petit, et n'étant pas constant dans des cristaux différents, il paraît plus naturel d'attribuer cette différence d'élasticité à une irrégularité de structure, que de supposer qu'elle dépende d'un arrangement déterminé et régulier, d'autant plus que dans les cristaux très-volumineux, comme ceux que j'ai employés, il est bien rare qu'on ne rencontre pas des irrégularités de structure assez notables, même pour qu'on les reconnaisse à l'œil nu.

La lame n° 2, inclinée de 78° sur l'axe, présente déjà une différence dans la disposition de ces deux systèmes de lignes nodales; l'un des deux se transforme en deux branches d'hyperbole qui se redressent encore plus dans la lame n° 3 inclinée de 75° sur l'axe, et qui ensuite se rapprochent de nouveau, et deviennent deux lignes droites qui se coupent à angle droit dans la lame n° 4, inclinée d'environ 51° sur l'axe, et qui par conséquent se trouve, à très-peu près, perpendiculaire à la face $a\mathrm{X}b$ de la pyramide, fig. 1; l'inclinaison des faces de la pyramide sur celles de l'hexaèdre étant de 140° 40′.

Les nombres de vibrations qui étaient, à très-peu près, les mêmes pour le n° 1, qui ne faisait entendre que les sons *re* et *re* +, vont toujours en s'éloignant davantage jusqu'à la lame n° 4, où le plus grave étant *ut*, le second est le *sol*+ de la même octave, quoique les deux modes de division soient les mêmes que ceux du n° 1. C'est ce son *ut*, donné par l'un des modes de division de la lame perpendiculaire à la face de la pyramide, que j'ai pris pour terme de comparaison, et auquel se rapportent les sons de toutes les autres lames. A partir de la lame n° 4, le système variable se désunit de nouveau, mais en sens contraire; les courbes qui le forment vont en se redressant, tandis que leurs sommets s'éloignent, et en même temps les deux sons se rapprochent au point d'être sensiblement les mêmes dans le n° 8, incliné d'environ 12° sur l'axe. Le système hyperbolique cesse ici d'affecter une position déterminée, et il peut, sans que le son subisse aucun changement, se transformer graduellement dans le système rectangulaire qui en forme les axes, de sorte que cette lame paraît être exactement dans les mêmes conditions que le n° 5 de la fig. 8, pl. 1re. Dans un cristal de roche, il y a donc trois plans analogues au précédent, puisque les phénomènes que présentent les lames taillées autour de l'arête *ab* de la base du prisme, seraient, comme je m'en suis assuré, exactement les mêmes que ceux que présenteraient, pour les mêmes degrés d'inclinaison, des lames taillées autour des deux autres arêtes *cd*, *ef*.

Au delà du n° 8, les sons recommencent à s'éloigner l'un de l'autre, et les branches de l'hyperbole continuent à se redresser jusqu'au n° 11, parallèle à la seconde face de la pyramide. Là, la distance entre leurs sommets est plus grande

que pour tout autre degré d'inclinaison des lames, et le son du système rectangulaire est le même que celui du même mode de division dans le n° 4 perpendiculaire à la face aXb de la pyramide. Enfin, depuis le n° 11 jusqu'à la lame perpendiculaire à l'axe, les sons se rapprochent de nouveau, ainsi que les sommets des courbes hyperboliques, et en même temps que les deux systèmes de lignes nodales redeviennent rectangulaires, les sons redeviennent aussi presque les mêmes.

Parmi les lames que nous venons d'examiner, il en est deux qui méritent une attention particulière; ce sont les n^{os} 5 et 11, parallèles aux faces eXd et aXb de la pyramide, et dont l'état élastique est sans doute très-différent, puisque, dans l'une, c'est le système hyperbolique qui donne le son le plus grave, tandis que dans l'autre, c'est le système rectangulaire, et que, d'ailleurs, il y a une grande différence entre les sons qui conviennent à chacun de leurs systèmes nodaux. Les faces aXb et eXd de la pyramide étant opposées, l'une des deux doit être susceptible de clivage, tandis que l'autre ne doit pas se prêter à cette division mécanique; en conséquence, si l'on connaissait celle des deux lames n^{os} 5 et 11, qui jouit de cette propriété, l'on pourrait, par l'examen de ses figures acoustiques, déterminer quelles sont celles des faces de la pyramide qui sont parallèles aux faces du rhomboèdre primitif. Le cristal de roche, ne se prêtant nullement à une division régulière et par couches, dans quelque direction qu'il soit attaqué, il m'a été impossible de reconnaître directement quelle est celle des deux faces aXb, ou eXd, qui peut être clivée; mais cette question peut être résolue sur la chaux carbonatée ferrifère, substance qui se clive presque avec la même facilité que la chaux carbonatée pure, et qui paraît

jouir, par rapport aux vibrations sonores, de propriétés en général analogues à celles du cristal de roche. Or, si l'on taille, dans un pareil cristal, deux lames prises, l'une parallèlement à l'une des faces naturelles du rhomboèdre, l'autre suivant un plan incliné sur l'axe du même nombre de degrés que ces faces, et qui soit en outre incliné également sur deux des faces qui forment l'un des angles solides obtus, on reconnaît que la première jouit des mêmes propriétés que le n° 11, tandis que la seconde a une structure analogue à celle du n° 5; d'où l'on doit conclure, par analogie, que la face aXb de la pyramide, fig. 1re, est celle qui est susceptible de clivage. Ceci une fois constaté, il n'est pas même besoin, pour distinguer celles des faces de la pyramide qui sont susceptibles de clivage, de tailler une lame parallèlement à l'une de ces faces; il est clair qu'une lame parallèle à l'axe et normale à deux faces parallèles de l'hexaèdre doit suffire pour atteindre ce but. En effet, soit, fig. 5, *abcdef*, la projection horizontale du prisme représentée figure 1re; d'après ce que nous venons de dire, *rstv* sera la projection du rhomboèdre primitif: soit encore *l'l'* la projection d'une lame parallèle à l'axe et inclinée également sur les deux faces *a* et *f* de l'hexaèdre; d'après ce que nous avons vu plus haut, cette lame affectera le mode de division du n° 3, fig. 2 *bis*, et la ligne *op* sera parallèle au plan *rstu* normal à la lame, c'est-à-dire, à l'un des plans de clivage; ainsi la direction de cette ligne, dans une lame parallèle à l'axe et normale à deux faces de l'hexaèdre, suffit pour faire reconnaître celle des faces de la pyramide qui sont susceptibles de clivage.

Pour compléter tout ce qui a rapport aux transformations des lignes nodales de cette série de lames, il eût été impor-

tant de déterminer avec exactitude le degré d'inclinaison, sur l'axe, du plan situé entre le n° 3 et le n° 4, pour lequel les sommets des deux branches de l'hyperbole nodale sont le plus écartés : mais, ayant été arrêté dans ces recherches par la difficulté de me procurer une suffisante quantité de cristal de roche bien pur et régulièrement cristallisé, j'ai été réduit à déterminer ce *maximum* d'écartement sur une autre substance, et j'ai choisi pour cela la chaux carbonatée ferrifère, substance dont la forme primitive est un rhomboèdre qui ne diffère de celui du cristal de roche que par les angles que font entr'eux les plans qui le terminent. Comme nous l'avons déja remarqué, il y a une assez grande analogie entre les les phénomènes que ces deux substances présentent, par rapport aux vibrations sonores, pour qu'on puisse admettre que ce qui arrive dans l'une arrive aussi dans l'autre : ainsi, soit AE, fig. 6; un rhomboèdre de chaux carbonatée, dont A soit l'un des angles solides obtus; ABCD correspondant à la face clivable de la pyramide du cristal de roche, la diagonale BD sera la ligne autour de laquelle il faudra supposer que toutes les lames sont taillées; et elles se trouveront par conséquent normales à ACEG, représenté à part dans la fig. 7, où les lignes 1, 2, 3..... en sont les projections, et indiquent en même temps les angles qu'elles font avec l'axe AE. D'abord nous remarquerons que les modes de division de la lame n° 1, fig. 7 *bis*, perpendiculaire à l'axe, sont les mêmes que ceux de la lame correspondante de cristal de roche, et que la lame n° 5, perpendiculaire à AC, affecte aussi les mêmes modes de division que la lame perpendiculaire à la face clivable de la pyramide du cristal de roche, ce qui établit une analogie suffisante entre les deux ordres de phé-

nomènes. L'inspection de la fig. 7 *bis* fait donc voir que les branches de l'hyperbole nodale du n° 3, parallèle à AG, par conséquent au plan BDFH, sont plus redressées que celles des lames qui la précèdent ou qui la suivent; et, en admettant que ce *maximum* d'écartement ait également lieu dans le quartz pour le plan diagonal correspondant de son rhomboèdre, comme ce plan forme avec la face clivable de la pyramide un angle de 96° 0′ 13″, la lame dont il s'agit serait inclinée de 57° 40′ 13″ sur l'axe du cristal, la face de la pyramide faisant avec cet axe un angle de 38° 20′; ainsi la projection de cette lame sur le plan *mn*X*op*Y de la fig. 3 serait la ligne AB.

Maintenant que ce *maximum* d'écartement des sommets de l'hyperbole nodale se trouve ainsi déterminé, il est facile de reconnaître une grande analogie entre les phénomènes de la fig. 8, pl. 1re et ceux de la fig. 3 *bis*, pl. 2; car, en supposant entre les nos 3 et 4 plusieurs lames intermédiaires, celle qui serait inclinée de 57° sur l'axe correspondrait au n° 1 de la fig. 8, pl. 1re; le n° 4 dans le cristal correspondrait au n° 3 dans le bois, et enfin le n° 11, où se trouve un second *maximum* d'écartement des sommets de l'hyperbole, dans les lames de cristal, correspondrait au n° 6 dans le bois; de sorte que les mêmes phénomènes, qui n'embrassent, dans un corps à trois axes rectangulaires d'élasticité, qu'un arc de 90°, pour se reproduire ensuite en sens contraire dans le quadrant suivant, embrassent dans le cristal de roche un arc de 96° 0′ 13″, et ne peuvent pas se reproduire entièrement, parce que des phénomènes semblables à ceux que nous venons d'observer pour une série de lames taillées autour de *ab*, fig. 1, pl. 2, se retrouvant, pour les mêmes de-

grés d'inclinaison, dans les deux séries de lames qu'on pourrait tailler autour de *cd* et de *ef*, tout se confond dans le voisinage de la lame perpendiculaire à l'axe XY.

Troisième Série.

Lames taillées autour de la diagonale a c, fig. 1re, *et suivant les divers azimuths du plan b e'* Y *b' e* X, *fig.* 4.

Ces lames présentent des phénomènes beaucoup plus compliqués que ceux des deux séries précédentes. On conçoit en effet que cela doit être ainsi, puisque les lames parallèles à deux faces adjacentes de la pyramide affectent des modes de division très-différents, ce qui suppose que leur état élastique diffère aussi beaucoup : par conséquent les lames perpendiculaires au plan qui passe par deux arêtes opposées de l'hexaèdre devront participer des propriétés de l'une et de l'autre. C'est ainsi que les lames perpendiculaires à deux faces parallèles du prisme, et passant par son axe, affectent une disposition de lignes nodales dans laquelle la direction des plans de clivage, parallèlement à l'une des faces de la pyramide, exerce une influence considérable.

Dans les lames de cette série (fig. 4 *bis*), ni l'un ni l'autre mode de division n'est constant; néanmoins, pour qu'on puisse toujours les distinguer facilement entre eux, j'ai continué à les indiquer, l'un par des lignes pleines, et l'autre par des lignes ponctuées. Et afin de conserver, dans toutes les lames, la projection *xy* de l'axe parallèle à l'axe X Y de la fig. 1re, j'ai supposé ici que le cristal avait été tourné sur lui-même jusqu'à ce que son arête *b e'* fût devenue antérieure. Ce qui se trouve d'ailleurs suffisamment indiqué par la figure

A, qui représente les modes de division de la lame perpendiculaire à l'axe, ainsi que la section même de l'hexaèdre par un plan parallèle à cette lame.

L'inspection des fig. A, B, C, D, E..... montre que le système nodal indiqué par des lignes pleines est formé par deux branches d'hyperbole qui se redressent d'abord, et dont les sommets vont en s'écartant, jusqu'à la lame E, inclinée de 51° sur l'axe, au-delà de laquelle ils se rapprochent jusqu'à se confondre en K, après quoi ils divergent de nouveau jusqu'à la lame N, qui est parallèle à l'axe.

Le système nodal indiqué par les lignes ponctuées suit une autre marche; les sommets des deux courbes qui le composent s'écartent d'abord, mais bientôt ils se rapprochent, et ces courbes se transforment en deux lignes droites dans la lame E, où les courbes de l'autre mode de division atteignent leur *maximum* d'écartement : au-delà de ce terme, elles se séparent, mais dans une direction perpendiculaire à celle de leur rapprochement, et elles atteignent leur *maximum* d'écartement vers la lame H, pour laquelle les deux systèmes des courbes sont presque semblables; ensuite elles se rapprochent, et, comme celles de l'autre système, elles se transforment, en K, en deux lignes droites qui se croisent à angle droit. Enfin, à partir de ce point, elles divergent de nouveau jusqu'à la lame N pour laquelle les deux systèmes redeviennent égaux, en affectant, par rapport à l'axe du cristal, une direction différente de celle qu'ils avaient prise en I et en H. Je ferai remarquer que le cristal de roche m'ayant manqué sur la fin de mes expériences, je n'ai pas pu faire tailler la lame K; mais les transformations des lignes nodales indiquent si clairement qu'il doit y avoir une lame

qui présente ces modes de division, que je n'ai pas hésité à en admettre l'existence.

La marche que suivent les deux sons, dans cette série de lames est beaucoup plus simple que celle des figures nodales: d'abord ceux du système ponctué s'abaissent, à partir de la lame A jusqu'à la lame E inclinée de 51° sur l'axe, et qui donne le son *ut*, comme la lame n° 4, fig. 3 *bis* inclinée du même nombre de degrés sur l'axe; ensuite le son de ce système monte graduellement jusqu'à la lame N parallèle à l'axe où il atteint son *maximum* d'élévation. Quant aux sons de l'autre série de modes de division, on voit qu'ils montent graduellement depuis la lame perpendiculaire à l'axe jusqu'à K, où les systèmes nodaux sont tous deux composés de lignes croisées rectangulairement, et qu'ensuite ils redescendent de nouveau jusqu'à la lame N parallèle à l'axe. Il est clair qu'il n'est pas nécessaire d'examiner les lames telles que A', B', C', D'....., fig. 4, puisqu'elles doivent présenter les mêmes phénomènes que leurs correspondantes A, B, C, D.....: seulement, ce qui était incliné à droite de l'axe dans les lames B, C, D....., se trouverait incliné à gauche dans les lames B', C', D'.....

Il n'est aucun des modes de division de cette série qui ne soit analogue à quelqu'un de ceux qui nous ont été offerts par les corps dans lesquels il y a évidemment trois axes rectangulaires d'élasticité; néanmoins, considérées dans leur ensemble, les transformations que nous venons de décrire offrent des particularités qui n'existent pas dans la quatrième série des lames de bois, fig. 14, pl. 1re. La plus frappante consiste en ce que, dans les transformations de cette dernière série, aucun des systèmes, à l'exception du premier et

du dernier, n'était rectangulaire, tandis que, dans le cristal de roche, ce mode de division peut s'établir.

RÉSUMÉ.

Premièrement. L'élasticité de toutes les diamétrales d'un plan quelconque perpendiculaire à l'axe d'un prisme de cristal de roche, peut être considérée comme étant sensiblement la même.

Deuxièmement. Tous les plans parallèles à l'axe sont loin de posséder le même état élastique; mais si l'on prend trois quelconques de ces plans, en s'astreignant seulement à cette condition, que les angles qu'ils forment entre eux soient égaux, alors leur état élastique est le même.

Troisièmement. Les transformations des lignes nodales d'une série de lames taillées autour de l'une des arêtes de la base du prisme sont tout-à-fait analogues à celles qu'on observe dans une série de lames taillées autour de l'axe intermédiaire dans les corps qui possèdent trois axes inégaux et rectangulaires d'élasticité.

Quatrièmement. Les transformations d'une série de lames perpendiculaires à l'un quelconque des trois plans qui passent par deux arêtes opposées de l'hexaèdre sont, en général, analogues à celles d'une série de lames taillées autour d'une ligne qui partage en deux parties égales l'angle plan compris entre deux des trois axes d'élasticité dans les corps où ces axes sont inégaux et rectangulaires.

Cinquièmement. Au moyen des figures acoustiques d'une lame taillée dans un prisme de cristal de roche, à peu près

parallèlement à l'axe, et non parallèlement à deux faces de l'hexaèdre, on peut toujours distinguer quelles sont celles des faces de la pyramide qui sont susceptibles de clivage. L'on peut encore arriver au même résultat par la disposition des modes de division d'une lame prise à peu près parallèlement à l'une des faces de la pyramide.

Sixièmement. Quelle que soit la direction des lames, l'axe optique ou sa projection sur leur plan y occupe toujours une position qui est liée intimement avec l'arrangement des lignes acoustiques : ainsi, par exemple, dans toutes les lames taillées autour de l'une des arêtes de la base du prisme, l'axe optique ou sa projection correspond constamment à l'une des deux droites qui composent le système nodal formé de deux lignes qui se coupent rectangulairement.

Quoiqu'on découvre sans doute une grande analogie entre les phénomènes que vient de nous offrir le cristal de roche, et ceux que nous avons observés dans les corps où l'élasticité est différente suivant trois directions perpendiculaires entre elles, néanmoins on est forcé de reconnaître que, par rapport au mode d'expérience dont nous faisons usage dans ces recherches, le cristal de roche ne peut pas être mis au nombre des substances à trois axes rectangulaires et inégaux d'élasticité, et encore bien moins au nombre de celles dont toutes les parties sont arrangées symétriquement autour d'une seule ligne droite. En effet, les mêmes phénomènes s'y reproduisent constamment dans trois positions différentes; et il semble que tout s'y rapporte aux diverses directions de clivage, aux faces et aux arêtes du rhomboèdre primitif. Ainsi toutes les lames taillées paral-

lèlement aux faces naturelles de l'hexaèdre jouissent exactement des mêmes propriétés, et ces propriétés sont très-différentes de celles des lames également parallèles à l'axe, mais qui sont normales à deux faces de l'hexaèdre. De même encore, les lames parallèles aux faces clivables de la pyramide font entendre les mêmes sons et produisent les mêmes figures acoustiques; tandis que les lames parallèles aux trois autres faces présentent des figures différentes de celles des lames précédentes. Il semblerait donc résulter, de cette identité de phénomènes pour trois positions distinctes, qu'il y a dans le cristal de roche trois systèmes d'axes ou de lignes principales d'élasticité.

Mais, dans cette manière de voir, quelles seraient pour chaque système les directions mêmes de ces axes? C'est ce que l'on peut, jusqu'à un certain point, déterminer en comparant les phénomènes que nous avons observés dans le cristal de roche, avec ceux que le bois nous a présentés. En effet, toutes les lames taillées autour de l'une des arêtes qui résultent de la rencontre d'une face de la pyramide avec la face adjacente de l'hexaèdre, produisant un système nodal composé de deux lignes qui se coupent rectangulairement, dont l'une correspond toujours à l'arête même dont il s'agit, et les transformations des lignes acoustiques y étant tout-à-fait analogues à celles d'une série de lames taillées autour de l'axe intermédiaire dans le bois, il suit de là que cette arête, qui n'est rien autre chose que la grande diagonale du rhomboèdre primitif, doit être regardée comme l'axe intermédiaire d'élasticité. Ensuite, comme le *maximum* de redressement et d'écartement des branches de l'hyperbole nodale a lieu dans la lame n° 11, fig. 3 *bis*, parallèle à la face

clivable de la pyramide, et qu'en même temps cette lame est une limite pour les sons qu'elle fait entendre, il est également naturel de supposer qu'elle doit encore contenir dans son plan un autre axe d'élasticité, qui ne peut correspondre qu'à la seconde des lignes nodales croisées, c'est-à-dire, à celle qui sert de second axe à l'hyperbole nodale, et qui est en même temps la petite diagonale de la face losange du rhomboèdre primitif. Cette ligne peut donc être considérée comme l'axe de plus grande élasticité de chaque système. Enfin, en suivant la même analogie, comme la lame qui est taillée parallèlement au plan diagonal dont l'intersection avec la face losange du rhomboèdre en forme la grande diagonale, est encore un *maximum* d'écartement pour les sommets de l'hyperbole nodale, il en faut conclure que ce plan contient l'axe de moindre élasticité, et en même temps, que cet axe est perpendiculaire à l'axe intermédiaire, et forme, avec celui de plus grande élasticité un angle de 57° 40′ 13″, puisque telle est l'inclinaison de la face du rhomboèdre sur le plan diagonal. Ainsi, premièrement, l'axe de plus grande élasticité et l'axe intermédiaire sont contenus dans le plan qui forme la face du rhomboèdre, et ils sont perpendiculaires entre eux ; deuxièmement, l'axe intermédiaire et l'axe de moindre élasticité sont contenus dans le plan diagonal, et ils sont également perpendiculaires entre eux.

Telles sont les conséquences auxquelles semble conduire l'analogie qu'on observe entre les transformations successives des lignes nodales dans les lames de bois et de cristal de roche. Cependant l'existence simultanée de trois systèmes d'axes d'élasticité dans ce dernier corps, apporte une complication si grande dans les diverses particularités du phé-

nomène, dans la marche des sons particulièrement, qu'on ne pourra déterminer définitivement l'état élastique de cette substance que par une méthode analogue à celle que j'ai employée plus haut pour le bois, c'est-à-dire, en comparant entre eux les nombres de vibrations d'une série de petites verges de mêmes dimensions, et taillées suivant les diverses directions pour lesquelles les expériences précédentes paraissent indiquer que l'élasticité diffère le plus. Sans rien préjuger sur les résultats auxquels ces nouvelles recherches pourront nous conduire, on peut, dès à présent, prévoir qu'il doit y avoir une grande différence entre le plus grand et le plus petit degré d'élasticité dans le cristal de roche, puisque, parmi les diverses lames de hêtre, substance où ces deux extrêmes sont comme un est à seize, il n'en est aucune dont les sons laissent entre eux un intervalle de plus d'une tierce majeure, tandis que, parmi les lames de cristal, il en est dont les deux sons sont à la quinte l'un de l'autre.

Comme nous l'avons déjà remarqué plus haut, la chaux carbonatée transparente et la chaux carbonatée ferrifère paraissent jouir de propriétés élastiques qui sont, en général, analogues à celles du cristal de roche; on y reconnaît de même trois systèmes de lignes principales d'élasticité, qui paraissent tout-à-fait semblables entre eux; mais l'extrême facilité avec laquelle la chaux carbonatée se laisse cliver, permet d'y découvrir une particularité qu'on ne peut pas apercevoir dans le cristal de roche, et qui pourra montrer à quoi tient que les lames taillées autour de l'une des arêtes de la base de l'hexaèdre, présentent toutes un système nodal composé de deux lignes croisées rectangulairement.

Comme on sait, le rhomboèdre de la chaux carbonatée est

souvent susceptible d'une division mécanique suivant des directions parallèles à ses plans diagonaux ; or, ces plans se coupant perpendiculairement deux à deux, l'intersection de chacun de ces couples avec les faces losanges du cristal, forme la grande et la petite diagonale de chacune d'elles, de sorte que, si l'on imagine un plan qui tourne autour de la grande diagonale, il devra toujours rester normal au joint surnuméraire qui passe par la petite. Il résulte de là que, si l'on taille une série de lames autour de cette même ligne, leur structure, considérée dans le sens de leur plan, sera différente suivant deux directions perpendiculaires entre elles; d'où la production des lignes nodales croisées à angle droit comme pour les lames taillées autour de l'un des axes d'élasticité, dans les corps où ces axes sont rectangulaires. Il semblerait donc qu'on pourrait conclure de cette observation que le cristal de roche possède, comme la chaux carbonatée, des plans surnuméraires de clivage dirigés parallèlement aux plans diagonaux de son rhomboèdre primitif, et que c'est à l'existence de ces joints surnuméraires qu'il faut attribuer les principales particularités de l'état élastique de cette substance.

La seule différence saillante qu'il paraisse y avoir entre la structure de la chaux carbonatée et celle du quartz consiste en ce que, dans la première de ces substances, la petite diagonale du rhomboèdre est l'axe de moindre élasticité, tandis qu'elle est celui de plus grande élasticité dans la seconde. Pour se convaincre de l'exactitude de cette assertion, il suffit de tailler, dans un rhomboèdre de chaux carbonatée, une lame prise parallèlement à l'une de ses faces naturelles, et d'examiner la disposition de ses deux systèmes nodaux, dont

l'un se compose de deux lignes croisées rectangulairement, et qui se placent toujours sur les diagonales du losange, contour primitif de la lame, et dont l'autre est formée de deux branches d'hyperbole auxquelles les lignes précédentes servent d'axe (*voy.* fig. 7 *bis*, n° 6); mais avec cette particularité que c'est la petite diagonale qui devient le premier axe de l'hyperbole, tandis qu'elle en est le second dans la lame correspondante de cristal de roche (*voy.* fig. 3 *bis*, n° 11). Ici on peut se demander jusqu'à quel point cette différence de structure peut influer sur les phénomènes de lumière qui sont propres à chacune de ces deux substances, dont l'une est un cristal à double réfraction attractive, et l'autre à double réfraction répulsive.

Il paraît donc résulter de ce rapprochement entre les phénomènes que présentent la chaux carbonatée et le cristal de roche, par rapport aux vibrations sonores que l'arrangement des figures acoustiques et les nombres de vibrations dont elles s'accompagnent se trouvent toujours liés intimement avec les directions de clivage dans chaque lame; et l'on peut dire, en général, que si ces directions se coupent à angle droit, dans le plan de la lame, l'un des deux modes de division se composera toujours de deux lignes croisées rectangulairement; tandis que si elles sont inclinées l'une sur l'autre, les deux sytèmes nodaux seront des courbes hyperboliques.

La dispositiou des lignes nodales sur les lames circulaires de chaux sulfatée vient encore à l'appui de cette conclusion. En effet, les lames minces de cette substance se rompent suivant deux directions inclinées entre elles de 113° 8′, et l'expérience montre qne les deux modes de division qui

peuvent s'y établir, sont deux courbes hyperboliques à peu près semblables, dont l'une paraît avoir pour asymptotes les directions mêmes de clivage, et dont l'autre a pour axe principal celle de ces directions suivant laquelle les lames ne se brisent pas avec netteté; car il y a, comme on sait, une différence notable dans la manière dont la chaux sulfatée se brise suivant l'une ou l'autre direction. Nous remarquerons, en terminant, que ces modes de division sont justement les mêmes que ceux d'un disque de cristal de roche parallèle à l'axe et perpendiculaire à deux faces de l'hexaèdre, et que la moyenne des axes optiques dans la chaux sulfatée y occupe la même position relativement aux courbes nodales, que la projection de l'axe unique de cristal de roche affecte dans celle des lames de cette substance dont nons venons de parler. (*Voy.* fig. 2 *bis*, n° 3.)

Les recherches qui précèdent sont loin, sans doute, de pouvoir être considérées comme un travail complet sur l'état élastique du cristal de roche et de la chaux carbonatée; néanmoins nous espérons qu'elles suffiront pour montrer que le mode d'expérience dont nous avons fait usage pourra devenir, par la suite, un moyen puissant pour étudier la structure des corps solides cristallisés régulièrement ou même confusément. C'est ainsi, par exemple, que les relations qui existent entre les modes de division et la forme primitive des cristaux permettent de présumer qu'on pourra, par les vibrations sonores, déterminer la forme primitive de certaines substances qui ne se prêtent nullement à une simple division mécanique. Il est également naturel de

penser que des notions moins imparfaites que celles qu'on possède sur l'état élastique et de cohésion des cristaux, pourront jeter du jour sur beaucoup de particularités de la cristallisation : par exemple, il ne serait pas impossible que les degrés de l'élasticité d'une substance déterminée ne fussent pas exactement les mêmes, pour une même direction rapportée à la forme primitive, lorsque d'ailleurs la forme secondaire est différente; et, s'il en était ainsi, comme quelques faits m'induisent à le soupçonner, la détermination de l'état élastique des cristaux conduirait à l'explicatiou des phénomènes les plus compliqués de la structure de ces corps. Enfin, il semble que la comparaison des résultats fournis, d'une part, par le moyen de la lumière, touchant la constitution des corps, et de l'autre, par le moyen des vibrations sonores, doit nécessairement concourir aux progrès de la science de la lumière elle-même, ainsi qu'à ceux de l'acoustique.

EXPÉRIENCES

SUR

LES CANAUX SEMI-CIRCULAIRES DE L'OREILLE,

DANS LES OISEAUX.

PAR M. FLOURENS.

(Lues à l'Académie royale des Sciences, le 11 août 1828.)

§ I.

1. La disposition des canaux semi-circulaires de l'oreille dans les oiseaux, nommément dans les pigeons, a été très-bien indiquée par M. Cuvier (1). Ces canaux sont au nombre de trois : deux verticaux, et un horizontal; et ce sont eux qui forment, avec le vestibule et le limaçon, ce qu'on a nommé *l'oreille interne* ou le labyrinthe.

2. Dans les pigeons, le plus grand de ces trois canaux est le supérieur; il est vertical et obliquement dirigé d'arrière en avant. Le moyen est horizontal; l'inférieur est vertical, il est dirigé d'avant en arrière, et il croise l'horizontal.

3. Or, quand on coupe, sur un pigeon, le canal horizontal

(1) Leçons d'Anatomie Comparée, tome II, p. 465.

des deux côtés, il survient, sur le champ, un mouvement brusque et impétueux de la tête de droite à gauche et de gauche à droite.

Quand on coupe un canal vertical, il survient, sur le champ, un mouvement brusque et impétueux de la tête de bas en haut et de haut en bas.

Et quand on coupe, tout à la fois, le canal horizontal et un canal vertical, il survient, sur le champ, un mouvement brusque et impétueux de la tête tantôt de droite à gauche et de gauche à droite, et tantôt de bas en haut et de haut en bas.

4. J'ai déjà fait connaître, en 1824, les principaux effets de la section du canal horizontal (1); j'ai constaté depuis les effets de la section des canaux verticaux: les expériences que l'on va lire ont eu pour objet de suivre ces deux ordres d'effets dans tout leur détail.

§ II.

1. Je coupai le canal horizontal du côté gauche, sur un pigeon: il parut, sur le champ, un léger mouvement de la tête de droite à gauche et de gauche à droite. Ce mouvement dura peu: l'animal reprit son allure habituelle ; il avait tous ses sens, toute son intelligence, tout l'équilibre de ses mouvements.

Je remarque qu'au moment de la section, l'animal témoigna éprouver une vive douleur: il le témoigna de même, à chaque section, dans chacune des expériences qui suivent.

---

(1) Expériences sur le système nerveux, p. 44 et suiv. (Paris 1825.)

Fig. 8.

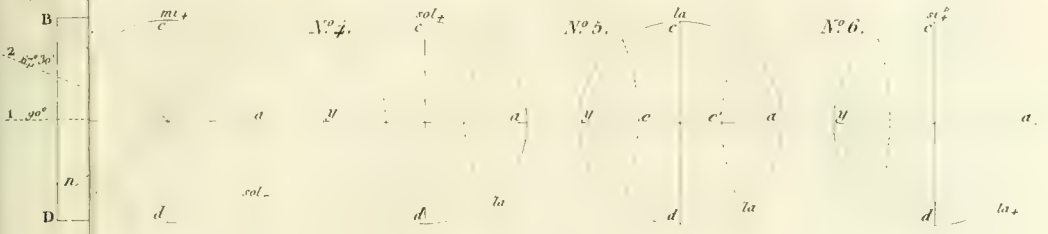


Fig. 10.

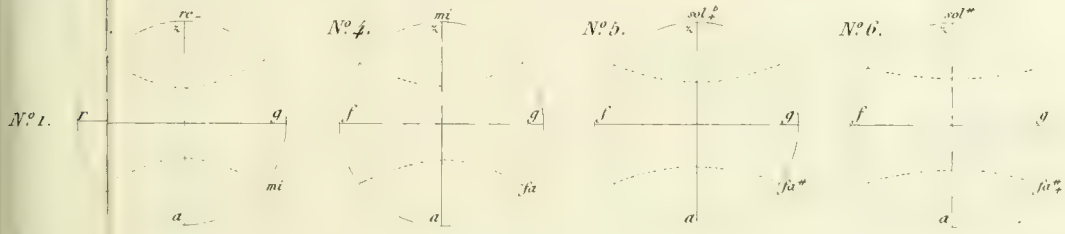
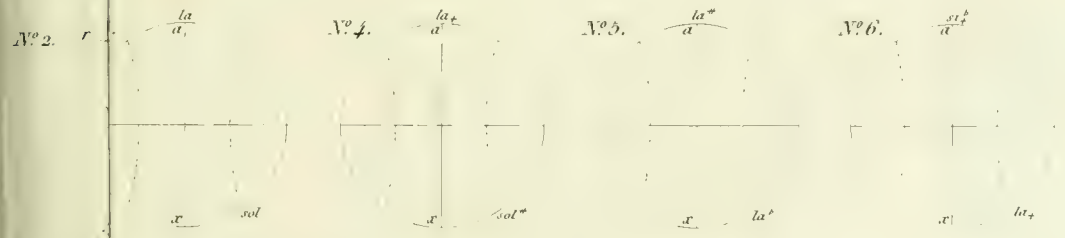


Fig. 12.



N.º 3.

Fig. 14.

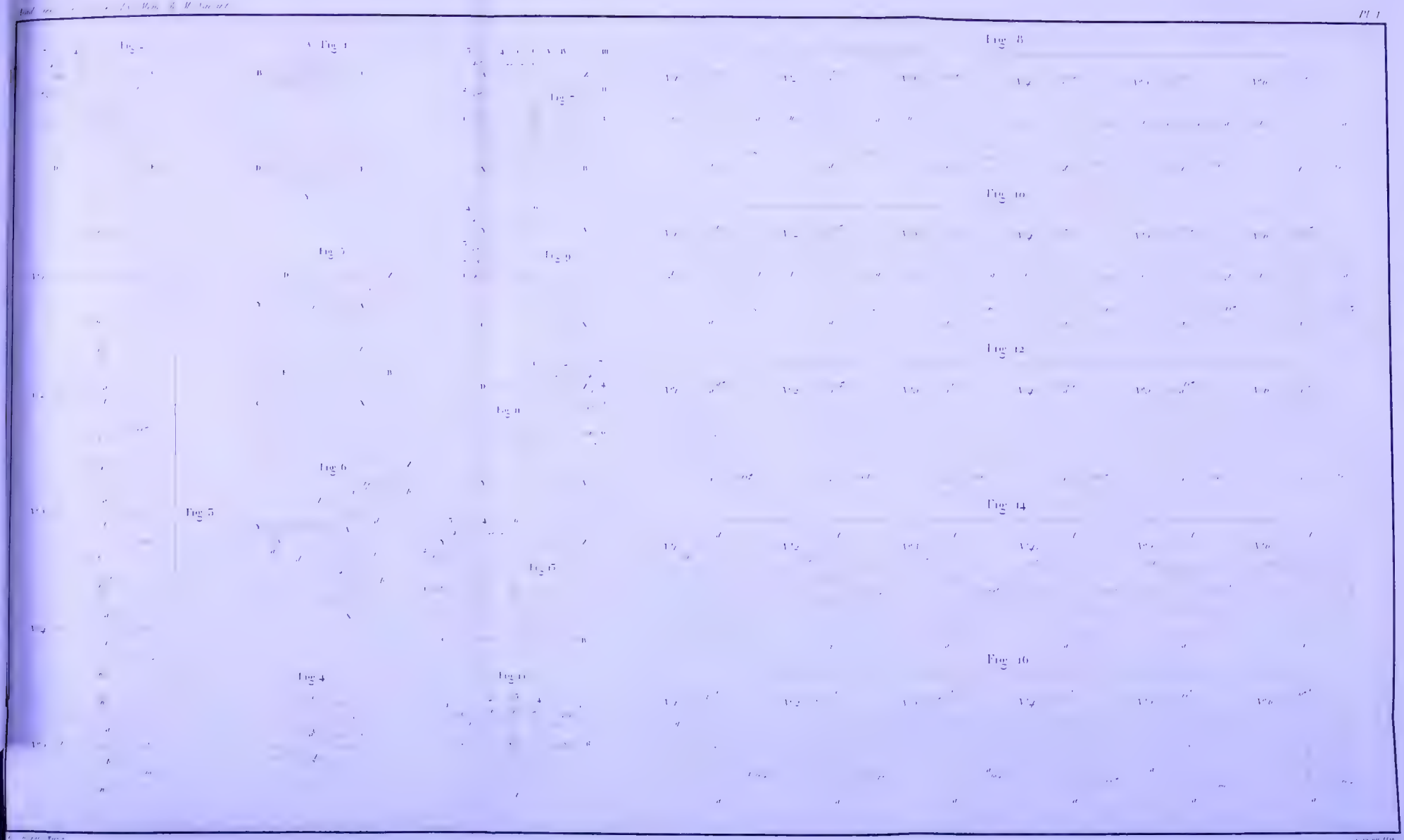
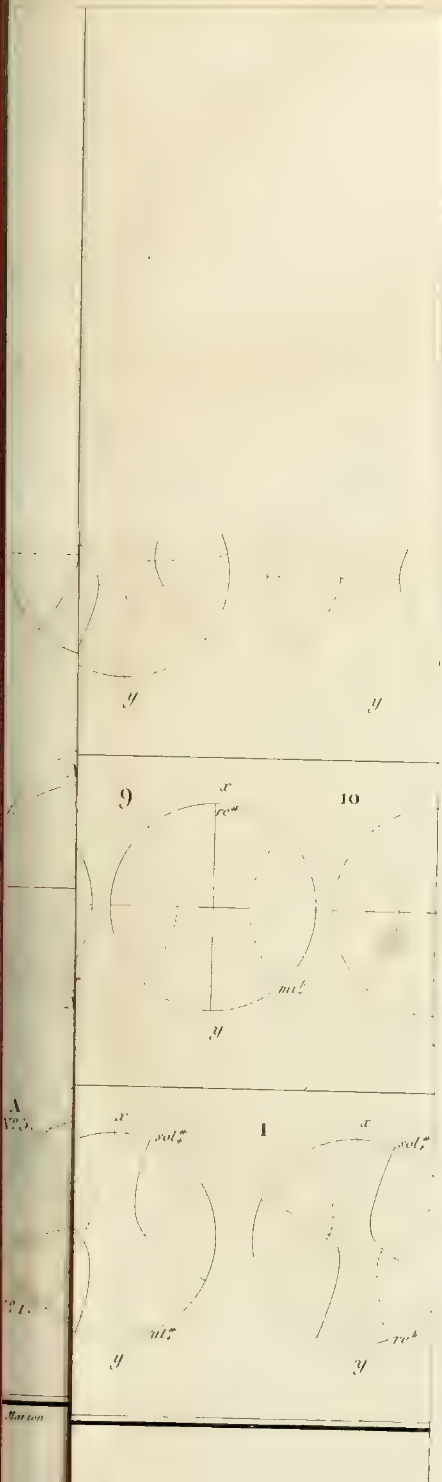


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16


9
10
1
x
y
sol
ut
re

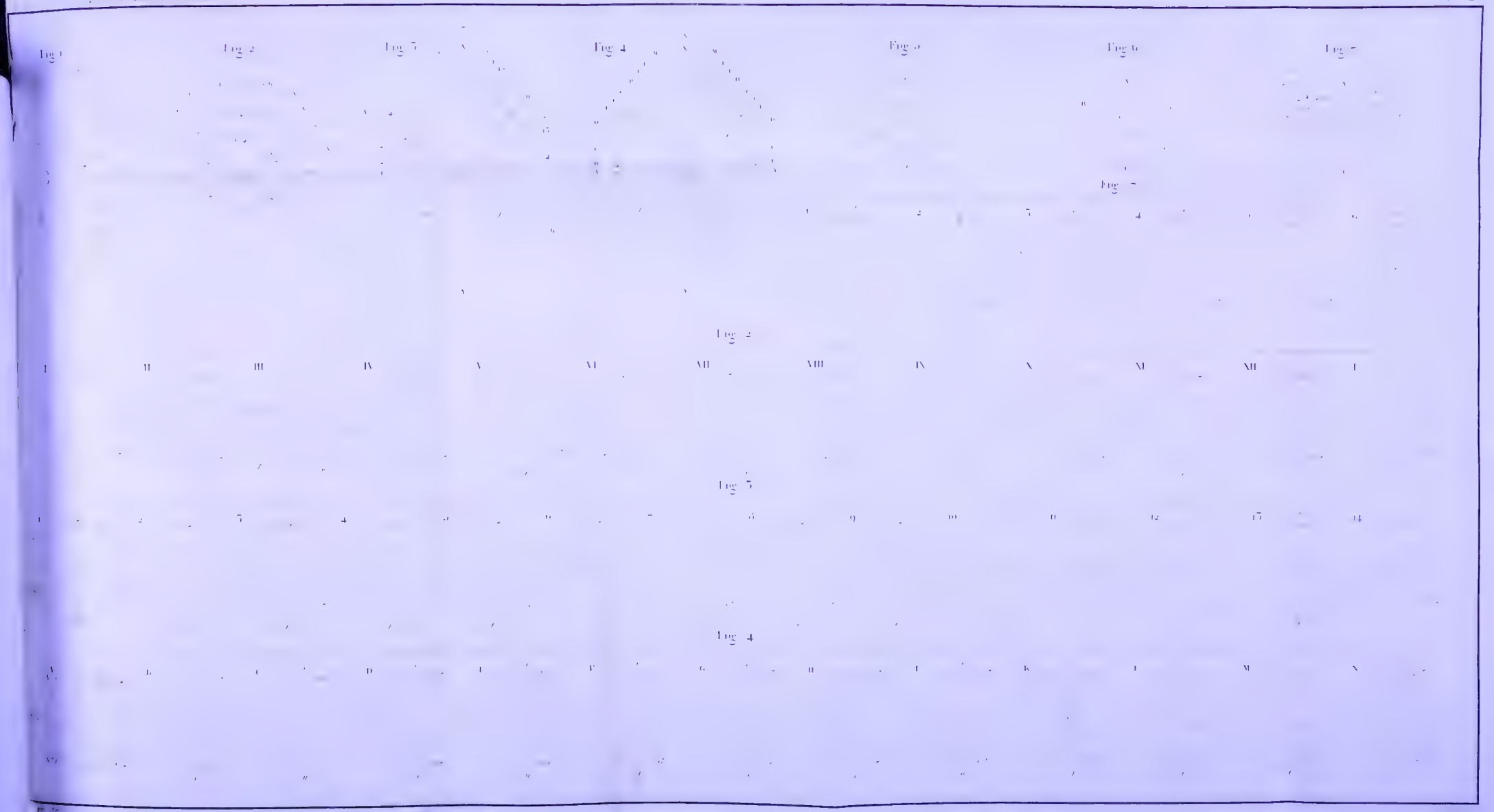


Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig 9
Fig 10

2. Je coupai le canal horizontal de l'autre côté : le mouvement horizontal de la tête reparut soudain, mais avec une rapidité, une impétuosité telles que l'animal, perdant tout équilibre, tombait et roulait long-temps sur lui-même sans pouvoir réussir à se relever.

Ce violent mouvement de la tête, de droite à gauche et de gauche à droite, ne durait pas toujours. Quand l'animal était en repos, la tête y était aussi; mais dès que l'animal se mouvait, le mouvement de la tête recommençait; et ce mouvement devenait toujours d'autant plus fort que l'animal cherchait à se mouvoir plus vite.

Ainsi, dans la simple station, l'animal conservait son équilibre; il le perdait, dès qu'il voulait marcher; il le perdait encore plus, s'il voulait marcher vite; il le perdait tout-à-fait, s'il voulait courir ou voler.

La simple station était donc encore possible; la marche l'était déjà moins; la course et le vol étaient tout-à-fait impossibles.

Aux moments de la plus grande violence du mouvement de la tête, tous les mouvements de l'animal étaient confus et désordonnés.

Le globe de l'œil et les paupières étaient dans une agitation extrême et presque perpétuelle.

L'animal craignait évidemment le mouvement; aussi, abandonné à lui seul, ne bougeait-il presque pas de place. Très-souvent il se bornait à tourner sur lui-même, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre.

Du reste, il voyait très-bien; il entendait encore; il conservait tous ses instincts, toute son intelligence; il buvait et mangeait de lui-même, quoique avec la plus grande peine.

Je l'ai étudié près d'une année dans cet état; la plaie de la tête s'était entièrement cicatrisée; il était devenu fort gras : mais tous les phénomènes de mouvement horizontal de la tête, de rotation sur lui-même, de trouble et de perte de l'équilibre; tous ces phénomènes, ou plutôt la réapparition de tous ces phénomènes au moindre mouvement un peu rapide de l'animal; tout cela a constamment subsisté.

3. Je coupai le canal vertical inférieur (celui qui croise l'horizontal) du côté gauche, sur un pigeon; il parut aussitôt un léger mais rapide mouvement de la tête de bas en haut et de haut en bas : ce mouvement ne dura qu'un instant.

L'animal, abandonné à lui-même, se tenait d'aplomb; il marchait et volait régulièrement; il éprouvait seulement, de temps en temps, une espèce de secousse ou de mouvement brusque et subit de la tête d'avant en arrière; mouvement qui troublait un moment son équilibre, et allait quelquefois jusqu'à le renverser presque sur le dos : au bout de quelques instants, ce mouvement lui-même se dissipa, ou ne reparut plus que de loin en loin.

4. Je coupai le canal vertical inférieur de l'autre côté : le mouvement vertical de la tête reparut soudain, et avec une violence et une impétuosité tout-à-fait pareilles à celles du mouvement horizontal qui suit la section du canal horizontal des deux côtés.

Le mouvement de bas en haut et de haut en bas durait presque continuellement : quelquefois la tête se penchait un peu d'un ou d'autre côté, comme pour faire un demi-tour; mais la direction dominante du mouvement était toujours de bas en haut et de haut en bas.

Dans la simple station, l'équilibre subsistait : pour mieux le conserver, l'animal appuyait sa tête par terre ; et c'était presque toujours le sommet de sa tête renversée qu'il appuyait.

Le mouvement de la tête devenait constamment plus vif par tous les autres mouvements du corps : à son tour, il troublait et désordonnait ceux-ci au point que tout mouvement régulier finissait bientôt par être entièrement impossible.

L'animal ne pouvait plus, comme le précédent, ni courir ni voler. Si on le jetait en l'air, après quelques mouvements incohérents de ses pattes et de ses ailes, tout son corps se roidissait, et il tombait comme une masse inerte.

Le globe de l'œil et les paupières éprouvaient la même agitation convulsive que dans le cas précédent.

Ce qui est très-remarquable, c'est que l'animal ne tournait jamais sur lui-même, au contraire du pigeon aux deux canaux horizontaux coupés; mais il se renversait souvent, malgré lui, sur le dos, en tombant sur sa queue, et quelquefois il roulait long-temps dans ce sens.

J'ai conservé cet animal durant près d'une année : il buvait et mangeait de lui-même, quoiqu'il eût une peine infinie à gouverner un moment sa tête pour saisir le boire et le manger : il n'a jamais pu voler ; dès qu'il voulait marcher un peu vîte, il tombait et roulait sur le dos ; presque toujours, il restait à la même place, le sommet de la *tête renversée* appuyé par terre ou contre les barreaux de sa cage : en un mot, le mouvement vertical de la tête, et les effets de ce mouvement sur tous les autres mouvements du corps ; tout cela a toujours subsisté, et toujours avec une intensité à peu-près égale.

5. Les deux canaux verticaux inférieurs avaient été coupés, sur le pigeon précédent, au-dessous du point où chacun d'eux croise le canal horizontal de son côté : je les coupai, sur un autre pigeon, au-dessus de ce croisement ; le résultat fut à peu près le même.

6. Je les coupai enfin, sur un autre pigeon, et au-dessus et au-dessous de ce croisement ; et le résultat fut encore le même, à cette différence près pourtant que le mouvement de la tête fut beaucoup plus violent après cette double section qu'il ne l'avait été dans tous les cas précédents où la section était simple.

7. Je coupai le grand canal vertical, ou le canal vertical supérieur, du côté gauche, sur un pigeon ; il y eut aussitôt un léger, mais rapide mouvement de la tête de haut en bas et de bas en haut : ce mouvement fut de courte durée, mais bientôt après il se reproduisit.

L'animal, abandonné à lui-même, marchait et se tenait debout avec équilibre ; il éprouvait seulement, de temps en temps, un mouvement comme de culbute en avant : on a vu que, dans le pigeon précédent, le mouvement était, au contraire, comme de culbute en arrière.

8. Je coupai le canal vertical supérieur de l'autre côté : sur-le-champ, mouvement brusque et violent de la tête de haut en bas et de bas en haut : ce mouvement entraîne, comme dans les précédentes expériences, le trouble et le désordre de l'équilibre ; il cesse de même par moments quand l'animal est en repos ; il recommence de même quand l'animal se meut ; enfin, il s'accroît toujours d'autant plus que l'animal cherche à se mouvoir plus vite ; et il s'accompagne toujours et de la rotation du globe de l'œil et de l'agitation convulsive des paupières.

L'animal ne tourne point sur les côtés, comme le pigeon aux deux canaux horizontaux coupés; il ne se renverse point sur le dos en tombant sur sa queue, comme le pigeon aux deux canaux verticaux inférieurs coupés; il tombe, au contraire, sur la tête, et fait ainsi la culbute en avant, à l'inverse du précédent qui la faisait en arrière.

J'ai conservé ce pigeon, dans cet état, près d'une année entière.

9. Je coupai, sur un autre pigeon, les deux canaux horizontal et vertical inférieur des deux côtés, au point de leur jonction ou de leur croisement : il survint, sur-le-champ, un mouvement brusque et violent de la tête, mêlé de la direction horizontale et de la verticale, mais où l'horizontale dominait pourtant : aussi l'animal tournait-il parfois sur lui-même.

10. Enfin, sur un autre pigeon, je coupai tous les canaux, verticaux et horizontaux des deux côtés; et il survint aussitôt un mouvement fougueux et désordonné de la tête dans tous les sens, de haut en bas, de bas en haut, de droite à gauche, de gauche à droite.

Ce mouvement était d'une violence inouïe; il troublait et désordonnait l'équilibre de tout l'animal qui n'obtenait plus quelques moments de repos qu'en appuyant sa tête par terre.

11. J'ai répété toutes ces expériences sur plusieurs autres pigeons : les résultats ont toujours été les mêmes, à quelque légère différence près dans le degré de violence des phénomènes; c'est pourquoi je me borne à rapporter le détail de celles qui précèdent.

§ III.

1. Jusqu'ici je m'étais borné à opérer, tout d'un coup, la section des canaux semi-circulaires. J'essayai de faire l'expérience d'une autre façon.

2. Sur un pigeon, après avoir mis le canal horizontal des deux côtés à nu, j'ouvris le canal osseux des deux côtés, sans toucher aux parties internes de ce canal. Il ne survint aucun effet sensible.

Je piquai alors, avec une aiguille, les parties contenues dans ce canal; l'animal témoigna aussitôt une vive douleur, et le mouvement horizontal de la tête parut; mais il était plus faible que dans le cas de la section complète du canal.

3. Je mis, sur un autre pigeon, le canal vertical inférieur des deux côtés à nu; j'ouvris ensuite le canal osseux des deux côtés; l'animal n'éprouva aucun effet.

Je piquai les parties contenues dans le canal osseux : l'animal témoigna qu'il souffrait, et le mouvement vertical de la tête parut aussitôt; mais plus faible que dans le cas de la section complète du canal.

4. J'ai répété ces expériences sur plusieurs autres pigeons: j'ai toujours vu qu'on peut détruire impunément le canal osseux, même sur divers points. Au contraire, dès qu'on pique les parties contenues dans ce canal, l'animal donne des marques d'une vive sensibilité, et la tête commence à s'agiter.

De plus, si, quand après avoir piqué ces parties et avoir conséquemment produit, par cette piqûre, une certaine douleur et une certaine agitation de la tête, on attend que cette douleur et cette agitation se soient calmées, et qu'on

renouvelle alors la piqûre, la douleur et l'agitation de la tête renaissent.

5. C'est donc dans les parties des canaux semi-circulaires contenues dans les canaux osseux, parties qui, comme l'ont montré les recherches de Comparetti, de Scarpa, de M. Cuvier, constituent les véritables canaux semi-circulaires, et dans l'expansion du nerf acoustique qui se déploie sur elles, que se trouve le véritable siége des singuliers phénomènes que nous venons de voir.

§ IV.

1. En résumant tout ce qui précède, on voit 1° que la section du canal horizontal des deux côtés est constamment suivie d'un violent mouvement horizontal de la tête; que la section d'un canal vertical, soit supérieur, soit inférieur des deux côtés, est suivie d'un violent mouvement vertical de la tête; et que la section des canaux horizontaux et verticaux tout à la fois est suivie d'un mouvement horizontal et d'un mouvement vertical tout ensemble; 2° que la section du canal d'un seul coté, quelque soit le canal coupé, vertical ou horizontal, est toujours suivie d'un effet infiniment moindre que celle du même canal des deux côtés; 3° que l'effet de la section (1) des canaux semi-circulaires n'empêche pas l'ani-

(1) Du moins de la simple section : car la destruction ou le broiement, plus ou moins profonds, des canaux semi-circulaires entraînent un tel désordre et une telle violence dans les mouvements que l'animal s'épuise en vains efforts, ne peut plus boire ni manger, et finit au bout de quelque temps par succomber. Ainsi, la violence des effets est toujours subordonnée au degré de la lésion. Dans le cas d'une simple piqûre, le mouvement de la

mal de vivre, mais que cet effet subsiste tant que l'animal vit; et 4° enfin, que c'est dans les canaux membraneux enveloppés par les canaux osseux, c'est-à-dire dans les véritables canaux semi-circulaires et dans leur expansion nerveuse, que réside le principe de cet effet.

2. Il est surprenant sans doute de voir des parties d'une contexture aussi délicate et d'un aussi petit volume que les canaux semi-circulaires, exercer une action si puissante sur l'économie; il ne l'est pas moins de voir des parties qui, par leur position même dans l'oreille, semblaient ne devoir jouer qu'un rôle spécial et borné à l'audition, avoir une influence si marquée sur les mouvements; il ne l'est pas moins enfin de voir chacune de ces parties déterminer un ordre ou une direction de mouvements si parfaitement conformes à sa propre direction.

Ainsi, les canaux horizontaux déterminent un mouvement horizontal; les canaux verticaux, un mouvement vertical. De plus, l'un des deux canaux verticaux, l'inférieur, est dirigé d'avant en arrière; il détermine un mouvement d'avant en arrière, ou de culbute en arrière : l'autre canal vertical, le supérieur, a une direction d'arrière en avant; il détermine un mouvement d'arrière en avant, ou de culbute en avant.

3. D'un autre côté, bien que les phénomènes qu'amène la section des canaux semi-circulaires aient une analogie très-marquée avec les phénomènes du cervelet, ces deux ordres de phénomènes n'en sont pas moins distincts.

---

tête est léger; il est beaucoup plus fort dans le cas d'une section; il est plus fort encore dans le cas d'une section double : il est au plus haut degré de violence enfin dans le cas de broiement ou de destruction complète.

4. Dans plus de vingt expériences sur ces canaux, je me suis constamment convaincu de l'intégrité complète et absolue du cervelet.

Il est évident, d'ailleurs, que si le branlement de la tête n'était pas un phénomène propre aux canaux semi-circulaires, la direction de ce branlement ne varierait point comme varie la direction de ces canaux.

Enfin, la lésion du cervelet n'est suivie, dans aucun cas, d'un pareil branlement de la tête, soit vertical, soit horizontal, quoique, comme je l'ai précédemment montré (1), la tête éprouve par cette lésion, ainsi que toutes les autres parties du corps, les mouvements les plus confus et les plus désordonnés.

5. Le branlement impétueux de la tête qui vient d'être décrit est donc un phénomène propre et exclusif aux canaux semi-circulaires. En outre, ce phénomène est d'autant plus important à considérer qu'il n'est pas rare de le voir constituer un symptôme plus ou moins dominant dans plusieurs cas de maladies, soit de l'homme, soit des animaux; et c'est sans doute un progrès de diagnostic, qui ne sera pas perdu pour la thérapeutique, que d'avoir enfin fixé le siége d'un aussi singulier symptôme.

6. On a besoin, quand on se livre aux recherches si pénibles de l'expérimentation en physiologie, d'être soutenu par l'idée que les souffrances auxquelles nous sommes quelquefois obligés de soumettre les animaux sont le seul moyen de parvenir à éclairer le traitement des souffrances de nos

(1) Recherches expérimentales sur les propriétés et les fonctions du système nerveux, Paris, 1824).

semblables, et que chaque douleur éprouvée par un animal peut être une douleur épargnée à l'homme.

7. J'ai répété les expériences qui précèdent, sur des poules, sur des moineaux, sur des verdiers, sur des bruants, sur des chardonnerets, sur des linottes, sur des mésanges, etc.; le résultat a toujours été le même, du moins quant au fond et à toutes les circonstances essentielles du phénomène (1). Le phénomène qui suit la section des canaux semi-circulaire est donc un phénomène constant et général dans la classe des oiseaux.

8. Il me reste à indiquer les effets de la section de ces canaux dans les autres classes : ce sera là l'objet d'un second Mémoire.

---

(1) Ainsi, par exemle, on a vu qu'après la section des canaux horizontaux, le pigeon *tourne presque toujours sur lui-même;* qu'après celle des canaux verticaux inférieurs il fait souvent plusieurs *culbutes en arrière les unes à la suite des autres*, et qu'après celle des canaux verticaux supérieurs il en fait souvent plusieurs *en avant*. Tous ces mouvements ont lieu dans le vol comme dans la marche; mais dans les petits oiseaux (mésanges, bruants, verdiers, etc.) qui volent beaucoup plus qu'ils ne marchent, c'est presque toujours dans le vol qu'ils ont lieu, ce qui ajoute un nouveau degré de rapidité et par-là même de singularité aux phénomènes. Du reste, même mouvement horizontal de la tête après la section des canaux horizontaux : même mouvement vertical après la section des canaux verticaux: même cessation de ces mouvements durant le repos : même reproduction des mouvements de la tête par tous les autres mouvements du corps, et même trouble de tous ces mouvements (vol, marche, course, etc.) par le mouvement de la tête.

EXPÉRIENCES

SUR

LES CANAUX SEMI-CIRCULAIRES DE L'OREILLE,

DANS LES MAMMIFÈRES.

PAR M. FLOURENS.

Lues à l'Académie royale des Sciences, le 13 octobre 1828.

§ I.

1. J'ai fait connaître, dans le précédent Mémoire, les effets singuliers qui suivent la section des canaux semi-circulaires de l'oreille, dans les oiseaux. Il importait de voir jusqu'à quel point ces effets se reproduisent ou se modifient dans les autres classes, et surtout dans les mammifères.

2. Mais, dans les mammifères, les canaux semi-circulaires sont tellement enveloppés par la substance dure et compacte du rocher que, pour parvenir jusqu'à eux, il faut absolument commencer par les débarrasser et les dégager de cette substance.

3. Or, c'est là une première opération qui, sur l'animal vivant, ne peut se faire sans une grande difficulté; difficulté qui serait insurmontable peut-être s'il n'y avait quelques espèces où le rocher se trouve beaucoup moins épais et

moins dense qu'il ne l'est généralement, et si on ne pouvait en outre, même dans ces espèces, remonter à un âge où il n'ait pas encore acquis toute la dureté et toute la consistance qu'il doit avoir plus tard.

4. Sous ces deux rapports d'âge et d'espèce, de jeunes lapins m'ont paru les animaux les plus propres à mes nouvelles expériences : d'abord, dans les lapins comme dans tous les rongeurs, le rocher demeure à tout âge beaucoup moins épais et moins dense que dans la plupart des autres familles des mammifères; et, en second lieu, les lapins, comme tous les rongeurs, commencent déja à marcher, à courir, à sauter, à se tenir d'aplomb, à se mouvoir enfin avec une certaine énergie, à un âge encore fort jeune, et conséquemment avant que l'ossification du rocher soit complète. Il y a donc ainsi, dans ces animaux, un moment où l'ossification du rocher n'est pas trop avancée, et où les mouvements sont pourtant assez énergiques; et c'est ce moment qu'il faut choisir pour l'expérience.

5. Dans les animaux carnassiers, au contraire, dans le chat, dans le chien, par exemple; d'une part, la locomotion se développe trop tard; d'autre part, l'ossification du rocher avance trop vite : d'où il suit que, quand le rocher serait assez tendre pour se prêter à l'expérience, les mouvements de l'animal sont trop faibles, et que, quand les mouvements seraient assez forts, le rocher n'est plus assez tendre.

6. Pour les lapins, l'âge que j'ai trouvé le plus favorable à l'expérience est celui d'un mois et demi à deux mois à peu près; c'est sur des lapins d'environ cet âge que les expériences qui suivent ont été faites.

§ II.

1. Sur un lapin âgé d'à peu près deux mois, je commençai par dégager et mettre à nu le canal horizontal des deux côtés; après quoi je coupai le canal horizontal du côté gauche.

Sur-le-champ, l'animal fut pris d'un mouvement de la tête de gauche à droite et de droite à gauche; ce mouvement, comme dans les pigeons précédemment opérés, cessait pendant le repos; il recommençait dès que l'animal se mouvait; il devenait toujours d'autant plus fort que l'animal cherchait à se mouvoir plus vite; il n'avait peut-être pas autant de rapidité que dans les pigeons, mais il eut plus de constance. On se souvient que, dans les pigeons, le mouvement de la tête qui suit la section du canal horizontal d'un seul côté ne dure qu'un instant : dans ce lapin, au contraire, plusieurs heures après l'opération, ce mouvement, quoique affaibli, persistait encore.

Je remarque en outre qu'au moment de la section du canal, l'animal donna des signes de douleur; remarque qui s'applique à toutes les expériences qui suivent.

Le mouvement de la tête s'accompagnait toujours d'une agitation très-vive des yeux et des paupières; mais dès que la tête était en repos, les yeux et les paupières y étaient aussi.

Dans l'état de repos, la tête était presque toujours portée du côté gauche, rarement dans sa position naturelle, jamais à droite. Enfin, l'animal tournait souvent sur lui-même, et toujours du côté gauche.

2. Je coupai le canal horizontal de l'autre côté : aussitôt

le mouvement horizontal devint plus violent; il l'était même parfois au point qu'il emportait de droite à gauche et de gauche à droite, non-seulement la tête, mais les jambes de devant et avec elles tout le train antérieur de l'animal.

Ce mouvement troublait et désordonnait tous les autres mouvements, surtout tous les mouvements rapides; aussi, quand l'animal voulait courir, il tombait et roulait à terre.

Dans l'état de repos, le mouvement de la tête cessait; mais dès que l'animal, ou seulement la tête de l'animal se mouvait, il recommençait et toujours avec d'autant plus de force que le mouvement à propos duquel il recommençait était plus rapide.

Constamment les oscillations horizontales de la tête, après avoir acquis tout d'un coup, à l'occasion d'une excitation quelconque, une certaine étendue et une certaine rapidité, diminuaient peu-à-peu ensuite de rapidité comme d'étendue, puis ne constituaient plus qu'un léger tremblement, et puis finissaient par disparaître.

Le globe des yeux et des paupières, comme dans le cas précédent du seul canal du côté gauche coupé, étaient dans une agitation perpétuelle tant que la tête se mouvait; cette agitation était d'autant plus vive que la tête se mouvait plus vite; et quand la tête cessait de se mouvoir, l'agitation des yeux et des paupières cessait aussi.

Mais ce qui est à remarquer, c'est que la tête qui, après la section du seul canal du côté gauche, était presque toujours tournée à gauche, avait, depuis la section du second canal, repris sa position naturelle sur la ligne médiane; et que l'animal qui, dans le premier cas, tournait toujours du côté gauche, tournait maintenant tantôt d'un côté et tantôt de l'autre.

J'ai conservé ce lapin; il mangeait de lui-même, et, tout faible qu'il était encore à cause de son jeune âge, il a néanmoins survécu durant plus d'un mois. Le branlement de la tête et la rotation de l'animal sur lui-même, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, ont toujours subsisté; mais le branlement de la tête était devenu moins vif, et par suite, tous les autres mouvements de l'animal moins troublés et moins désordonnés.

3. Sur un lapin du même âge que le précédent, et après avoir débarrassé de même les canaux horizontaux de la substance du rocher qui les enveloppe, je coupai d'abord le canal horizontal du côté droit.

Le mouvement de la tête, et tous les effets de ce mouvement sur les autres mouvements du corps, reparurent à l'instant, comme dans le précédent lapin, mais avec cette différence que cette fois-ci la tête était presque toujours tournée à droite, et que c'était toujours aussi du côté droit que l'animal tournait.

4. Je coupai le canal horizontal du côté gauche: aussitôt la tête reprit sa position sur la ligne médiane, et l'animal tourna tantôt d'un côté, tantôt de l'autre.

5. Les deux canaux verticaux postérieurs ayant été mis à nu sur un troisième lapin, je coupai le canal du côté gauche.

Ces canaux répondent aux canaux inférieurs ou externes des oiseaux; mais ils ne croisent plus, dans les mammifères, les canaux horizontaux.

A peine la section fut-elle opérée qu'il survint un mouvement de la tête de bas en haut et de haut en bas. Ce mouvement cesse dans le repos; il se renouvelle par le

moindre mouvement, et il s'accroît toujours d'autant plus que les autres mouvements sont plus rapides.

Dans leur plus grande violence, les oscillations de la tête sont trés-étendues; ces oscillations s'affaiblissent ensuite peu-à-peu: un moment avant de cesser, il n'y a plus qu'un léger tremblement qui représente tout-à-fait le tremblement de le tête qui s'observe dans certains vieillards.

Quelquefois la tête, dans son mouvement de bas en haut et de haut en bas, fait comme un demi-tour à droite ou à gauche: très-souvent aussi le mouvement de bas en haut emporte en arrière tout le corps de l'animal, et le fait tomber presqu'à la renverse.

Ce commencement de culbute en arrière, joint au mouvement de la tête et qui n'en est qu'un degré plus fort, tronble la station, la marche et surtout la course.

Les yeux et les paupières sont dans une agitation qui dure tant que le mouvement de la tête dure; et qui, comme dans les cas précédents, cesse dès que ce mouvement cesse.

De plus, ce mouvement de la tête, mouvement qui s'évanouit presque aussitôt dans les pigeons, dans le cas d'un seul canal coupé, persistait encore dans ce lapin, plusieurs heures après l'opération.

6. Je coupai le canal vertical postérieur du côté droit: aussitôt le mouvement vertical de la tête devint plus violent; les mouvements de culbute en arrière plus fréquents et plus forts, et par suite tous les autres mouvements de l'animal, la marche, la course, le saut, plus troublés et plus désordonnés.

Enfin, et comme à l'ordinaire, le mouvement de la tête

cesse dans le repos, et renaît par le mouvement: il en est de même pour la rotation du globe des yeux; elle renaît avec le mouvement de la tête et disparaît avec lui.

Ce lapin, quoique très-jeune encore et conséquemment très-faible, surtout pour une pareille expérience, a pourtant survécu durant sept à huit jours. Il mangeait de lui-même; et, tant qu'il a vécu, le mouvement de la tête a subsisté.

7. Il restait à tenter enfin la section du troisième et dernier canal, ou du canal vertical antérieur (c'est le supérieur ou interne des oiseaux). Mais dans les lapins, animaux qui jusqu'ici s'étaient si bien prêtés à mes expériences, le cervelet offre, sur le côté de chaque hémisphère, un petit lobe qui passe sous ce canal. Le point par lequel ce petit lobe adhère à l'hémisphère se retrécit en un pédicule pour se laisser ceindre par le canal, lequel embrasse ce pédicule comme dans un anneau : sorti de cet anneau, le lobule du cervelet s'épanouit et se développe, ensorte que le canal se trouve ainsi comme caché dans un profond sillon entre l'hémisphère, d'une part, et l'épanouissement du lobule, de l'autre. Il m'a été tout-à-fait impossible, quelques précautions que j'aie prises, de couper ce canal sans blesser plus ou moins ce lobule (1), et sans compliquer plus ou moins, dès lors, les effets propres de l'une de ces parties des effets de l'autre (2).

---

(1) Ou le point de l'hémisphère du cervelet auquel ce lobule adhère.

(2) Le lobule latéral du cervelet se retrouve dans tous les rongeurs, le rat, la souris, le lérot, etc.; il est à peine marqué dans les carnassiers, le chat, le chien, etc. Il se retrouve aussi dans les oiseaux; il est même assez développé dans l'oie, dans le canard, par exemple; il l'est moins dans le

8. Heureusement qu'au fond ce qui importait, c'était de voir si le phénomène singulier qui suit la section des canaux semi-circulaires dans les oiseaux, se réproduisait dans les mammifères, c'est-à-dire si, d'abord, la section d'un canal quelconque était suivie d'un mouvement quelconque; et si, ensuite, la direction du canal coupé déterminait toujours la direction du mouvement produit.

9. Or, quant au premier point, il eut suffi, à la rigueur de pouvoir atteindre un seul des trois canaux; et, quant au second, il suffisait de pouvoir atteindre et le canal horizontal, et un canal vertical quelqu'il fût, puisque c'était de l'opposition principale entre la direction de ces deux canaux que devait naître le principal contraste des phénomènes.

10. J'ai voulu voir pourtant si, sur des lapins d'un âge moins avancé que ceux sur lesquels j'avais opéré jusqu'ici, je ne pourrais pas réussir à atteindre enfin isolément le canal vertical antérieur. En effet, à mesure qu'on remonte d'âge en âge vers l'époque de la naissance, le cervelet et le lobule du cervelet, moins développés, dépassent de moins en moins le canal, et s'opposent ainsi, de moins en moins, à ce qu'on l'atteigne.

11. Après plusieurs essais, je suis parvenu, sur des lapins de douze à quinze jours à peu près, à couper quelquefois le canal vertical antérieur sans blesser le cervelet; mais, à cet âge même, je n'ai pu, la plupart du temps, le couper sans blesser plus ou moins cet organe.

12. Dans les cas de cette complication de lésions, les effets

---

dindon, la poule, la caille, etc.; et moins encore dans le pigeon, les passereaux, les oiseaux de nuit, etc.

du cervelet masquant plus ou moins lee effets propres du canal, je n'ai pu obtenir qu'un résultat confus.

Dans les cas, au contraire, où la section du canal a été simple et dégagée de toute complication de lésion du cervelet, j'ai constamment vu se reproduire et le mouvement de la tête de haut en bas et de bas en haut, et la propension de culbute en avant qui accompagnent la section de ce canal dans les oiseaux.

13. En outre, dans les lapins, au mouvement vertical de la tête, qui est le seul qui s'observe alors dans les oiseaux, se joignait parfois un mouvement horizontal de cette partie, et quelquefois aussi l'animal tournait sur lui-même.

§ II.

1. J'ai répété les expériences qui précèdent, soit sur le canal horizontal, soit sur le canal vertical postérieur, soit sur le canal vertical antérieur, sur plusieurs lapins: le résultat a toujours été le même. Ainsi donc:

1° Dans les lapins, comme dans les pigeons, la section des canaux horizontaux est suivie d'un mouvement horizontal; et la section des canaux verticaux, d'un mouvement vertical de la tête.

De plus, la section du canal horizontal est suivie d'un tournoiement de l'animal sur lui-même; celle du canal vertical postérieur, d'un mouvement de culbute en arrière; et celle du canal vertical antérieur, d'un mouvement de culbute en avant.

2° Tous ces mouvements, soit de branlement de la tete, soit de tournoiement, soit de culbute, ont moins de violence dans les lapins que dans les pigeons.

Ainsi le branlement de la tête est moins impétueux: l'animal tourne sur lui-même avec moins de rapidité: il éprouve un commencement de culbute, mais la culbute n'est pas complète; et, à plus forte raison, n'y a-t-il pas plusieurs culbutes à la suite les unes des autres, comme dans les pigeons.

3° Dans les lapins comme dans les pigeons, le mouvement de la tête cesse dans le repos; il renaît par le mouvement, et il s'accroît toujours d'autant plns que les autres mouvements sont plus rapides.

4° Les mouvements qu'entraîne la section des canaux semi-circulaires sont toujours les mêmes pour les mêmes canaux, toujours différents pour les différents canaux, dans les lapins, comme dans les pigeons; et c'est une chose digne de remarque sans doute qu'il y ait precisément autant de directions différentes de ces mouvements qu'il y a de directions principales ou cardinales de tout mouvement: d'avant en arrière et d'arrière en avant; de haut en bas et de bas en haut; de droite à gauche et de gauche à droite.

5° Le mouvement de la tête (et tous les effets de ce mouvement) qui suit la section d'un seul canal, vertical ou horizontal, m'a paru avoir plus de constance dans les lapins que dans les pigeons.

6° Enfin, le mouvement de la tête, suite de la section des deux canaux, verticaux ou horizontaux, persiste toujours dans les lapins comme dans les pigeons, quoique moins énergiquement dans les premiers que dans les seconds; et dans les uns comme dans les autres, bien qu'il persiste, il n'empêche pas l'animal de vivre et de conserver tous ses sens et toute son intelligence.

2. Les mouvements singuliers que détermine la section des canaux semi-circulaires se reproduisent donc dans les mammifères comme dans les oiseaux. Ces mouvements constituent donc un phénomène qui jusqu'ici se montre aussi général qu'il est étonnant.

3. Il ne reste plus qu'à le suivre sur les canaux semi-circulaires des reptiles et des poissons, des poissons cartilagineux surtout, où ces canaux sont si développés, et où d'ailleurs la mollesse du cartilage doit opposer moins de difficultés à l'expérience.

4. Les recherches auxquelles je me propose de me livrer sur ces deux classes feront l'objet d'un nouveau mémoire.

NOUVELLES EXPERIENCES

SUR

LE SYSTÈME NERVEUX.

PAR M. FLOURENS.

(Lues à l'Académie royale des Sciences, le 3 décembre 1827.)

§ I.

1. On a vu, par mes précédentes expériences sur l'action du système nerveux, dans les animaux vertébrés (1), que chaque partie essentiellement distincte de ce système a une fonction ou *manière d'agir* également distincte.

Ainsi, le cerveau proprement dit n'agit pas comme le cervelet; ni le cervelet, comme la moëlle allongée; ni celle-ci, comme la moelle épinière ou les nerfs.

2. Chaque partie du système nerveux a donc une action *propre* ou *spéciale*, c'est-à-dire *différente de l'action des autres;* et l'on a vu de plus en quoi cette *différence* ou cette *spécialité* d'action consiste.

Ainsi, dans les lobes cérébraux réside la faculté par laquelle l'animal pense, veut, se souvient, juge, perçoit ses sensations, et commande à ses mouvements;

(1) Voyez mes Recherches expérimentales sur les propriétés et les fonctions du système nerveux dans les animaux vertébrés, Paris 1824.

Du cervelet dérive la faculté qui coordonne ou équilibre les mouvements de locomotion; des tubercules quadrijumeaux, le principe primordial de l'action du nerf optique et de la rétine; de la moelle allongée, le premier moteur ou le principe excitateur et régulateur des mouvements respiratoires; et de la moelle épinière enfin, la faculté de lier ou d'associer en mouvemens d'ensemble les contractions partielles immédiatement excitées par les nerfs dans les muscles. (1).

3. Le grand fait de la spécialité d'action des diverses parties du système nerveux, fait à la démonstration du quel aspiraient depuis si long-temps, avec tant d'ardeur, les plus nobles efforts des physiologistes, est donc désormais un fait établi par l'observation directe, et le résultat démontré de l'expérience.

4. Mais à côté de cette *spécialité* ou *diversité* des fonctions nerveuses, se trouve *l'harmonie* ou *l'unité* de leur action: unité puissante qui lie toutes ces fonctions entre-elles, les subordonne les unes aux autres, de tant de *fonctions diverses* ne fait qu'une *action unique*, et dont mes précédentes expériences ont déjà montré le principe dans *l'unité même* du système nerveux (2).

5. Un dernier point restait à déterminer enfin, et ce point est encore l'un des plus importants de la théorie expérimentale de l'action nerveuse; je veux parler du rôle que joue cette action dans le mouvement du cœur.

---

(1) *Ibid.*, p. 29 et suiv.

(2) *Ibid.*, p. 236 et suiv.

Or, j'ai fait voir, par mes précédentes expériences (1), que ce mouvement du cœur, pris en soi, et abstraction faite de tout ce qui n'est pas essentiellement lui, comme sa régularité, sa durée, son énergie, ne dépend ni *immédiatement*, ni *coïnstantanément* du *système nerveux central*, et conséquemment que c'est dans tout autre point de ce système que dans les centres nerveux eux-mêmes, qu'il faut chercher le principe *primitif* et *immédiat* de ce mouvement.

6. Ainsi donc, et comme je viens de le dire, chaque partie *distincte* ou *spéciale* du système nerveux a une fonction également *distincte* ou *spéciale* aussi; et c'est même par la spécialité de la fonction que se caractérise le mieux la spécialité de la partie: des lobes cérébraux dérive le principe des perceptions et des volitions; du cervelet, la coordination ou équilibration des mouvements spéciaux de locomotion; de la moëlle allongée, le principe régulateur et excitateur des mouvements spéciaux de respiration; de la moëlle épinière, la liaison en mouvements d'ensemble des diverses contractions musculaires excitées par les nerfs; et le mouvement du cœur ne dépend du *système nerveux central* que d'une manière médiate et consécutive.

7. Tels sont les principaux résultats des expériences que j'ai eu l'honneur de communiquer successivement à l'Académie, durant les années 1822, 1823 et 1824; résultats que continuent et complètent, sur quelques points, les expériences qui suivent.

---

(1) *Ibid.*, p. 189 et suiv.

§ II.

Action comparée de la moëlle épinière sur la respiration, dans les quatre classes des animaux vertébrés.

1. J'ai déterminé déjà, par mes précédentes expériences (1), la part que prend à la respiration chacune des diverses régions de la moëlle épinière, dans les trois premières classes.

2. Ainsi, dans les oiseaux, on peut détruire, sans détruire la respiration, toute la moëlle lombaire et toute la portion postérieure de la dorsale; ce n'est qu'à la destruction de la moëlle costale que les mouvements inspiratoires du tronc cessent.

3. Dans les mammifères, on peut également détruire toute la moëlle lombaire et toute la portion postérieure de la dorsale, sans détruire la respiration: on peut même détruire la moëlle costale; le jeu des côtes s'éteint alors, mais la respiration continue par le diaphragme; et ce n'est que lorsque la destruction atteint l'origine des nerfs diaphragmatiques que tous les mouvements inspiratoires du tronc cessent.

4. Dans les grenouilles, enfin, et dans les autres reptiles batraciens, où le mouvement inspiratoire du tronc ne se fait plus que par l'appareil hyoïdien, on peut détruire, et toujours sans détruire la respiration, toute la moëlle épinière, hors le seul point de la moëlle cervicale duquel les nerfs de cet appareil naissent.

5. On peut aller plus loin encore dans les poissons, où les nerfs de l'appareil respiratoire du tronc ne viennent plus de

(1) Voyez mes Recherches expérim., etc., pag. 170 et suiv.

la moëlle épinière, comme dans les autres classes, mais de moëlle allongée elle-même.

Je détruisis, sur une carpe, toute la moëlle épinière d'un bout à l'autre, en m'arrêtant pourtant à quelques lignes de la moëlle allongée, pour ne point intéresser cette moëlle dans la lésion: le mouvement inspiratoire du tronc, c'est-à-dire le jeu des opercules, survécut à cette destruction. Une heure après l'opération, il survivait encore; tant que l'animal était dans l'eau, la respiration était régulière et facile; dès qu'on l'en sortait, la respiration se montrait laborieuse, pénible, accompagnée de signes d'angoisses; elle redevenait facile dès qu'on replongeait l'animal dans l'eau.

6. J'ai répété cette expérience sur plusieurs autres carpes, sur plusieurs barbeaux, sur des vandoises, etc.; le résultat a été le même:

7. Ainsi donc, 1°. on peut détruire, impunément pour la respiration, plus de moelle épinière dans les mammifères que dans les oiseaux; plus encore dans certains reptiles; et l'on peut la détruire toute entière dans les poissons;

2° C'est tantôt d'un point et tantôt d'un autre point de la moëlle épinière que part l'action immédiate de cette moëlle sur la respiration, dans les diverses classes: de la moëlle costale seule dans les oiseaux; de la costale et de la cervicale, dans les mammifères; de la cervicale seule, dans certains reptiles; de la moëlle allongée elle-même enfin, et plus du tout de la moëlle épinière, dans les poissons (1);

(1) Ce déplacement, si curieux et si remarquable, de l'*appareil nerveux* de la respiration dans les diverses classes, amène, et par conséquent explique puisqu'il l'amène, le déplacement correspondant de l'appareil *viscéral*

3°. C'est tantôt par certains nerfs, c'est tantôt par d'autres que se transmet cette action immédiate de la moëlle épinière, ou, plus exactement, des centres nerveux (car la moëlle allongée n'est plus la moëlle épinière), sur le mouvement respiratoire du tronc, dans les diverses classes : par les nerfs costaux ou thoraciques seuls, dans les oiseaux; par les costaux et le diaphragmatique, dans les mammifères; par les nerfs de l'appareil hyoïdien, dans certains reptiles; et par les nerfs de la huitième paire même, dans les poissons;

4° Enfin, la moëlle épinière, considérée dans l'ensemble des quatre classes, n'a, sur l'appareil respiratoire du tronc, qu'une action relative et variable comme varie l'origine même des nerfs de cet appareil, dans les oiseaux, les mammifères et les reptiles; et elle n'a plus d'action du tout, du moins d'action directe et immédiate, seul genre d'action dont je m'occupe ici, dans les poissons.

§ III.

Action comparée de la moelle allongée sur la respiration, dans les quatre classes.

1. J'ai déja fait voir, par mes précédentes expériences (1),

et osseux de cette fonction, dans ces mêmes classes. Ce dernier appareil est, en effet, situé près du bassin, dans les oiseaux; entre le bassin et la tête, dans les mammifères; sous la tête, dans les poissons, etc.; et l'on voit enfin la cause de toute cette *mobilité externe*, dans la *mobilité même* de l'*appareil nerveux* duquel l'*appareil viscéral et osseux* dépend.

(1) Voyez mes Rech. expérim., pag. 180 et suiv.

que la moëlle allongée est, dans toutes les classes, l'organe *premier moteur* ou le principe *excitateur* et *régulateur* des mouvements inspiratoires; elle est encore, dans toutes les classes, l'organe immédiatement *producteur*, par ses nerfs, des mouvements inspiratoires particuliers de la face ou de la tête; et elle est enfin tout à la fois dans les poissons, comme on vient de voir, et l'organe *premier moteur*, et l'organe immédiatement *producteur* de *tous* les mouvements inspiratoires, soit de la tête, soit du tronc.

2. La moëlle allongée est donc, dans toutes les classes, l'organe *essentiel* et *primordial* du mécanisme respiratoire; et elle est l'organe *exclusif* de ce mécanisme, dans les poissons.

A mesure qu'on descend des classes supérieures aux inférieures, on voit la moëlle épinière se dégager, de plus en plus, de tout concours aux mouvements respiratoires; et la moëlle allongée, par une marche inverse, tendre de plus en plus, au contraire, à réunir et à concentrer en elle seule tout ce qui tient à ces mouvements; jusqu'à ce qu'enfin dans les poissons, les fonctions *réellement propres* de ces deux moëlles se montrant complètement distinctes et séparées, l'une ne produise plus que les mouvements de locomotion, et l'autre produise tous les mouvements de respiration.

3. Mais bien que la moëlle épinière *produise* tous les mouvements de locomotion, ou, plus exactement, tous les mouvements partiels et généraux du tronc et des membres, mouvements primitifs desquels les mouvements consécutifs et compliqués de la locomotion dérivent; ce n'est pourtant pas elle qui *coordone* ou *équilibre* ces mouvements partiels ou

généraux du tronc et des membres en mouvements déterminés et réguliers de locomotion ; cette *coordination* ou *équilibration* vient d'un autre organe, et cet organe est le cervelet, comme mes précédentes expériences l'ont complètement montré (1).

La moëlle allongée est tout à la fois, au contraire, et l'organe *régulateur* de tous les mouvements inspiratoires, et l'organe *producteur* de tous, ou seulement, selon les classes, de certains de ces mouvements : deux modes d'action essentiellement divers, et qui ne sauraient être trop rigoureusement déterminés et démêlés l'un de l'autre. Je dis que, par l'un, la moëlle allongée est moëlle épinière encore, ou simple continuation de cette moëlle, et produisant comme elle, par ses nerfs, tous les mouvements des parties auxquelles ces nerfs se rendent ; et je dis que, par l'autre, elle constitue un organe particulier, distinct, d'une nature propre, et d'un rang analogue, même supérieur sous certains rapports, comme on va le voir, au rang des lobes cérébraux et du cervelet.

4. Quant au rôle de la moëlle allongée dans les mouvements de locomotion, il est évident que ce rôle, ainsi que mes précédentes expériences l'ont fait voir (2), tient surtout à ce qu'elle forme le *lien commun* ou le *point central de jonction* entre la moëlle épinière et le cervelet, c'est-à-dire, entre l'organe qui *produit* ces mouvements, et l'organe qui les *règle* ou les *coordonne*.

---

(1) *Ibid.*, p. 36.

(2) Voyez mes Rech. expérim. sur les prop. et les fonc. du syst. nerv.

§ IV.

Unité de l'action nerveuse, ou rapports des diverses parties du système nerveux entre elles.

1. Le premier fait qui frappe dès qu'on se met à comparer entre elles les diverses fonctions nerveuses, c'est que toutes ces fonctions ne sont pas de même ordre: il y en a qui s'exercent *spontanément* ou *primordialement;* et il y en a qui ne s'exercent, pour ainsi dire, qu'à la suite des autres et que sous leur *influence excitatrice* et *régulatrice*. C'est ici le lieu de développer, avec le détail convenable, cette démarcation des organes *régulateurs* et des organes *subordonnés* du système nerveux : démarcation que j'ai déjà indiquée ailleurs (1), et qui constitue l'une des lois fondamentales de l'action nerveuse.

2. Si l'on coupe un nerf, par une section transversale, le bout inférieur de ce nerf, séparé du système, continue encore *d'agir*, c'est-à-dire, d'*exciter* des contractions dans les muscles auxquels il se rend, quand on *l'irrite*; mais il *n'excite* plus ces contractions qu'autant qu'on *l'irrite*, c'est-à-dire, qu'on met son action en jeu: le nerf a donc une *action propre*, mais il a besoin pour *agir* que cette action soit mise en jeu; le nerf n'est donc qu'une *partie subordonnée*.

3. Il en est de même de la moëlle épinière : mes précédentes expériences, ont fait voir que cette moelle, « agent essentiel « et immédiat (j'entends immédiat par ses nerfs) de pres-

(1) *Ibid.*

« que tous les mouvements du corps, n'est cependant le « *premier mobile* ou *principe primordial* d'aucun (1). »

La moëlle épinière étant séparée de l'encéphale, *aussitôt* tout mouvement *spontané* (2) du tronc s'éteint; cette moëlle conserve pourtant encore son action, du moins un *certain degré* d'action; et une irritation extérieure peut mettre alors cette action en jeu, comme les centres nerveux de l'encéphale l'y mettaient avant.

La moelle épinière a donc, comme le nerf, une action propre ou produite en elle : mais elle n'a point, non plus, de spontanéité ou de primordialité d'action; la moëlle épinière n'est donc encore qu'une *partie subordonnée*.

4. Mais d'où vient donc enfin cette *spontanéité* ou *primordialité* d'action? Elle vient de l'encéphale, et uniquement de l'encéphale, comme mes précédentes expériences l'ont montré (3) : des lobes cérébraux pour les volitions; du cervelet pour les mouvements de locomotion; de la moëlle allongée pour ceux de respiration.

5. Il est une autre ordre de phénomènes que ces expériences ont aussi montré. On peut enlever le cervelet à un animal, l'action de ses lobes cérébraux n'en persiste pas moins : on peut lui enlever les lobes, le cervelet n'en coordonne et n'en détermine pas moins tous les mouvements de locomotion :

---

(1) *Ibid.*, pag. 186.

(2) J'entends tout *mouvement régulier*; car, au moment de la section, et par suite de cette section même, il survient toujours des convulsions plus ou moins vives et plus ou moins générales, lesquelles durent d'autant plus que l'animal est moins avancé dans la série des âges ou des classes.

(3) *Ibid.*

on peut lui enlever les lobes cérébraux et le cervelet, la moëlle allongée n'en détermine pas moins, par elle-même et par elle seule, tous les mouvements de respiration; mais dès qu'on touche à la moëlle allongée, l'action de toutes les autres parties s'éteint. Ainsi les lobes cérébraux peuvent agir séparés du cervelet; le cervelet séparé des lobes cérébraux; la moëlle allongée séparée des lobes cérébraux et du cervelet; mais ni les lobes cérébraux, ni le cervelet, non plus que la moëlle épinière, ne peuvent agir, du moins *pleinement agir*, séparés de la moëlle allongée; la moelle allongée constitue donc le point réellement central, le lien commun, le *nœud* qui unit toutes les parties du système nerveux entre elles (1).

6. Je distingue *l'action* d'une partie de sa *plénitude d'action*: ce n'est pas, en effet, absolument sa *vie* ou son *action* que chaque partie tire de la moëlle allongée, puisque chaque partie peut *vivre*, un certain temps, séparée de cette moëlle, et même *agir* encore *quand on l'irrite;* c'est seulement ce degré de *vie* ou *d'action* qui la fait agir avec énergie, avec suite, avec ensemble, d'elle-même, ou sous l'influence des autres; c'est ce *degré de vie* ou *d'action* enfin par lequel seul chaque partie *remplit sa fonction,* ou est susceptible de la remplir.

7. Quand je coupe un nerf, par une section transversale, le bout de nerf séparé, par cette section, du reste du système et de la moëlle allongée par conséquent, perd *subitement* non pas sa *vie*, non pas son *action* même (c'est-à-dire ce *degré*

(1) Voyez mes Rech. exper., pag. 241.

d'action qu'une *irritation extérieure* peut encore mettre en jeu), mais sa *fonction.*

Il en est de même pour la moëlle épinière et pour toutes les régions de cette moëlle, pour l'encéphale et toutes les parties de cet encéphale : dès qu'un point quelconque de ces parties est séparé de la moëlle allongée, la fonction de ce point est *aussitôt* perdue.

8. Il y a donc, dans chaque partie du système nerveux, un *degré de vie* ou *d'action* qui lui est propre ou qu'elle conserve, séparée de la moëlle allongée; et il y a un degré d'*action ou de vie* qu'elle tient uniquement de son union avec cette moëlle, et c'est par ce dernier degré de vie ou d'action seul qu'elle remplit sa fonction ou est susceptible de la remplir.

9. Les diverses parties du système nerveux ne vivent ou n'agissent donc *pleinement* qu'autant qu'elles tiennent toutes les unes aux autres, et toutes à *une;* et cette *une* à laquelle il faut que chacune des autres tienne, est la moëlle allongée, cette moelle allongée que nous avons déjà vu être le *premier moteur* des mouvements inspiratoires, et dont il ne reste plus enfin qu'à circonscrire et déterminer les limites et l'étendue.

§ V.

Détermination des limites de la moëlle allongée, ou, plus exactement, de l'organe premier moteur *du mécanisme respiratoire, et* point central *du système nerveux.*

1. Lorry est le premier qui ait reconnu ce fait aussi curieux qu'important, savoir, qu'il y a dans les centres nerveux un *point* auquel la section de ces centres produit *subitement la*

mort, tandisque, au-dessus ou au-dessous de ce point, ce phénomène si frappant d'une *mort subite* ne s'observe plus.

2. La division et la compression de la « moëlle de l'épine, « dit Lorry, dans un endroit déterminé, produit la mort « subite; inférieurement à cet endroit, cette moëlle coupée « produit la paralysie; elle la produit de même supérieurement (1) » : et il ajoute que cet *endroit déterminé* se trouve entre les *première, deuxième et troisième vertèbres* (2): détermination qui n'est pas très-rigoureuse, comme on voit, et au défaut de rigueur de laquelle il faut attribuer sans doute l'oubli injuste dans lequel est demeurée si long-temps la découverte d'un si beau fait.

3. Le Gallois a beaucoup avancé la détermination de l'endroit indiqué par Lorry, lorsqu'il a dit : « ce n'est « pas du cerveau tout entier que dépend la respiration, mais « bien d'un endroit assez circonscrit de la moëlle allongée, « lequel est situé à une petite distance du trou occipital et « vers l'origine des nerfs de la huitième paire (pneumo-gas- « triques) (3). »

4. Mais se borner à dire, avec Le Gallois, que cet endroit est *assez* circonscrit et qu'il est situé *vers* l'origine de la hui-

---

(1) Voyez Académie des Sciences : *Mémoires des Savants étrangers*, t. III, pag. 368.

(2) « Cet endroit se trouve dans les petits animaux, entre la seconde et « troisième, troisième et quatrième vertèbres, entre la première et seconde « vertèbres du col, et entre la seconde et troisième pour les animaux d'un « volume plus considérable. » Lorry, *Mém. des Savants étrangers*, t. III, p. 367.

(3) Le Gallois, *Expér. sur le principe de la vie*, Paris, 1812, p. 37.

tième paire, ce n'est pas dire si c'est à cette origine même qu'il est situé, ni s'il s'étend au-dessus et au-dessous de cette origine, ni jusqu'où il s'étend, soit au-dessus, soit au-dessous; et c'est tout cela pourtant qu'il fallait dire pour arriver enfin à une circonscription précise et complète de cet *endroit*.

5. J'ai constaté, dès mes premières expériences (1), qu'en enlevant, à l'exemple de Le Gallois, tout l'encéphale par tranches successives d'avant en arrière, ce n'est que lorsque l'on *comprend enfin dans une tranche l'origine des nerfs de la huitième paire que tous les mouvements inspiratoires cessent* (2): d'où j'avais conclu que la moëlle allongée commençait à l'origine même de ces nerfs, cette origine y comprise, et finissait aux tubercules quadrijumeaux (3): mais j'étendais beaucoup trop par là les limites de cette moëlle, ainsi que les expériences qui suivent me l'ont montré.

6. Je coupai transversalement la moëlle allongée, sur un lapin, *immédiatement au-dessous ou en arrière* de l'origine des nerfs de la huitième paire (pneumo-gastriques): tous les mouvements inspiratoires du tronc et de la tête furent, sur le champ, abolis.

7. Je coupai (et toujours *transversalement*, comme dans toutes les expériences qui suivent (4)) la moëlle allongée, sur un second lapin, *un peu au-dessous* de l'origine de la

(1) Voyez mes Recherches expérimentales sur les propriétés et les fonctions du système nerveux, p. 170 et suiv.

(2) Voyez le Gallois, *Exper. sur le principe de la vie*, p. 38.

(3) Voyez mes Recherches citées, p. 180.

(4) Et il n'est pas même nécessaire que la section soit *absolument* complète; il suffit qu'elle soit assez profonde pour détruire, dans le point divisé, les *conditions d'agir*.

huitième paire : même anéantissement subit de tous les mouvements inspiratoires du tronc et de la tête.

8. Sur un troisième lapin, la moëlle allongée fut coupée *un peu plus au-dessous* de l'origine de la huitième paire qu'elle ne l'avait été jusques là ; et elle le fut *un peu plus au dessous encore* sur un quatrième. Sur le premier de ces deux lapins, j'observe une dilatation légèrement convulsive des narines qui dure près d'une minute, il y a un baillement, l'animal meurt; tous les mouvements inspiratoires du tronc avaient cessé dès l'instant même de la section. Dans le second, tous les mouvements inspiratoires du tronc cessent également avec la section ; mais ceux de la tête subsistent ; les narines se dilatent avec force, il y a des baillements fréquens, tout cela dure deux minutes et demie, mort.

9. Je n'avais coupé jusqu'ici la moëlle allongée *qu'au-dessous* de l'origine des nerfs de la huitième paire, je la coupai, sur un cinquième lapin, *immédiatement au-dessus* de cette origine : les mouvements de la tête furent subitement éteints ; mais ceux du tronc continuèrent, quoique très-faibles et très-pénibles, durant près d'une minute.

10. Je la coupai enfin, sur un sixième lapin, *un peu au-dessus* de cette origine : tous les mouvements du tronc subsistèrent avec force et régularité; ils subsistaient encore dix minutes après l'opération ; une section, pratiquée alors sur l'origine même de la huitième paire, les abolit sur le champ.

11. J'ai répété ces expériences sur plusieurs autres lapins ; le résultat a toujours été le même. J'en conclus, 1° qu'il y a, dans les centres nerveux, un *point* (point où finit la moëlle épinière et où la moëlle alongée commence, c'est-à-dire où finit un ordre de phénomènes et où en commence un autre ;

car, dans une masse de parties continues, la seule division rationnelle de ces parties ne peut être que la division même de leurs fonctions) auquel la section de ces centres produit *l'anéantissement subit* de tous les mouvements inspiratoires, soit du tronc, soit de la tête; 2° que ce *point* se trouve à l'origine même de la huitième paire, origine qu'il comprend dans son étendue, commençant *immédiatement au-dessus* d'elle, ou plutôt *avec* elle, et finissant *un peu au-dessous;* et 3° enfin que les *limites expérimentales* de ce *point* sont marquées *au-dessous* par la persévérance des mouvements inspiratoires de la tête, et *au-dessus* par la persévérance de ceux du tronc.

12. Les raisons de ce dernier mode de démarcation sont évidentes : on ne saurait juger de la limite inférieure du *point* qui nous occupe par l'abolissement des mouvements inspiratoires du tronc, parce que la section, opérée dans ce cas, sépare ces mouvements (c'est-à-dire les points de moëlle épinière, origines des nerfs producteurs de ces mouvements) de ce *point* qui est leur *premier moteur,* et les abolit conséquemment par cette séparation seule; et il en est de même de sa limite supérieure que n'indiquerait pas mieux, et pour la même cause, l'abolissement des mouvements de la tête.

Je juge, au contraire, infailliblement et de la limite supérieure par les mouvements du tronc, et de la limite inférieure par les mouvements de la tête, parce que, dans l'un comme dans l'autre cas, les nerfs producteurs de ces mouvements et de la tête et du tronc, tenant toujours, par leur origine, à ce *point*, il est clair que ce *point* dure où se continue tant qu'une simple section, qui n'intéresse que lui, les abolit, et qu'il finit dès qu'une pareille section ne les abolit plus.

13. Il y a donc, dans les centres nerveux, un *point* qui gouverne tous les mouvements inspiratoires, et dont la simple division les anéantit tous; ce *point* dure ou s'étend tant qu'une pareille division produit un pareil effet; il finit dès qu'elle ne le produit plus; il suffit que ce *point* demeure attaché à la moëlle épinière pour que les mouvements du tronc subsistent; il suffit qu'il demeure attaché à l'encéphale pour que ceux de la tête subsistent; divisé dans son étendue, il les anéantit tous; séparé des uns ou des autres, ce sont ceux dont il est séparé qui se perdent, ce sont ceux auxquels il reste attaché qui se conservent : et ce ne sont pas seulement les mouvements inspiratoires qui dépendent si impérieusement de ce *point;* ce *point* est encore, comme je le disais tout à l'heure, le *point* duquel toutes les autres parties du système nerveux dépendent, quant à l'exercice de leurs fonctions; c'est à lui qu'il faut qu'elles soient attachées pour conserver l'exercice de ces fonctions; il suffit qu'elles en soient détachées pour le perdre.

14. J'ai dit plus haut que ce *point* commence *avec* l'origine de la huitième paire et s'étend *un peu au-dessous.* Pour en déterminer les limites, avec plus de précision encore, j'ai mis à nu, sur les lapins que je venais d'opérer, toute la partie supérieure de la moëlle épinière cervicale et toute la moëlle allongée. J'ai soigneusement comparé alors les diverses sections faites sur ces parties, et voici ce que j'ai trouvé.

La première section, ou la section pratiquée sur le premier lapin, l'avait été immédiatement *au-dessous ou en arrière* de l'origine de la huitième paire; la seconde section se trouvait *une ligne et demie* à peu près au-dessous de cette origine; la troisième, environ *trois lignes;* et la quatrième,

trois lignes et demie plus au-dessous encore. La cinquième section enfin avait eu lieu *immédiatement* au-dessus de l'origine de la huitième paire; et la sixième près *d'une ligne* au-dessus de cette origine.

15. Or, les mouvements inspiratoires de la tête avaient reparu dès la troisième section; et ceux du tronc, dès la cinquième. La limite supérieure du *point central et premier moteur* du système nerveux se trouve donc immédiatement au-dessus de l'origine de la huitième paire; et sa limite inférieure, trois lignes à peu près au-dessous de cette origine. Ce point n'a donc, en tout, que quelques lignes d'étendue dans les lapins : il en a moins encore dans les animaux plus petits que ceux-ci, il en a un peu plus dans les animaux plus grands, l'étendue particulière de ce point variant comme varie l'étendue totale de l'encéphale; mais, en définitif, c'est toujours d'un point, et d'un point unique, et d'un point qui a quelques lignes à peine, que la respiration, l'exercice de l'action nerveuse, l'unité de cette action, la vie entière de l'animal, en un mot, dépendent.

§ VI.

Résumé général de ce Mémoire.

1° La moëlle épinière est *essentiellement*, dans toutes les classes, l'organe *producteur* des mouvements de relation et de locomotion : ce n'est, pour ainsi dire, *qu'accidentellement*, et tantôt par un point, tantôt par un autre, qu'elle concourt à la respiration, dans les trois premières classes; elle n'y concourt plus du tout, dans les poissons.

2° La moëlle allongée est *essentiellement* l'organe du mécanisme respiratoire : elle est le *premier moteur* ou le *principe primordial* de ce mécanisme dans toutes les classes; et, dans les poissons, elle en est tout à la fois le *premier moteur* et le *producteur exclusif*.

3° Il faut distinguer, dans la moëlle allongée, le mode d'action par lequel elle est le *premier moteur* des mouvements respiratoires, du mode d'action par lequel elle *produit* ces mouvements, soit tous, soit seulement certains d'eux, selon les classes. Par ce second mode d'action, la moëlle allongée n'est qu'une simple continuation de la moëlle épinière; par le premier, elle constitue un organe très-distinct de cette moëlle, et dont l'expérience circonscrit et détermine les limites.

4° Il y a, dans le système nerveux, des parties (les lobes cérébraux, le cervelet, la moëlle allongée) qui agissent *spontanément* ou d'elles-mêmes; et il y en a (la moëlle épinière et les nerfs) qui n'agissent que *subordonnément* ou que sous l'impulsion des autres.

5° Le point *premier moteur* de la moëlle allongée, et, par la moëlle allongée, du système nerveux, est situé à l'origine même de la huitième paire, origine qu'il comprend dans son étendue, commençant *avec* elle, et finissant *un peu* au-dessous.

6° C'est à ce point, premier moteur, qu'il faut que toutes les autres parties du système nerveux tiennent pour que leurs fonctions *s'exercent*. Le principe de *l'exercice* de l'action nerveuse remonte donc des nerfs à la moëlle épinière et de la moëlle épinière à ce *point;* et, passé ce *point*, il rétrograde des parties antérieures de l'encéphale aux postérieures, et des postérieures à ce *point* encore.

7° Ce *point* se trouve placé entre la moëlle épinière et l'encéphale, c'est-à-dire au centre même des centres nerveux : il n'est pas tout-à-fait *au bout supérieur* de ces centres, comme l'avaient pensé les anciens, qui faisaient dériver les nerfs de la moëlle épinière, la moëlle épinière de l'encéphale, et toutes les parties de l'encéphale de l'extrémité antérieure de cet encéphale ; il n'est pas non plus *hors* de ces centres, comme quelques idées modernes tendraient à le faire croire : il est entre la moëlle épinière et l'encéphale, comme le *collet* des végétaux est entre la tige et la racine; et, comme ce *collet* dans le végétal, véritable *collet* du système nerveux, il constitue le foyer central, le lien commun, et, comme M. de Lamarck l'a si heureusement dit du *collet* des végétaux, le *nœud vital* de ce système.

OBSERVATIONS

ET

REMARQUES

SUR LA NATURE ET LE TRAITEMENT DE L'HYDROPISIE AVEC DES PALPITATIONS DU COEUR, ET PARTICULIÈREMENT SUR LE RAMOLLISSEMENT DE CET ORGANE.

PAR M. LE BARON PORTAL.

Lues à l'Institut les 15 et 22 décembre 1828.

RIEN n'est plus fréquent que de voir survenir des hydropisies plus ou moins prononcées avant, pendant et après des palpitations du cœur, comme rien n'est moins rare que de reconnaître alors, par l'autopsie anatomique, des altérations dans cet organe, particulièrement l'*hypersarcose* et l'*hypertrophie*, avec un ramollissement plus ou moins intense dans sa substance, tel qu'il est quelquefois réduit en une matière qui paraît composée de graisse et de cire plus ou moins liquéfiées, que l'on a appelée *adipocire*.

Souvent cette matière est mélangée avec d'autres substances de diverse nature, dont les propres parois des quatre grandes cavités du cœur, et les deux cloisons qui les sépa-

rent, sont morbidement épaissies et plus ou moins endurcies, sans devenir plus fortes, et toujours moins irritables, ou moins susceptibles de contraction, par une substance stéatomateuse; par des congestions graisseuses; par de fausses membranes; par le sang dans les vaisseaux coronaires; par des infiltrations séreuses, ainsi que par des hydatides; quelquefois dans tous ces cas, avec des ossifications du cœur ou des vaisseaux de cet organe et autres.

Nous avons donné à l'Académie plusieurs Mémoires sur les maladies du cœur (1), et nous avons aussi fait paraître, sous ses auspices, la seconde édition du grand ouvrage de SENAC *sur les maladies de cet organe,* ainsi que celui de LIEUTAUD, *Historia anatomico-medica*, à laquelle édition nous avons coopéré, et que nous avons publiée sous les yeux de l'auteur; ouvrage dans lequel on trouve plusieurs observations importantes sur les maladies du cœur et particulièrement sur les hydropisies qui les précèdent, qui s'y réunissent ou qui leur succèdent.

Mais comme dans la vaste carrière des sciences, il s'offre toujours de nouvelles circonstances qui fixent plus particulièrement notre attention sur certains objets, auxquels nous n'avions pas même pensé, j'ai pu, plus facilement que tout autre plus instruit et plus clairvoyant que je ne le suis, négliger de traiter quelques points importants sur une matière, à la vérité aussi vaste qu'obscure.

Je pense que de nouveaux détails, de ma part, sur cet

---

(1) Le premier en 1784, *sur la rupture du ventricule gauche du cœur;* le second en 1817, *sur les anevrismes du cœur;* et le troisième en 1818, sur ce même objet, mais plus particulièrement sur les causes organiques de cette affreuse maladie, etc., etc.

objet sont nécessaires, et j'espère que l'Académie voudra bien entendre aussi favorablement ce Mémoire, qui les contient, qu'elle a bien voulu le faire à l'égard de ceux dont je lui rappelle le souvenir.

Je commencerai par exposer les faits que j'ai recueillis dans ma pratique et par mes autopsies, que je n'ai pas négligées, autant du moins que je l'ai pu, sur les hydropisies réunies aux palpitations du cœur et au ramollissement de cet organe, avant d'en tirer quelques conséquences qui me paraissent utiles à l'histoire de ces maladies et à leur traitement.

Observation I. Le chirurgien *Sollier* me fit appeler, en 1819, pour une marchande lingère, rue du Four-St.-Germain, âgée de trente-trois ans. Elle éprouvait, depuis plusieurs mois, de violentes palpitations du cœur, légères d'abord, mais qui devinrent ensuite progressivement très-intenses. La malade était d'une forte constitution et avait eu deux enfants; elle nous dit qu'elle attribuait sa maladie à sa dernière couche, qui datait d'un an ; après laquelle le lait qui coulait, disait-elle, par les voies naturelles, ne se porta plus aux seins, ce qui l'empêcha de nourrir son enfant, comme le premier qu'elle avait eu quelques années auparavant. M. *Sollier* ajouta que bientôt après la couche une œdématie des pieds et une bouffissure de la face étaient survenues, et par suite une leucophlagmatie générale, dont elle avait encore quelques restes aux mains et aux pieds. Cette malade, trois mois après son accouchement, fut atteinte de palpitations du cœur qui étaient très-violentes lorsque je la vis, et avec une orthopnée très-forte ; comme elle éprouvait des douleurs vives en divers endroits de la poitrine et même du bas-ventre, elle leur attribuait les palpitations du cœur, quoique

celles-ci n'en fussent cependant pas la véritable cause, ainsi qu'on le prouvera plus bas. Le pouls de cette malade était, au bras gauche, plus développé et plus dur que celui du bras droit, mais l'un et l'autre étaient intermittents, presque toujours entre la septième et la huitième pulsation, et plutôt lorsque la malade faisait quelques mouvements notables, ou qu'elle éprouvait des affections morales plus ou moins intenses, ainsi qu'aux approches de ses règles, et même lorsqu'elles étaient retardées.

Cette malade portait au bas du cou, du côté droit, au-dessus et vers le milieu de la clavicule, une intumescence du volume d'un petit pois, dans laquelle on remarquait un battement qui correspondait à celui du pouls en général. Je jugeai qu'il provenait d'un anévrisme de l'artère sous-clavière droite; le pouls de ce côté, était moins gros et moins dur que celui de l'artère radiale gauche.

Ayant reconnu dans cette malade, un état constant de pléthore sanguine non équivoque, ainsi qu'une grande diminution des urines, qui étaient rouges, je crus devoir conseiller une saignée au bras, en même temps que la malade, assise dans son fauteuil, aurait les pieds dans de l'eau chaude. Je lui prescrivis ensuite l'usage d'une boisson diurétique avec les racines de chiendent et les feuilles de pariétaire qu'on ferait bouillir et dans laquelle on ferait infuser une forte pincée de cerfeuil, avec addition, sur une chopine de ce liquide, d'une once d'oximel scillitique, et de douze grains de nitre purifié.

Ce remède seul, donné en trois ou quatre prises dans la journée et continué plusieurs jours après, fit rendre une grande quantité d'urine; la transpiration, au lieu de diminuer, augmenta, les mouvements du cœur diminuèrent, enfin la ma-

lade se rétablit au point de pouvoir vaquer à ses fonctions domestiques, et d'aller quelquefois chez son chirurgien pour le consulter.

Cependant, environ deux mois après, au commencement de l'automne, l'œdématie des mains et des pieds étant survenue, et les urines étant encore un peu diminuées en quantité, M. *Sollier* lui conseilla de prendre, tous les matins, quatre à six pilules toniques de *Bacher*, qui lui firent rendre un surcroît d'urine. Il la purgea ensuite, en portant ces pilules au nombre de douze, comme je le lui avais conseillé. Ce second traitement réussit pour l'hydropisie et l'orthopnée, qui diminuèrent d'abord et cessèrent ensuite; en même temps que le cœur n'était plus agité par les palpitations, et qu'il paraissait ramené à la régularité de ses mouvements, tellement que la malade y ressentait à peine quelque légère palpitation.

Mais une ultérieure rechute de la maladie ayant eu lieu environ un mois après cette apparence de guérison, M. *Sollier* m'appela de nouveau, et je dirai que nonobstant le traitement que j'avais d'abord conseillé et qui avait si bien réussi, je crus devoir prescrire à la malade l'usage de la *digitale pourprée*, qui a des effets signalés dans les maladies du cœur, et principalement contre les palpitations de cet organe avec hydropisie. Je voulus que cette malade prît, avant les trois doses de sa boisson diurétique, une pilule de poudre de digitale, de deux grains chacune, et qu'elle fît usage, sur les parties tuméfiées par des sérosités, d'un liniment composé d'une once d'huile de térébenthine, de deux gros de teinture de scille et d'autant de teinture de digitale, ce qui fut fait pendant plusieurs jours avec apparence de suc-

ces. Les palpitations se calmèrent après une diminution réelle de l'hydropisie; elles cessèrent enfin, ce qui pouvait donner quelques espérances, du moins à la malade.

Cependant des syncopes survinrent quelque temps après, et furent même progressivement plus intenses, nonobstant la diminution apparente de l'hydropisie externe et la cessation presque complète des palpitations. Nous ne pûmes cependant regarder un tel changement dans la maladie que comme très-fâcheux; en effet, le pouls étant de plus en plus intermittent, irrégulier, et foible, les lipothymies survinrent avec une extrême orthopnée qui finit par faire périr la malade.

Autopsie. Je désirai que l'ouverture du corps fût faite par M. *Michel Martin*, mon prévôt d'anatomie, et M. *Adamucci*, docteur en médecine très-instruit, qui avait long-temps suivi mes leçons d'anatomie médicale. J'assistai à cette autopsie avec M. *Sollier*, et voici ce que l'on reconnut vingt-quatre heures après la mort.

Les chairs du tronc et des extrémités étaient ramollies et les articulations extrêmement flexibles. La tuméfaction aqueuse externe du corps était considérablement diminuée de l'état où on l'avait vue peu de temps avant la mort, quoiqu'on eût observé une diminution notable des urines, tandis que le bas-ventre nous parut plus volumineux et plus dur qu'il ne l'avait été.

Il y avait à la peau quelques marques, plus ou moins étendues d'échimose, dans les parties les plus déclives du corps, la malade étant couchée sur le dos.

On reconnut, à l'ouverture de l'abdomen, que les parois musculaires et membraneuses étaient infiltrées et qu'il y avait beaucoup d'eau rougeâtre épanchée dans la cavité du péritoine; le foie et la rate étaient ramollis et tuméfiés ainsi

que tous les autres viscères contenus dans l'abdomen, l'épiploon particulièrement, par une sorte d'infiltration de sérorité rougeâtre; le diaphragme était un peu refoulé vers la poitrine du côté droit par rapport au volume du foie, tandis que le côté gauche de ce grand muscle formait une saillie dans la cavité abdominale; assez considérable relativement au volume excédant du cœur; qui l'avait repoussé contre la rate, qui se trouvait ainsi plus bas qu'elle ne doit être naturellement.

Après avoir ouvert la poitrine, nous reconnûmes qu'il y avait environ un demi-setier d'eau dans sa cavité gauche et un peu moins dans la droite; ce liquide était rougeâtre, sans doute par rapport à quelque peu de sang qui s'y était écoulé de ses vaisseaux: elle était plus foncée en couleur que celle de l'eau abdominale; les poumons étaient très-tuméfiés et très-mous, d'une couleur rougeâtre presque partout extérieurement, excepté dans le lobe inférieur gauche près du péricarde, où était un léger épanchement de sang noirâtre dont la substance du poumon était en cet endroit imbibée, tant à l'extérieur qu'à l'intérieur. Le péricarde était très-ample et contenait plusieurs cuillerées d'une eau rougeâtre; sa membrane interne qui recouvre d'une part immédiatement la face externe du cœur et de l'autre la face interne de la tunique fibreuse du péricarde, était en divers endroits détachée par des infiltrations séreuses (1).

(1) Je comparais depuis long-temps, dans mes leçons *d'anatomie médicale*, cette membrane interne du péricarde à la membrane aussi interne

Cette membrane interne était en quelques endroits de sa vaste étendue épaissie et ramollie comme de la gélatine; elle laissait suinter une humeur glutineuse.

Le cœur avait un très-grand volume. On y remarquait de plus inférieurement à gauche, et un peu postérieurement, une protubérance qui correspondait à la pointe du ventricule gauche, celle du ventricule droit ne paraissant pas presque y contribuer. Cette protubérance était molle et formée par les débris de la substance musculaire qui était très-ramollie, d'un blanc rougeâtre, en putrilage et qui avait laissé transsuder une liqueur également colorée dans le péricarde, ainsi que dans le ventricule gauche. La substance musculaire de ce ventricule était, au-dessus de cet extrême ramollissement, incomparablement plus dure jusqu'à la face supérieure et postérieure du cœur, où elle était très-épaissie, trois fois

---

de la capsule *hyaloïde*, formant la chambre antérieure aqueuse de l'œil, ainsi qu'à la membrane interne des capsules articulaires qui contient la synovie. Je comparais encore la membrane interne du péricarde à la membrane arachnoïde et à d'autres membranes destinées à sécréter une sérosité qui est ensuite absorbée par les vaisseaux lymphatiques et par les extrémités des veines sanguines (*), pour être évacuées par nos divers émonctoires (**), car sans cela l'hydropisie se serait formée (***).

(*) Voyez notre *Anat. méd.* en divers articles. On pourrait aussi consulter l'ouvrage de Kaau Boërrhaave. *Perspiratio dicta Hippocrati per universum corpus.* Lug. Bat., 1738, in-12.

(**) *Emunctorium dicitur locus, per quem fit expurgatio vitiosi, aut inutilis.* Castelli. lex.

(***) Ces principes sont exposés dans mes Observations sur les hydropisies, 2 vol. in-8, 1824.

plus que n'était le reste de la paroi musculaire du ventricule droit.

Parmi les colonnes musculaires du ventricule gauche les unes étaient considérablement grosses et ramollies et d'autres paraissaient déchirées ou avec solution de continuité. Quant à la cloison musculaire qui sépare les deux ventricules du cœur, il y avait vers son milieu un enfoncement remarquable ovalaire dans lequel sa substance était extrêmement ramollie, de manière qu'on la déchirait par la plus légère extension. L'orifice aortique du ventricule gauche était un peu rétréci, comme cartilagineux; il y avait en lui plusieurs points d'ossification.

Une telle dégénérescence dans la structure du cœur, survenue avec des palpitations de cet organe qui avaient cessé depuis quelque temps, me parut alors digne de la plus grande attention.

L'artère-sous clavière droite était plus grosse que la gauche et très-ramollie dans ses tuniques; elle était surmontée par une intumescence de son bord supérieur qui dépassait le milieu de la clavicule; sa tunique interne était plus ramollie que le reste de la même tunique, et le périoste de la clavicule contiguë à la face antérieure du sac anévrismal de la veine sous-clavière était ramolli ainsi que la portion de la clavicule qui lui correspondait: sans doute que si la maladie se fût prolongée plus long-temps, l'os eût fini par se carier, comme le firent les vertèbres par suite de l'anévrisme du tronc de l'aorte; qui était comprimée par le pancréas très-endurci et tumefié ainsi que je l'ai rapport dans mon Anatomie médicale (tome III. p. 91).

La tête n'a offert rien de remarquable chez cette malade. sinon un peu de dureté dans les substances corticale et mé-

dullaire du cerveau, avec une infiltration de sérosités jaunâtres dans le tissu des parties ambiantes. Les vaisseaux sanguins ainsi que les sinus contenaient peu de sang. Les plexus choroïdes étaient pâles et les ventricules du cerveau contenaient environ trois cuillerées d'une eau jaunâtre.

Remarques. On voit par cette observation que l'hydropisie a été réunie aux palpitations plus ou moins fortes, lesquelles ont plusieurs fois diminué et enfin cessé, en même temps que l'hydropisie avait elle-même disparu, au point de faire croire à la guérison complète de l'une et l'autre de ces deux maladies. Mais ces espérances ont été vaines, le contraire a eu lieu, tantôt l'hydropisie précédant les palpitations du cœur, et tantôt celles-ci précédant l'hydropisie.

Enfin des syncopes et des lipothymies très-intenses sont survenues, et la malade y a succombé; sans doute aussi, à cause du *ramollissement* du cœur, ce que l'autopsie nous a pleinement démontré en plusieurs endroits de cet organe, lequel était d'ailleurs mal conformé et en grande partie, et par suite de ses violentes palpitations.

Au reste, ce qui est survenu à la malade dont je viens de parler est également arrivé à plusieurs des malades dont j'ai sommairement donné l'histoire dans les mémoires qui sont imprimés dans les volumes de l'Académie Royale des Sciences; je veux parler du ramollissement du cœur.

Dans quelques interstices des trousseaux musculaires des parois de cet organe il y avait une substance plus ou moins étendue qui était ramollie, mince et pellucide. Elle paraissait gélatineuse, ou plutôt analogue à l'*adipocire* observée par *Thouret* dans les corps exhumés du cimetière des Innocents et trouvée par *Vic-d'Azir* dans le cadavre d'un

individu qui avait subi, long-temps avant sa mort, une amputation chirurgicale, ou enfin, comme nous l'avions nous-même fait observer d'après nos dissections, dans nos premières leçons d'anatomie médicale, où nous avons encore dit que diverses parties du corps pouvaient être ramollies, et souvent même *annihilées* après diverses maladies (1), ce qui a été imprimé dans notre *Anatomie médicale*, extrait de nos leçons en 1804, à peu près la trentième année de notre professorat au collége royal de France.

Il paraît que *Fourcroi* a, le premier, donné le nom d'adipocire à la substance qui est le résultat de la conversion de la matière animale analogue au blanc de baleine. Il disait l'avoir reconnue dans le tissu d'un foie qui avait été exposé à l'air pendant plusieurs années; dans des calculs biliaires, et dans les matières macérées dans l'eau pour les travaux anatomiques.

Nous nous sommes bornés à signaler cette décomposition sous le nom de *ramollissement*, que nous avons reconnu dans presque toutes les parties du corps en général, par nos dissections, et ensuite dans nos autopsies, presque toujours après diverses maladies inflammatoires, particulièrement celles du cœur, sujet de ce Mémoire.

Tels étaient, en effet, les cœurs de divers malades que j'ai soumis à l'autopsie anatomique après des palpitations de cet organe; celui du poète *Chénier*, notre confrère à l'Ins-

(1) On trouvera plusieurs exemples de cette *annihilation* des parties du corps et autres qui y avaient été produites, ou qui s'y seraient formées, dans mon mémoire imprimé parmi ceux des *Annales du Muséum d'Histoire naturelle*, t. VI, p. 463, ou mes *Mémoires*, etc., t. III, p. 267.

titut, que j'ai long-temps traité d'une palpitation dn cœur affreuse, qui ne fut plus enfin aussi violente, les forces de cet organe s'épuisant par leur propre action, sans doute plutôt parce que ce malade était dans la fâcheuse habitude de déclamer à trop haute voix ce qu'il écrivait, ou même ce qu'il lisait, malgré toutes mes observations contraires.

Enfin, après plusieurs années de persévérance, les palpitations du cœur finirent par s'éloigner, s'affaiblir et par s'éteindre.

J'avais eu le soin, vu l'extrême pléthore du malade, de le faire saigner quand les palpitations étaient extrêmes, à l'effet d'empêcher l'apoplexie de survenir, ou la rupture des ventricules du cœur. Mais dès que les forces parurent diminuer réellement chez ce malade, et particulièrement dans le cœur, je prescrivis le quinquina, quand les palpitations étaient moins violentes, et encore plus à haute dose lorsqu'elles eurent cessé, puisqu'alors j'avais à craindre les syncopes et le ramollissement du cœur, annoncé par ces mêmes syncopes. C'est ainsi que je crois avoir long-temps prolongé l'existence de ce malade, ne pouvant mieux faire.

Quant à la faiblesse du pouls droit, à l'égard de celle du pouls gauche que j'observai à la fin malheureuse de cette maladie, il me parut que cette différence n'avait pas existé auparavant, qu'il fallait l'attribuer à l'anévrisme qui s'était formé et qui faisait que l'écoulement du sang dans l'artère brachiale droite avait sans doute été restreint par la tumeur anévrismale de l'artère sous-clavière du même côté. Les battements de la tumeur anévrismale ne pouvaient être confondus avec ceux des veines jugulaires, qui sont moins fréquents, n'existant que dans chaque expiration, comme Lamure et Haller l'ont observé.

Mêmes altérations du cœur, avec les mêmes symptômes d'adynamie précédant la mort, ont été annoncé ssans doute par le ramollissement de quelques parties de cet organe chez un marchand parfumeur (Villement), ainsi que dans le cœur de sa femme, qui avait aussi péri de la même maladie, et dont j'ai donné l'histoire dans le volume de l'Institut (avril 1817) ; ainsi que dans celui de M. *Delalaing;* enfin dans celui du chaudronnier *Vitel.*

Tous ces malades ont péri d'hydropisie avec des palpitations du cœur qui avaient cessé quelque temps avant la mort, également à la suite des syncopes et des lipothymies, tandis que d'autres personnes, dont j'ai encore donné la tragique histoire, sont mortes successivement de la rupture même du cœur, comme *madame de Chabanes*, qui mourut à la suite d'une vive colère; *madame de Nevron*, par l'effet d'un émétique que son médecin lui avait ordonné pour une orthopnée ; M. *le marquis de Conflans*, qui périt tout-à-coup d'une érosion avec rupture de l'oreillette droite du cœur, étant affecté d'un vice herpétique depuis long-temps, et pour lequel un cautère au bras lui avait été mis, mais qu'il fit supprimer après l'avoir porté quelques années (1).

Tout me porte à croire aussi que M. le duc *Mathieu de Montmorency* est mort d'une rupture du cœur, déja ramolli par de longues palpitations, lesquelles, après avoir diminué peu-à-peu pendant quelque temps, avaient enfin cessé. On pouvait croire que ce respectable malade était dans un état moins funeste, les palpitations du cœur ayant cessé de-

(1) Voyez mes mémoires imprimés dans le recueil de l'Académie royale des Sciences, et dans mon *Recueil sur plusieurs maladies.*

puis peu de temps ; mais nous nous contentions, MM. *Fizeau*, *Chantourelle* et moi, de lui prescrire quelques antispasmodiques, la digitale pourprée en petite quantité, un bon régime et quelque repos, lorsqu'il voulut assister à l'office divin du Vendredi-Saint, à l'église paroissiale de *Saint-Thomas-d'Aquin*, où il mourut promptement.

On peut attribuer cette mort au ramollissement du cœur, qui n'a pu suffire à la vie plus long-temps, peut-être avec rupture de quelques-unes de ses fibres. (On n'a point ouvert le corps).

Au reste, ce ramollissement de la substance du cœur, que *Senac* appelle *relâchement*, a été reconnu, selon *Horstius*, après une hémoptysie ; selon *Berlingius*, après une fièvre maligne ; selon *Senac*, après une blessure et autres maladies. *Morgagni* et *Lieutaud* ont encore parlé de ce ramollissement.

Celui, plus ou moins considérable, observé dans le cœur avec le ramollissement de ses diverses parties, n'est pas le seul que j'aie reconnu. Je puis affirmer, d'après un grand nombre de faits que j'ai recueillis, qu'il n'est aucune partie du corps qui ne soit susceptible d'une pareille altération. Je l'ai dit dans les cours publics, et je l'ai consigné dans mes ouvrages (1).

Je pourrais ajouter, qu'on vient de reconnaître, dans l'estomac de M. le duc de *Rivière*, mort après une maladie, d'abord douloureuse de l'estomac, avec de longs et fréquents vomissements qui avaient cessé depuis peu de jours avant sa

---

(1) Dans celui *sur le rachitisme* quant aux os ; dans celui *sur l'apoplexie* quant au cerveau ; dans celui *sur la phthisie pulmonaire* quant aux poumons ; enfin dans un grand nombre d'articles de mon *Anatomie médicale* relatifs au cerveau, aux poumons, à l'estomac, aux intestins, au foie, à la rate, au pancréas, à la matrice, aux ovaires, etc.

mort, un extrême ramollissement de la membrane muqueuse de cet organe, lequel présentait une ouverture considérable dans sa grande tubérosité, dont le contour était avec érosion et correspondait aux vaisseaux courts de la rate. Je pourrais rapporter plusieurs autres exemples d'un pareil ramollissement, que j'ai également vus dans l'estomac.

Observation II. J'ai été appelé en consultation avec MM. *Gall, Bourdois, Récamier, Kéraudren,* pour M. *Udriet,* rue Saint-Florentin.

M. *Udriet,* était malade depuis plusieurs mois, et M. *Gall* lui donnait des soins habituels.

J'appris de ce médecin et des parents du malade, qu'il avait plusieurs fois eu des mouvements désordonnés dans la région du cœur, et qui avaient été trop manifestes pour être méconnus. Ils étaient souvent précédés de grandes agitations physiques ou morales, et avaient causé un amaigrissement remarquable du malade, qui cependant, par le repos et quelques soins, s'était en partie rétabli. Mais une affection catarrhale étant survenue, il éprouva une difficulté de respirer plus ou moins considérable; elle était même souvent précédée ou suivie de quintes de toux opiniâtres, quelquefois avec des excrétions sanguinolentes. Cependant, peu de jours avant la consultation, la douleur de poitrine, dans la région du cœur, dont il avait éprouvé des atteintes en divers temps, était considérablement augmentée. La fièvre étant survenue, et le pouls étant plein et dur, M. *Gall* avait jugé que le malade était atteint d'une inflammation du cœur, et il l'avait fait saigner deux fois. On me montra le sang de la dernière saignée, contenu en deux palettes; il était divisé en deux parties, la plus inférieure, au fond du vaisseau, était

d'un rouge foncé et très-épais ; l'autre, supérieure, contenait une couche plus épaisse encore, blanchâtre, coëneuse, et d'une très-grande ténacité.

J'examinai le malade attentivement; il était alors tranquillement couché dans son lit, sur le dos, un peu incliné à droite. Sa face était pâle, ses chairs molasses, la peau d'un blanc terne. Je sentis en plaçant la paume de ma main droite sur la région du cœur, que cet organe était dans un mouvement désordonné, tendant à repousser les côtes inférieures gauches extérieurement. Le pouls du bras droit, que je touchai en même temps avec les doigts de l'autre main, me parut très-irrégulier, tantôt fréquent et tantôt lent, avec des intermittences plus ou moins longues ou rapprochées. Plusieurs fois le pouls ayant été touché me parut avoir le même caractère d'irrégularité. Je remarquai, de plus, que le pouls du bras droit ne correspondait pas toujours, par ses battements, avec ceux du cœur, ni même avec celui des artères du bras gauche. Les veines jugulaires, surtout la droite, étaient un peu plus gonflées, par le sang, que dans l'état naturel ; la région des deux hypocondres et celle de l'épigastre étaient un peu tuméfiées et rénittentes; surtout au-dessous du bord costal droit, où je reconnus sensiblement une élévation formée par le foie, plus proëminent alors dans la cavité abdominale, qu'il ne l'est naturellement. Du reste le bas-ventre était tuméfié mais souple; la respiration n'était gênée que lorsque le malade fesait une forte inspiration, se plaignant alors d'une douleur dans la région épigastrique, qui augmentait par le plus léger contact; et comme il y avait des vomiturition fréquentes, on a pu croire à l'existence d'une gastrite, et qu'il fallait prescrire l'application de nombreuses sangsues sur la région épigastrique, au lieu de la saignée du bras, ce qui n'était pas indifférent.

Cependent M. *Udriet* pouvait se coucher dans tous les sens, tantôt sur le côté droit et tantôt sur le côté gauche. Mais il se tenait plus souvent sur le dos. Il avait la langue rouge, sans être très-sèche; ses yeux étaient vifs; il se plaignait par fois de maux de tête, avec quelques battements dans l'intérieur du crâne; les urines étaient assez abondantes, mais variables en couleur et en consistance, étant tantôt claires et tantôt épaisses, glaireuses et noirâtres.

Je crus, d'après cet examen, que la maladie résidait dans le cœur; mais je différai d'exposer mon opinion jusqu'à ce que j'eusse entendu celle de mes confrères qui devaient, d'après leur âge, parler avant moi. Ils examinèrent tous le malade séparément avec la plus grande attention. Deux de mes confrères jugèrent convenable de faire usage, pour une plus parfaite exploration, comme ils l'ont dit, des organes contenus dans les cavités pectorales, de leur nouvel instrument, qu'ils ont appelé *stéthoscope*, *pectoriloque*, ou *cylindre*.

Cet instrument ayant été posé sur la poitrine du malade par un de ses bouts, et l'autre bout contre l'oreille d'un de mes confrères, ce médecin lui fit quelques demandes auxquelles le malade répondit, puis ce médecin affirma pouvoir prononcer, que la maladie résidait principalement dans le poumon droit, et que déja il y avait dans ce viscère quelque excavation dans laquelle la voix du malade *raisonnait* comme dans une cavité, dont les parois avaient quelque élasticité.

L'autre confrère, qui s'était aussi servi de l'instrument, dit qu'il reconnaissait plusieurs altérations dans le poumon droit, mais que de plus il assurait qu'il y avait des traces d'inflammation dans les valvules mitrales de l'oreillette gauche.

Ces assertions étant écoutées auprès du malade, les con-

sultants se retirèrent dans une pièce voisine pour délibérer entr'eux. M. *Gall* ayant obtenu de bons effets des deux premières saignées, et trouvant encore le pouls plein et dur, en proposa une troisième; je fus de cet avis et je dis que je conseillais cette saignée avec d'autant plus d'assurance que je considérais la maladie comme inflammatoire, ayant dans ce moment son siége dans le cœur depuis quelques temps. J'ajoutai que je ne doutais pas qu'il ne fût énormément dilaté avec épaississement de ses parois, celle du ventricule gauche surtout, par quelque vice stéatômateux ancien; peut-être d'origine. La couleur pâle habituelle de la face du malade, qu'il avait toujours eue, et quelques légers engorgements des glandes lymphatiques, ne me donnant pas lieu de croire le contraire. Je dis, de plus, que j'étais convaincu que le foie était tuméfié principalement par le sang contenu dans les veines hépatiques, par rapport à la difficulté qu'il éprouvait pour couler dans l'oreillette droite du cœur, que je croyais très-dilatée et pleine d'un sang plus ou moins concrêt, ainsi que les autres cavités de cet organe qui étaient plus ou moins dilatées, par ce même liquide. Enfin je dis que cette maladie, qui était très-avancée me paraissait incurable.

J'insistai sur le traitement qui fut proposé par M. Gall, surtout la saignée, les deux précédentes ayant opéré un heureux effet, et le pouls continuant d'être plein et dur. Je fus aussi de l'avis d'y réunir les onctions cutanées diurétiques avec les teintures de scille et de digitale pourprée, dans l'huile de térébenthine. Mais comme le malade avait éprouvé plusieurs fois des douleurs en divers endroits du corps, qu'on avait attribuées à des rhumatismes, on préféra de recourir à des vésicatoires apposés extérieurement sur ces mêmes parties. On proposa aussi l'usage

des martiaux, quoique chacun de nous crût que ces remèdes ne seraient que *prophilactiques* et non *curatifs* d'une maladie que nous considérions tous comme incurable.

Le traitement arrêté par nous fut long-temps suivi. Les urines augmentèrent, les œdématies diminuèrent à plusieurs reprises, et reparurent ensuite, mais comme la maladie se prolongeait et que des douleurs du cœur se faisaient ressentir, on recourut aux bains et aux fumigations sulfureuses. Enfin le malade cessa de vivre quelques temps après notre consultation.

Autopsie. Je voulus assister à l'ouverture du corps, qui fut faite par M. *Villeneuve*. Voici ce que l'on remarqua:

« 1° La putréfaction du corps était avancée dans plusieurs endroits; le tissu cellulaire sous-cutané était généralement plein de gaz, et celui des extrémités inférieures contenait aussi beaucoup de sérosité.

« 2° Après l'ouverture du crâne, on a reconnu que l'arachnoïde était presque partout d'une couleur blanchâtre et opaque. Les substances du cerveau étaient ramollies.

« 3° On a observé dans la poitrine que le cœur avait un très-grand volume; qu'il paraissait être presque deux fois plus gros que dans l'état naturel; que ses parois, surtout celles du ventricule gauche avaient un pouce d'épaisseur près de la base de cet organe particulièrement; que la membrane interne des cavités gauches du cœur et de l'aorte étaient violette, surtout vers les valvules mitrales et sygmoïdes.

« 4° La membrane qui revêt les cavités droites du cœur était moins foncée en couleur; celle de l'artère pulmonaire présentait à sa partie postérieure une raie violette, large de trois à quatre lignes; le cœur et tous les gros vaisseaux con-

tenaient beaucoup de sang, et il y avait dans le péricarde trois ou quatre cueillerées d'une eau rouge.

« 5° La cavité droite de la poitrine contenait environ deux litres d'une sérosité trouble et jaunâtre, qui refoulait non-seulement le poumon vers le sommet de la poitrine, mais encore qui repoussait le diaphragme dans la cavité abdominale et particulièrement le foie. Le poumon gauche était uni à la plèvre costale par une adhérence cellulaire qu'on jugea être ancienne. En avant de la division de la trachée-artère, on trouva un *tubercule* gros comme un petit œuf de poule, irrégulièrement arrondi, bosselé, jaunâtre et déja à demi ramolli.

« 6° Le bas-ventre ayant été ouvert on remarqua que le péritoine était fortement distendu par des gaz, résultat de la putréfaction. Il contenait environ un demi litre de sérosité rougeâtre.

« La membrane muqueuse de l'estomac était refoulée dans la cavité de cet organe par des gaz dans le tissu cellulaire qui l'unit à sa paroi membraneuse, laquelle était un peu rouge dans quelques points.

« 7° La moitié inférieure du jéjunum, et le tiers supérieur de l'iléum, et son cinquième inférieur étaient, à l'intérieur, d'un rouge violacé, peu intense. Il y avait, dans le reste du canal intestinal, de loin en loin, quelques stries rouges comme si de très-petits vaisseaux étaient injectés de sang.

« 8° Le foie était un peu plus volumineux que dans l'état naturel, d'une consistance médiocre, moins brun et plus jaune qu'il ne paraît ordinairement.

« 9° La rate était si grosse qu'elle avait le volume des deux poings réunis.

« 10° La substance des reins, dont la couleur était un peu

violette, était ramollie, et la vessie était blanchâtre, mais saine. »

Remarques. Tel est le procès-verbal de l'ouverture du corps de M. *Udriet*, mort d'une maladie du cœur; car nous croyons que c'est à la maladie de cet organe qu'il faut attribuer l'hydropisie qui est survenue et qui a fini par un épanchement d'eau dans la poitrine; laquelle sans doute a beaucoup concouru à l'intumescence du foie qui avait été reconnue pendant la maladie, par le toucher du bas-ventre, au-dessous des fausses côtes droites; cet organe ayant été refoulé par le diaphragme que l'eau de la poitrine déprimait vers la cavité du bas-ventre, en même temps que cette eau comprimait aussi le poumon droit, et le repoussait vers la sommité de la poitrine. Quant à l'augmentation de volume du foie on ne peut s'empêcher de l'attribuer, du moins en grande partie, à la dilatation des veines hépatiques dont le sang, ne pouvait couler aussi facilement qu'il le fait naturellement dans l'oreillette droite, lorsqu'elle est dans l'état naturel; d'où il résultait une dilatation de ces veines et une tuméfaction du foie; en même temps que la substance de cet organe avait aussi pris de l'accroissement.

On ne peut affirmer lequel des deux viscères, du cœur ou du foie, a été primitivement affecté pour agir morbidement l'un sur l'autre; car si d'une part on conçoit que l'engorgement de l'oreillette droite par le sang devait naturellement produire celui des veines hépatiques, dont les rameaux qui les forment se répandent dans le foie; d'une autre part on ne peut se dissimuler que ce viscère ne put être tuméfié, comme il l'est souvent par des substances stéatomateuses, ce malade ayant long-temps auparavant éprouvé une tuméfaction

des glandes cervicales, et son corps ayant présenté, en avant de la division de la trachée-artère, un tubercule gros comme un petit œuf de poule, déja à demi *pourri* ou ramolli, comme font souvent les tubercules stéatomateux, finissant ordinairement par un semblable ramollissement. Aussi croirai-je que ce malade était réellement atteint d'un vice scrophuleux tenant à sa propre constitution; lequel vice se démontre quelquefois dans certains organes seulement, et d'autrefois en affectant généralement le plus grand nombre des parties de notre corps; ce qu'on reconnaît souvent très-bien par l'autopsie anatomique.

Je finirai cet article par faire remarquer, que si je n'ai fait aucune mention, dans l'exposition de cette dernière observation, des altérations que deux de mes confrères avaient dit exister dans les poumons, *c'est qu'elles n'ont pas été reconnues.*

Je ne doute pas que le résultat de toutes ces *recherches artificielles*, dont quelques-unes sont pleines d'illusion, ne soit un jour très-restreint par ceux qui sauront profiter des signes que la bonne clinique peut leur offrir pour reconnaître les affections morbides de la poitrine.

Observation III. M. le duc de San Carlos, ambassadeur d'Espagne, âgé de soixante ans, grand de taille et paraissant jouir d'une forte constitution, avait noblement parcouru sa carrière, d'abord au service militaire, et ensuite dans la grande diplomatie. Dans ses dernières années il avait été chargé par son souverain des relations les plus importantes et des plus difficiles qui lui causèrent souvent de pénibles contentions d'esprit, et quelquefois même de grands chagrins. Il en éprouva un autre plus sensible encore, qui l'affecta de la manière la plus intense. Il eut le malheur de perdre une de ses filles très-

chérie, qu'il avait mariée à Paris, et qui mourut peu de jours après l'accouchement qui avait d'abord paru heureux.

Cette perte inattendue l'affecta tellement que ses fonctions en furent troublées, il éprouva des insomnies et des agitations avec des frémissements du cœur, qui l'affaiblirent beaucoup, physiquement et moralement. Cependant il continua toujours de remplir ses importantes fonctions diplomatiques; mais il éprouva quelques adynamies avec des frémissements, ou mouvements divers dans la région du cœur qui furent plusieurs fois remarqués et considérés, avec raison, comme de vraies palpitations de cet organe. M. *Fiévée*, son médecin ordinaire, lui trouva des intermittences dans le pouls, et lui prescrivit d'abord quelques remèdes anti-spasmodiques; et ensuite, lui ayant reconnu une pléthore sanguine, il lui fit tirer du sang véritablement inflammatoire. Je fus ensuite appelé en consultation auprès de ce malade que je trouvai en meilleur état, au point que les palpitations du cœur étaient réduites à un frémissement très-léger. On me montra le sang extrait par la saiguée qui était concrété et couvert d'une coëne dense et blanchâtre.

Cependant, dans l'intervalle d'une consultation à une autre, le malade ayant éprouvé de nouvelles palpitations du cœur, et M. *Fiévée* lui reconnaissant encore des symptômes qui indiquaient la pléthore sanguine, une seconde saignée fut pratiquée. Le sang qu'on me montra me parut beaucoup moins inflammatoire, un peu moins rouge et moins concret à sa superficie.

Nous prescrivîmes la continuation des boissons anti-spasmodiques et relâchantes, avec quelques cuillerées d'un julep fait avec les eaux distillées de tilleul, de laitue romaine, et

la teinture de digitale pourprée, dont le malade prenait encore séparément quelques grains en poudre avec une légère apparence de succès, quoique l'*adynamie* fut toujours intense, ainsi que la faiblesse et l'intermittence du pouls.

Je fis encore quelques visites à ce malade qui continuait à peu près le même traitement, mais sans succès. L'orthopnée devenant plus intense, on lui appliqua des ventouses, des synapismes aux extrémités inférieures, quoique les palpitations du cœur fussent diminuées à tel point qu'elles étaient à peine sensibles. Je me rendis à une ultérieure consultation; la maladie paraissait plus intense, des faiblesses avec des céphalalgies étant survenues, nons nous retirâmes dans une chambre voisine du malade, pour délibérer sur cette fatale et urgente situation; mais en même temps l'on vint nous proposer, les uns, d'appeler des confrères pour une consultation, d'autres, vinrent bientôt nous dire que le malade était mort, ce qui ne fut malheureusement que trop confirmé.

L'*autopsie anatomique* du corps a été faite trente heures après la mort par M. *Lacroix* fils, docteur en médecine, sous la direction de M. *Marjolin*, professeur de la faculté de médecine, et chirurgien en chef de l'hospice Beaujon, en présence de MM. *Fiévée*, *Salmade*, et moi, médecin consultant; en voici le résultat tel qu'il a été rédigé.

«*Ouverture du crâne*. La dure-mére adhère assez fortement au crâne, il y a environ deux onces de sérosité sanguinolente baignant la base du cerveau. La substance cérébrale est ramollie et contient peu de sang. Les ventricules contiennent peu de sérosité. Le plexus choroïde du côté gauche renferme un kyste hydatiforme, ovoïde de la grosseur d'une noisette. Il existe deux autres kystes de même nature dans le plexus

choroïde droit. La substance du cervelet est un peu ramollie. »

« *Ouverture de la poitrine.* Les plèvres sont saines ; chacune d'elles contient environ une chopine de sérosité ; les poumons offrent leur couleur naturelle, leur tissu est gorgé d'une assez grande quantité de sang ; néanmoins ils sont crépitants.

Le péricarde est environné d'une très-grande quantité de graisse, et contient à peu près une demi-once de sérosité sanguinolente. La lame interne du péricarde dans le voisinage du sommet et de la base du cœur est rouge, épaisse ; elle adhère au cœur le long de son bord gauche et de sa surface postérieure, et a son sommet surtout, dans l'étendue de plusieurs pouces (1), on aperçoit sur la surface du cœur plusieurs fausses membranes. »

« Le volume de cet organe est beaucoup plus développé que dans l'état naturel ; le ventricule droit est dilaté ; ses parois sont amincies ; il contient une assez grande quantité de sang noir. L'oreillette droite est également plus dilatée que dans l'état naturel, elle contenait une concrétion fibrineuse du volume d'une noix, et une assez grande quantité de sang noir. Le ventricule gauche, plus grand que dans l'état normal contient une assez grande quantité de sang ; sa cavité est dilatée ; ses parois sont hypertrophiées. Mais l'épaississement des parois et la dilatation de la cavité ne sont pas dans un rapport exact, quoiqu'il y ait hypertrophie manifeste. La valvule ventriculo-aortique est ossifiée à tout son pourtour et l'origine de l'aorte est rétrécie. »

---

(1) Ces altérations de l'organe seront prises plus bas en considérations.

« *Cavité abdominale.* L'épiploon est chargé d'une grande quantité de graisse ; il en est de même du mésocolon et du mésentére. Le foie, et la rate, sont sains ; ils contiennent beaucoup de sang noir. La membrane muqueuse de l'estomac et du duodénum est enflammée, le reste de l'intestin grèle est sain. La membrane interne du cœcum et du colon offre aussi des traces d'inflammation. Les autres viscères sont sains. »

Remarques. 1° On peut rapporter au ramollissement des substances du cerveau et du cervelet, et à l'épanchement séro-sanguinolent que l'on a reconnu à la base du crâne, non-seulement la cause des douleurs de tête dont le malade s'est plaint long-temps, mais encore celle de l'assoupissement qu'il a éprouvé plusieurs jours avant sa mort, accident auquel il portait quelque soulagement en restant assis sur son fauteuil, la tête penchée en avant et soutenue sur un appui.

2° Les plèvres ont été reconnues saines, du moins elles n'offraient aucune altération apparente, n'étant ni plus rouges, ni plus épaisses, ni ulcérées, ni adhérentes aux poumons. Cependant il y avait un épanchement d'eau dans les deux cavités pectorales, d'environ une chopine dans chacune d'elles, en même temps qu'il y avait aussi une grande quantité d'un sang noir dans le tissu des poumons, ce qui pourrait porter à croire que la portion des plèvres qui le recouvrait, ainsi que leurs lobes laissait cependant traussuder la grande partie de l'eau épanchée dans les cavités pectorales qu'on a reconnue, car on ne peut croire que la portion des plèvres qui revétaient les côtes, les muscles intercostaux internes, le diaphragme et celles encore qui formaient le médiastin, et qui paraissaient saines eussent également con-

couru à cet épanchement; ce qui au reste a été plusieurs fois bien remarqué par *Senac*, et *Morgagni*. Ces savants médecins ont établi que les grands épanchements qn'on trouvait souvent dans les cavités pectorales, venaient presque toujours des engorgements des poumons, souvent réunis aux altérations du cœur, ce que nous avons déja bien des fois observé après ces deux très-grands médecins.

Le plus souvent l'hypertrophie a son siége dans le ventricule gauche, nous ne l'avons du moins jamais reconnu dans le ventricule droit et nous l'avons au contraire observé un grand nombre de fois dans le ventricule gauche (1); de même que nous avons vu des scissures ou ruptures de ce ventricule, celui du côté droit étant seulement très-ample et non rompu, mais tellement ramolli et si mince qu'on avait peine à comprendre comment il avait suffi à la circulation du sang dans le poumon.

3° Le péricarde était recouvert de graisse et il en contenait encore beaucoup dans le tissu de sa membrane externe ou ligamenteuse, ce qui rétrécissait un peu sa cavité, gênait le cœur et troublait ses mouvements; ajoutez à cela que les poumons étaient engorgés de sang, et que les cavités pectorales, comme on l'a dit, contenaient beaucoup d'eau; il en résultait ainsi sur le péricarde et le cœur une sorte de compression qui était encore augmentée par le refoulement du diaphragme dans la poitrine, provenant de l'excès de

(1) J'ajouterai à ce que j'ai fait imprimer sur cette *hypertrophie* du cœur dans le ventricule gauche, que *Malpighi*, dont le corps a été ouvert par son disciple *Pacchioni*, avait le ventricule gauche du cœur hyperthrophié de deux doigts d'épaisseur. *His. de l'Anat.* t. III, p. 117.

graisse dans l'abdomen comme nous le dirons plus bas.

Nous réunirons à cette remarque sur la compression du cœur par ces causes que *Senac*, *Morgagni* et autres anatomistes ont bien remarqué, que c'était chez de tels sujets surchargés de graisse, que les muscles étaient souvent les plus mous, le cœur principalement; quelquefois même est-il couvert de graisse dans des sujets réduits à une maigreur extrême, comme chez les phthisiques, qui ont éprouvé des palpitations du cœur; car elles sont d'ailleurs très-fréquentes dans la phthisie pulmonaire, le plus souvent avant même que la phthisie se déclare, ainsi que dans les malades atteints d'hydropisie du péricarde, ou qui ont des infiltrations séreuses dans les poumons, ou des épanchements d'eau dans les cavités pectorales.

4° Quant au volume du cœur, il était d'un tiers plus gros qu'on ne le trouve ordinairement. On voyait à sa surface externe plusieurs fausses membranes, telles qu'on les voit dans d'autres parties musculaires ou membraneuses qui ont été atteintes d'inflammation.

Cette sorte d'efflorescence membraneuse était remarquable au péricarde intérieurement, surtout le long du ventricule gauche et postérieur du cœur, et encore plus à son extrémité près des fausses côtes ou à sa pointe, désignée aujourd'hui trop généralement sous le nom de *sommet*. Ces adhérences du cœur au péricarde ne pouvaient-elles pas empêcher sa pointe de se rapprocher des fausses côtes? cela est probable : quant aux syncopes elles ont été mortelles, lorsque le ramolissemeut du cœur est devenu intense, genre de mort bien différent de celui dont parlent quelques médecins anatomistes qui rapportent des observations sur

la rupture des fausses côtes par la pointe du cœur (1).

Il est vrai que les auteurs qui rapportent ces faits ont fait observer que ces malades avaient les côtes ramollies par le vice rachitique, ou en état de carie après d'autres maladies. Or, pour que la pointe du cœur puisse produire une palpitation plus ou moins forte contre les côtes, il faut qu'elle soit naturellement libre de toute adhérence, ce qui n'avait pas lieu dans cet ambassadeur.

Sans doute que les palpitations du cœur étant aussi devenues beaucoup moins fortes, s'étaient d'abord converties en simples frémissements, et qu'elles avaient enfin cessé avec la vie, par suite du ramollissement et autres désorganisations du cœur.

5° Le ventricule droit était beaucoup plus ample qu'il n'est ordinairement; ses parois étant très-amincies et ramollies comme je les ai trouvées dans ceux qui avaient quelque *hypertrophie* du cœur dans le ventricule gauche, et non une fois, mais dans plus de vingt sujets que j'ai traités, ou dans des cadavres qui ont servi à mes démonstrations anatomiques.

Le ventricule droit était plein de sang noir, comme il l'est toujours naturellement.

Quant à la concrétion *fibrineuse*, qu'on a trouvée dans l'oreillette droite, qni était très-ample, on en a remarqué de semblables plusieurs fois, non-seulement dans les quatre cavités du cœur, mais encore dans celles des grandes artères

(1) On trouvera dans mon *Anat. médic.*, t. III, divers faits qui viennent à l'appui de cette question; et encore dans le précis de mon cours de Physiologie expérimentale au collége royal de France en 1771.

et veines, et dans des sujets morts de diverses maladies sans aucun symptôme qui les eut indiquées, ce qui a fait croire que ces concrétions fibreuses pouvaient se former après la mort.

6° La cavité du ventricule gauche était aussi plus ample que dans l'état ordinaire, quoiqu'il y eût en elle une hypertrophie si considérable que *l'épaississement des parois n'était pas en des rapports exacts* avec sa cavité.

Quant à moi, je ne doute nullement que l'hypertrophie ne diminue plutôt la contractilité du ventricule où elle réside, qu'elle ne l'augmente, comme je l'ai fait imprimer plusieurs fois; ne pouvant croire qu'une partie du cœur étant ainsi désorganisée, puisse avoir plus de force que lorsqu'elle est naturelle. En effet, dans l'état de santé, si le cœur paraît quelquefois exercer plus d'action sur le sang en se contractant avec plus de force et de rapidité, ce ne peut être que pour peu de temps, et étant encore bien organisé. Bien plus, j'ai dit dans mes *Mémoires sur plusieurs maladies*, que si les parois du cœur éprouvaient quelquefois une rupture dans les parties les plus épaisses, c'est qu'elles étaient dans l'état morbide, et par-là moins susceptibles de contraction, que dans leur état naturel, les parties musculaires perdant alors de leur contractilité; d'où il résultait que lorsqu'il existe un anévrisme ou une dilatation des cavités du cœur, leurs parois étant débilitées, exercent une action sur le sang, inférieure à celle qu'il opère sur lui naturellement; de sorte que le pouls est plus faible, plus mou et intermittent. Je ne craindrai pas de dire qu'on a aujourd'hui une fausse idée des anévrismes qu'on a surnommés *actifs*, et que malheureusement la clinique doit se ressentir de cette nouvelle opinion.

Je ne doute nullement qu'ils ne terminent par être *passifs*,

comme tous les autres anévrismes le sont relativement aux forces contractiles des parois du cœur qui sont alors très-diminuées. Ce n'est jamais que selon la résistance que le sang leur oppose pour pénétrer et parcourir les artères, et ensuite les veines pour revenir au cœur, qu'on peut apprécier leur action sur ce liquide.

Malheureusement des modernes ont cru que lorsque les parois du cœur étaient plus épaissies, elles étaient plus fortement contractiles, ce qui est souvent le contraire. A-t-on trouvé, en effet, pour admettre une telle idée, comme le dit *Senac*, dans son Traité du Cœur, de nouvelles fibres musculaires dans cet organe? Non, sans doute; mais seulement des excroissances fongueuses, parmi lesquelles on peut quelquefois remarquer, comme je l'ai tant de fois vu, des carnifications, avec des parties plus ou moins ramollies, ou d'autres fois dilacérées et avec des ouvertures plus ou moins considérables, par lesquelles le sang du ventricule du cœur s'est épanché dans le péricarde, et a promptement causé la mort.

Les anévrismes du cœur et des artères se forment souvent lorsqu'il y a en eux une disposition morbide qui change leur action sur le sang. Est-elle, par exemple, trop forte dans les ventricules du cœur, seulement par suite de l'irritation de ses nerfs (1), cet organe étant d'ailleurs, quant à sa structure,

(1) Voyez dans notre *Anat. méd.* la description des nerfs, antérieure à celle de *Scarpa*, anatomiste très-célèbre de Pavie; on y trouve aussi diverses remarques importantes sur la nature et les causes des anévrismes et des varices, dans le cœur dans les artères, et les veines.

dans son état naturel, l'anévrisme peut se former dans les artères avec lesquelles il communique d'abord immédiatement, ou dans des artères plus éloignées surtout si leurs parois sont affaiblies par quelque cause que ce soit.

Celles-ci, au contraire, offrent-elles trop de résistance au sang que le cœur pousse dans leur cavité, ces artères s'en remplissent vers le cœur ainsi que les ventricules de cet organe qui se dilatent, souvent en se désorganisant, et elles peuvent alors former l'anévrisme des ventricules.

Or, dans ces deux cas, le sang est le seul agent qui le produit. C'est, sans doute, d'après ces considérations et autres encore que je ne puis exposer dans ce Mémoire, que *Valsalva, Morgagni, Senac, Haller, Lieutaud* et tant d'autres savants médecins, n'ont admis que des anévrismes passifs, relativement aux parois du cœur et des artères, et que j'ai eu généralement la même opinion.

7° Dans ces malades, les trois valvules *aortiques*, ainsi que le cercle ligamenteux qui les réunit et qui les attache à l'orifice du ventricule gauche du cœur et à l'artère aorte, étant ossifiés et ayant acquis un excès de volume, ont perdu leur souplesse naturelle et n'ont pu remplir leurs usages. L'orifice aortique du ventricule gauche du cœur, étant ainsi plus ou moins rétréci, le sang a dû augmenter en quantité dans ce ventricule et en distendre insensiblement les parois. Sa circulation par les artères et veines coronaires aura été conséquemment viciée, d'où sera nécessairement survenue une vraie désorganisation du cœur, du ventricule gauche principalement ; enfin l'hypertrophie qu'on a reconnue par l'autopsie, se sera de plus en plus formée, et aura causé l'anévrisme du ventricule gauche.

N'est-ce pas d'une manière à peu près semblable que se forment souvent les *anévrismes* dans les artères, et les *varices* dans les veines? Il faut observer que les anévrismes ont dabord, et pendant très-long-temps un battement *isochrone* aux pulsations des artères et que les varices en sont dépourvues à l'exception des deux troncs de la veine cave supérieure et inférieure qui jouissent naturellement d'une *systole* et d'une *diastole* qui peuvent être augmentées quand le cœur est dans un état morbide.

Combien de faits de ce genre ne pourrions-nous pas rapporter, d'après nos lectures et nos observations, qui prouveraient que des fonctions naturelles, qui font l'objet des méditations des physiologistes, ont été confirmées par les résultats pathologiques et même par les autopsies; d'où il résulte que si la physiologie est utile à la médecine clinique, la pathologie et les autopsies anatomiques ne le sont pas moins; mais que les physiologistes craignent de se livrer avec trop de complaisance à leurs conjectures! je les ai toujours appréhendées.

C'est aussi d'après ces vues que j'ai intitulé mon ouvrage *Anatomie médicale*, parce que la physiologie et la pathologie ont également concouru à le former. C'est ainsi que *Riolan*, *Harvée* (1), *Morgagni*, *Senac* et autres savants l'avaient nommée avant moi, tandis qu'aujourd'hui les uns l'appellent *pathologique* et d'autres *physiologique*. Mais comme ces deux sciences de l'homme sain et malade concourent également

(1) Utinam *anatomiam medicam*, sicut habebat in animo, edidisset, certè ipso dignam, *Morgagni*, *De sed. et caus. morbor. lib. II. epistola ad Guilielmum Bromfield.*

à éclairer la médecine, je persiste à croire que j'ai donné à mon livre le titre qui lui convient.

Observation IV. Madame la comtesse de *Montsoreau*, âgée de soixante-neuf ans, d'une constitution très-sensible et irritable, était naturellement maigre, et depuis quelque temps encore plus qu'elle ne l'avait été. Elle avait déja éprouvé, dans les temps froids et humides, plusieurs affections catarrhales, avec des douleurs rhumatismales en diverses parties du corps, surtout dans la région lombaire droite; elle avait quelquefois un teint jaune, avec des éruptions dartreuses au nez et sur les joues; ses urines diminuèrent en quantité, elles étaient plus rouges et laissaient déposer un sédiment qui les coloraient. Il lui survint une légère œdématie des pieds et des jambes avec de l'orthopnée et des quintes de toux quelquefois très-violentes.

Réduite à une grande faiblesse, elle revint de la campagne à Paris, et me fit appeler pour lui donner des soins dans l'automne de 1826; son pouls était faible, irrégulier et intermittent entre la quatrième et la cinquième pulsation; elle éprouvait en même temps des palpitations violentes du cœur. Comme il y avait une œdématie des jambes qui me paraissait faire des progrès, je crus que cette maladie était très-dangereuse, et je réclamai une consultation avec M. *Montaigu*, le plus ancien médecin de l'Hôtel-Dieu, et premier médecin-consultant du roi.

Cette consultation fut acceptée. Nous jugeâmes, mon confrère et moi, que la malade était atteinte d'une palpitation du cœur très-grave, d'autant plus qu'elle nous assura que cette palpitation existait depuis long-temps, et qu'elle pouvait avoir fait depuis peu de grands progrès. Nous fûmes d'avis,

entre nous, que l'hydropisie qui s'annonçait serait bientôt plus intense, et qu'elle pourrait finir par un *hydrothorax*, comme les maladies du cœur caractérisées par des palpitations le deviennent très-souvent.

Nous prescrivîmes pour boisson une tisane diurétique faite avec les racines de chiendent, les feuilles de pariétaire, qu'on ferait bouillir dans trois demi-septiers d'eau, pour réduire aux deux tiers, et d'ajouter à cette décoction, en la retirant du feu, une forte pincée de cerfeuil qu'on laisserait infuser pendant peu de temps; de la couler ensuite et d'y ajouter 15 grains de sel de nitre et une once d'oximel scillitique, pour donner en trois ou quatre prises dans la journée. Nous conseillâmes aussi deux pilules, de deux grains chacune, avec la poudre de digitale pourprée. La malade en prenait une le matin et une autre le soir, en recommandant d'en augmenter le nombre s'il était nécessaire. Cependant elle éprouvait depuis quelque temps des insomnies longues et fatigantes, je crus devoir lui conseiller, pour le soir, un julep paregorique légèrement opiacé. Ce traitement ayant été suivi plusieurs jours, l'écoulement des urines fut plus abondant, la peau moins sèche, et la transpiration se convertit en une sueur remarquable. L'œdématie disparut, la respiration fut libre, et les palpitations du cœur furent à peine sensibles, tandis que les intermittences du pouls diminuèrent considérablement, et n'avaient lieu d'abord qu'entre la dixième et la onzième pulsation, et ensuite entre la seizième, la dix-septième ou dix-huitième.

Cependant ces intermittences s'éloignèrent encore davantage. Quelque temps après l'appétit de la malade revint, et elle parut se rétablir au point de reprendre ses occupations

ordinaires et d'aller jouir de la promenade, quelquefois en voiture et un peu à pied, quand le temps le permettait.

Mais ne pouvant croire qu'une maladie aussi grave eût ainsi disparu, nous conseillâmes, mon confrère M. *Bruneau*, médecin ordinaire de la maison, et moi, de continuer l'usage de la tisane diurétique qu'elle prenait déja, mais en moindre quantité; d'y joindre l'usage des sucs dépurés des plantes apéritives, la saison le permettant, en les édulcorant avec le sirop des cinq racines apéritives, et d'y réunir quelques pilules toniques et apéritives avec l'éthiops martial, les extraits amers et l'assa-fœtida. Cependant ce raitement, que la malade suivait exactement, n'empêcha pas que les pulsations irrégulières ne revinssent avec tous leurs accessoires, les orthopnées et les syncopes, qui furent effrayantes.

On appliqua des synapismes aux pieds, ensuite aux cuisses: on réitéra l'usage des diurétiques, la poudre de digitale surtout et à plus forte dose, on recourut même à quelque vésicatoire volant. Ce traitement ramena en peu de temps la malade à un meilleur état, au point qu'elle put aller passer près de trois mois, à la campagne, à peu de distance de Paris où elle se maintint, avec des soins multipliés, pendant quelque temps en un meilleur état; mais cependant en éprouvant des orthopnées et quelques faiblesses ou syncopes légères.

On remarqua que pendant les rémittences des palpitations du cœur et des orthopnées, la couleur rouge du nez était plus vive et plus étendue, un peu granuleuse, avec quelques légères démangeaisons ; mais encore alors la malade éprouvait un peu de douleur et de la gêne qui se propageait au-dessous du foie, dans la région lombaire droite, où elle était

plus vive quand on la touchait, ou lorsque la malade faisait une plus grande inspiration, ce qui lui a fait dire plusieurs fois à ses deux médecins : *vous m'avez guéri le cœur, mais vous ne m'avez pas guéri le bas-ventre.*

Me la comtesse de Montsoreau éprouvait des orthopnées de plus en plus violentes, ce qui nous faisait craindre, avec juste raison, une hydropisie de poitrine, d'autant plus que le pouls était toujours faible et intermittent.

Un tel état nous obligea plusieurs fois, M. *Bruneau* et moi, de prescrire à la malade, pour lui procurer la liberté du ventre, un demi-gros, ou un gros de magnésie blanche, ou une demi-once à une once d'huile de ricin, ce qui a plusieurs fois assez bien réussi; toutefois en maintenant la malade dans son malheureux état de faiblesse et de *souffrance.* Elle put cependant revenir à Paris au commencement de l'antomne dernier 1827, elle y éprouva de nouvelles syncopes, sans être précédées de palpitations du cœur, comme auparavant : enfin ces mêmes palpitations n'eurent plus lieu.

Plusieurs fois nous avons diminué l'œdématie par les diurétiques, en rétablissant le cours des urines, et la malade a pu sortir en voiture, une ou deux fois, après son retour à Paris. Mais cet état a duré peu de jours; de nouvelles faiblesses étant survenues qui l'ont empêchée de sortir de son appartement, sans éprouver d'ultérieures palpitations du cœur. Cet état de débilité s'est ainsi prolongé quelque temps, sans un surcroît d'autres accidents.

Enfin, madame la comtesse *de Montsoreau* semblait encore se soutenir, voyant tous les jours sa famille. Elle la réunit un jour à dîner avec elle, et la soirée fut prolongée sans que la malade parût plus souffrante. Je la vis ce soir,

avec M. *Bruneau :* nous fûmes cependant frappés de la diminution de l'œdématie des jambes sans un surcroît d'urines ; et nous craignîmes, avec juste raison, que la malade ne touchât à son heure dernière, ce qui arriva en effet, car elle fut à peine couchée qu'elle éprouva une courte syncope qui termina sa vie à six heures du matin.

Remarques. Nous n'avons pu, à notre grand regret, obtenir l'autopsie de la vénérable dame dont je viens d'exposer fidèlement la maladie; mais nul doute que ses résultats n'eussent été semblables à ceux de la marchande de la rue du Four, et autres que nous avons exposés précédemment dans nos Mémoires et dans celui que nous lisons aujourd'hui, les symptômes et autres circonstances de la maladie ayant été les mêmes.

Tous ces malades, comme nous l'avons dit, sont morts après avoir éprouvé des palpitations du cœur plus ou moins violentes et à divers intervalles, comme par des accès désordonnés, plutôt cependant avec une grande rémittence qu'avec une vraie intermittence ; tous ont éprouvé des hydropisies qui sont devenues plus ou moins intenses, souvent en commençant par la simple œdématie des mains ou des pieds, quelquefois l'une précédant l'autre, ou l'une d'elles manquant (1).

Dans tous ces malades, les hydropisies étaient plus con-

(1) Madame de Montsoreau n'a jamais eu d'œdématie aux poignets, mais elle en a eu une aux extrémités inférieures très-considérable, tandis que d'autres malades, chez lesquels on avait trouvé de l'eau dans la poitrine: avaient eu les extrémités supérieures très-tuméfiées et non les inférieures. sans doute par quelque cause, qui résidait dans le bas ventre, et avait donné lieu à cette différence dans le siége de l'œdématie.

sidérables le soir que le matin, tandis que la bouffissure du visage était plus ou moins prononcée le matin que le soir, et cela par rapport au *décubitus* de la nuit; il y avait aussi chez eux des orthopnées, quelquefois avant que l'hydropisie s'annonçât ultérieurement, et d'autrefois lorsqu'elle était évidente; si les urines étaient diminuées dans leur quantité, elles étaient généralement plus rouges et plus épaisses; les malades se plaignaient d'éprouver plus ou moins de soif, et notamment *madame de Montsoreau;* leur pouls avait des irrégularités et des intermittences fréquentes, quoique en s'affaiblissant de plus en plus, et finissant par être insensibles au toucher; en même temps cependant que les orthopnées devenaient plus intenses et enfin mortelles, souvent avec une diminution apparente de l'intumescence extérieure des membres, mais sans augmentation des urines, comme nous l'avions remarqué dans cette dernière malade, peu d'heures avant sa mort.

Nous eûmes, M. *Bruneau* et moi, le plus grand regret qne la malade n'eut jamais voulu consentir à prendre du quinquina dans les temps de la rémission des palpitations du cœur et du pouls. Nous lui eussions même prescrit quelques pilules de sulfate de quinine, si elle n'eût éprouvé des vomiturітions et des douleurs violentes dans l'estomac et dans les intestins, douleurs qui s'étendaient dans la région lombaire.

Quelques considérations sur le traitement des palpitations du cœur avec ou sans hydropisie.

Il faut, avant de prescrire aucun remède, examiner les principales espèces de palpitations du cœur qui sont bien reconnues, et savoir qu'on peut les rapporter au moins à quatre, très-différentes et distinctes.

Sont-elles purement *spasmodiques*, je veux dire provenant du cerveau, de la moelle épinière ou des nerfs, le cœur étant principalement d'un excès d'irritation, et quelquefois de sensibilité?

Proviennent-elles de l'*inflammation* du cœur par excès de sang dans ses vaisseaux?

Dépendent-elles de quelques *vices* avec *fièvre* ou *sans fièvre*?

Enfin sont-*elles l'effet d'une cause qui trouble les mouvements du cœur*, en exerçant sur cet organe quelque compression, ou resserrement; ou quelque autre effet?

Il faut toujours dans ces cas, prendre en considération ces diverses espèces de palpitations et les distinguer autant qu'il est possible pour en pouvoir prescrire le vrai traitement.

Il faut savoir encore si les palpitations du cœur sont anciennes, ou récentes.

Si elles ne sont que *spasmodiques*, comme cela a lieu chez les enfants, ainsi que chez les femmes qui sont *fluettes*, sensibles, irritables, et très-susceptibles des affections morales les plus vives, il faut alors prescrire les boissons rafraîchissantes, adoucissantes, et légèrement anodines, des bains émollients, les laitages, qui suffisent ordinairement; rarement les sangsues sont indiquées; quelquefois il faut ensuite avoir recours aux dépuratifs les plus doux et donnés à propos.

Si les palpitations sont produites par l'*inflammation du cœur*, souvent réunie à celle du péricarde, des poumons, du diaphragme, alors les saignées conviennent presque toujours, ainsi que les boissons anti-spasmodiques, les synapismes aux pieds, etc.

Mais si les palpitations du cœur proviennent des vices avec *fièvre* ou sans *fièvre*, il faut en savoir varier le traitement, et, à

cet égard, je ne craindrai pas d'entrer dans quelques détails qui m'ont paru utiles.

On compte, avec raison, parmi les *vices avec fièvre* qui peuvent affecter le cœur, ceux qui se manifestent à la peau dans les fièvres putrides-malignes, le typhus, la peste.

Ceux qui sont exanthématiques, ou avec une fièvre qui les précède et qui paraissent pendant leur cours, telles que la variole, la rougeole, le pourpre, le millet, et celles encore qui sont des effets de quelque *suppuration* intérieure, comme ceux de la phthisie pulmonaire ou d'autres organes.

Quel est le médecin qui, après avoir conseillé l'application aux jambes des sinapismes ou des vésicatoires, n'a pas heureusement prescrit le quinquina, seul ou réuni au polygala, à la serpentaire de Virginie, avec ou sans addition d'acétate d'ammoniaque, dans des fièvres malignes, en y comprenant le typhus, avec des palpitations du cœur et des intermittences du pouls suivies de syncopes les plus graves?

Combien d'étonnantes guérisons de ce genre n'a-t-on pas ainsi opérées depuis que *Guglielmini* (1), célèbre médecin de Bologne, a prescrit le quinquina contre les fièvres insidieuses, et ensuite *Ramazini, Torti, Burseri,* et tant d'autres médecins d'Italie, de France, d'Angleterre et successivement de tous les pays, qui ont heureusement prescrit ce remède!

Je pourrais aussi dire que j'ai obtenu du quinquina les plus grands succès, et sur des sujets chez lesquels cette sorte de fièvre insidieuse était prononcée par des intermittences du pouls fréquentes et irrégulières.

Je dirai plus, je ne me suis pas toujours borné à prescrire le quinquina dans la fièvre insidieuse qui était survenue après

(1) Voyez Morgagni *de sed. et caus. morb. Epits. XXX.* N° 5.

des fièvres putrides devenues malignes, en y comprenant le typhus et autres fièvres pestilentielles ; je l'ai aussi conseillé dans des cas où la fièvre insidieuse était survenue par toute autre cause différente qui avait précédé, même dans des circonstances dans lesquelles des médecins très-habiles défendaient de l'ordonner.

L'Académie a entendu à ce sujet un de mes Mémoires dans lequel j'ai exposé l'heureux résultat du quinquina donné dans cette sorte de cas avec des frémissements, ou de très-légères palpitations du cœur.

Je l'ai également conseillé, avec des succès remarquables, dans la *cardite*, ou inflammation du cœur avec des palpitations, d'abord violentes qui décroissaient ou avaient cessé, je l'ai, plusieurs fois encore, conseillé heureusement dans des *céphalites*, des *pulmonites*, des *gastrites*, etc.

Le principal objet du praticien est de le prescrire à propos, jamais pendant l'activité de l'inflammation, ni quand les forces de la nature sont extrêmement épuisées ; car que peut-on attendre d'un remède quand l'organe n'existe plus en quelque manière par son extrême ramollissement, ou par son érosion? cependant alors le quinquina ne peut nuire.

Quant aux *vices sans fièvre* qui donnent lieu souvent aux palpitations du cœur, on y compte celui de quelques légers érysipèles, des herpétiques, des psoriques, des vénériens, des scrophuleux, des scorbutiques, des arthritiques ; ceux des rhumatismes, et autres encore qui ont des différences très-réelles, quelques remarques contraires que des médecins modernes ayent faites à ce sujet. On voit par là combien ces traitements doivent être variés, non-seulement relativement à leur nature diverse, mais encore relativement à l'époque de la maladie où l'on met le traitement en usage.

Nul doute qu'il ne faille, dans tous ces cas, en faciliter l'éruption, ou leur développement, et par conséquent tantôt en excitant et en augmentant les forces du malade, et tantôt en les débilitant, selon qu'elles excèdent; quelquefois par la saignée, si le pouls est dur, fort et plein; en même temps que l'on en seconde l'heureux effet par l'usage des boissons abondantes et légères, par des bains même. Tandis que d'autres fois ce sont des toniques plus ou moins forts qui sont nécessaires, parmi lesquels les sudorifiques doivent être compris pour accélérer l'éruption des exanthèmes, pustules, etc. On les seconde souvent par les vésicatoires, les sinapismes et les ventouses, quelquefois encore par le *quinquina*, seul ou réuni à d'autres remèdes plus ou moins toniques, au polygala, même à l'acétate d'ammoniaque (1); ce que l'expérience nous a prouvé, lors surtout qu'il y a des irrégularités et des intermittences dans le pouls avec des faiblesses et des syncopes. L'hydropisie même, non-seulement ne s'y oppose pas, mais au contraire elle indique en pareil cas l'utilité de ce remède, même à haute dose.

---

(1) Plusieurs anciens auteurs célèbres, entendant mal *Hippocrate*, et ayant abusé des remèdes échauffants, ont donné lieu à de nombreux malheurs. Le grand *Sydenham* est un des premiers, parmi les modernes, qui ait bien observé qu'il fallait quelquefois non-seulement s'en abstenir, mais même ordonner des remèdes rafraîchissants, quelquefois la saignée. On pourrait voir dans ma *Dissertation sur la petite vérole*, que j'ai heureusement conseillé la saignée du bras à M. le *Vidame de Vassé*, pour faciliter l'éruption de la petite vérole, tandis que, pour produire le même effet dans un autre malade j'ai conseillé de couvrir par un grand cataplasme avec des gousses d'ail ramollies sous la cendre chaude et concassées ses extrémités inférieures, pour provoquer l'éruption de la petite vérole, ne pouvant chez elle faire usage des vésicatoires avec les cantharides, parce qu'elle était très-sujette à des *hœmaturies*.

L'observation que j'en ai rapportée dans mon Mémoire sur le quinquina, imprimé dans le volume de l'Académie (année 1822) sur la maladie de Madame de *Villette*, et autres que je pourrais citer, offrent des exemples de succès bien frappants de ce remède. Je ne doute pas que de pareilles guérisons ne puissent souvent avoir lieu et par les mêmes moyens.

Tous les *vices*, sans fièvre, pouvant d'abord affecter le cœur, il faut soigneusement s'enquérir de la nature de celui qui existe, puisqu'il faut le combattre par le remède qui en est presque le spécifique.

Mais, s'il n'y a qu'un excès d'irritation nerveuse, comme cela a lieu souvent dans les enfants et les femmes généralement, ainsi que dans ceux qui sont d'une sensibilité et d'une irritabilité extrêmes, les anti-spasmodiques, relâchants, adoucissants, légèrement narcotiques, suffisent souvent alors, ainsi que les bains tièdes ; les remèdes qui produisent un effet contraire sont nuisibles.

Les palpitations du cœur par pléthore sanguine, qui sont très-fréquentes, bien reconnues, ou comme générales, ou comme particulières au cœur, ou communes aux poumons, au foie, à l'estomac, etc., exigent des saignées copieuses, les boisssons délayantes, anodines, les bains tièdes, etc. ; il n'y a qu'une *asthénie* portée à un grand degré, qui puisse proscrire un tel traitement.

Mais malheureusement, le ramollissement du cœur commence à se former, et c'est alors qu'il faut recourir aux toniques, particulièrement au quinquina.

Si les palpitations du cœur surviennent après une *suppression de la transpiration* ou d'autres excrétions insensibles, les diaphorétiques et sudorifiques sont indiqués, si l'état du pouls le permet ; les bains tièdes, les vésicatoires mêmes sont souvent nécessaires.

Il faut varier le traitement selon la nature du *vice* qui produit les palpitations. Le *psorique*, par exemple, réclame les sulfureux; le vénérien, les mercuriaux; le scrophuleux également les mercuriaux, mais à très-petite dose et alors réunis aux amers et aux anti-scorbutiques, dont nous avons nous-même fait un si heureux usage dans les phthisies pulmonaires scrophuleuses surtout avant qu'elles soient confirmées (1).

Si le *vice scorbutique* domine, les sucs dépurés de cochléaria, de beccabunga, de cresson doivent être prescrits; et les ferrugineux, lorsqu'il y a une tendance aux infiltrations, ou un retard des règles chez les femmes (2).

Je dirai aussi que j'ai plusieurs fois conseillé d'ajouter aux remèdes que j'ai prescrits d'après telle ou telle indication, de l'eau de chaux plus ou moins modifiée en plus ou moins grande quantité.

J'ai même traité une malade hydropique, avec M. *Lesueur*, chez laquelle on reconnaissait une tumeur considérable et dure dans la région de l'ovaire droit.

Cette malade était atteinte d'une ascite confirmée. Je lui prescrivis un demi-septier d'une eau seconde de chaux, très-légère, à prendre dans la journée, ce qu'elle fit plusieurs jours, avec addition de deux cuillérées à bouche de sirop des cinq racines apéritives dans chaque demi-septier. C'est par ce traitement que les urines augmentèrent beaucoup en quantité, et que l'hydropisie disparut.

---

(1) Voyez la recette d'un sirop anti-scorbutique dépuratif que j'ai publiée, dont on a fait et dont on fait encore un très-grand usage, surtout contre le vice scrophuleux. Mémoires, tome III, p. 236, sur les maladies héréditaires.

(2) *Sénac*, *Morgagni*, et autres grands médecins, ont fait un heureux usage des ferrugineux en pareil cas.

Ayant ensuite cherché à reconnaître la tumeur de l'ovaire par le toucher du bas-ventre, nous trouvâmes qu'elle avait considérablement diminué de volume, et qu'elle était bien plus ramollie. Nous avons aussi rapporté plusieurs heureux traitements des intumescences des organes, avec plus ou moins de consistance, en diverses parties du corps, compliquées de palpitations du cœur avec des intermittences et ramollissement du pouls, par l'antimoine cru (sulfure d'antimoine), et souvent avec de l'eau de chaux réunie à l'usage des amers, surtout du quinquina.

C'est par la lecture de l'ouvrage de *Sénac* sur le cœur, que j'avais reconnu que l'eau de chaux pouvait aussi être efficace. *Sénac* l'a conseillée contre quelques maladies du cœur compliquées d'hydropisie.

Telle a été la clinique des médecins les plus célèbres dont j'ai lu les ouvrages et dont j'ai suivi les maximes, du moins autant que je l'ai pu. Je renvoie, à cet égard, à mes deux Mémoires imprimés dans les volumes de cette Académie, le premier en 1807, et le second en 1822.

Mais à combien de considérations, plus ou moins importantes ne faut-il pas se livrer pour faire un heureux appel aux remèdes salutaires, préférablement aux autres! L'expérience en a cependant confirmé les plus heureux effets, puisque, par leur moyen, on a guéri des palpitations du cœur si diverses, et qu'on a aussi pu prévenir les désorganisations de cet organe, surtout la conversion de sa substance en adipocire, qui paraît en être le dernier terme; car je ne doute pas que, par l'action des remèdes dont je viens de parler, on ne puisse parvenir à détruire des altérations de ce genre, et autres, qui commencent à se former dans les organes internes,

sans en excepter le cœur, puisqu'il est très-probable, s'il n'est prouvé, qu'on est parvenu à diminuer le volume de cet organe, et enfin qu'on en a du moins détruit quelques excroissances ou accroissements vicieux, par des remèdes internes; tantôt avec l'*or* donné en substance, ou en diverses préparations, comme l'ont cru les médecins Arabes; et qu'aujourd'hui les médecins le conseillent dans diverses préparations; tantôt réuni aux *mercuriaux,* et tantôt aux *ferrugineux;* quelquefois avec l'antimoine cru (sulfure d'antimoine); avec les *sulfureux;* quelquefois avec l'*iode* (1) donné avec prudence intérieurement, ainsi qu'avec les *magistères de bismuth* (oxides de bismuth), donnés sans de graves contre indications, même encore avec d'autres remèdes qui ont produit d'utiles effets contre les palpitations du cœur bien confirmées.

Qui ignore que *Sénac* et autres grands médecins ontprescrit utilement les préparations martiales contre des intumescences du foie compliquées de jaunisse et de palpitations du cœur; tandis que d'autres médecins ont conseillé, avec le plus grand succès, lorsque la fièvre syncopale s'annonçait, le *quinquina* à haute dose, réuni ou non à l'acétate d'ammoniaque, quelquefois au polygala, à la serpentaire de Virginie.

Il résulte ainsi qu'on a pu prévenir et empêcher le ramollissement ou la dégénérescence du cœur et d'autres parties du corps, surtout quand ils commencaient à se former, quelquefois lorsque les inflammations se relâchaient et que les syncopes succèdaient aux douleurs, le pouls, de dur et plein qu'il

(1) M. *Lugol* vient de rapporter, dans son Mémoire lu à l'Institut il y a peu de temps, des observations très-importantes sur l'efficacité de l'*iode* contre des excroissances diverses, externes ou internes, surtout chez les scrophuleux.

était, devenant de plus en plus intermittent et plus souple.

Je ne puis m'empêcher de rappeler ici que des tumeurs fongueuses externes, d'un volume plus ou moins considérable, ont enfin totalement disparu, par un usage plus ou moins long des remèdes internes, que nous appelions autrefois *apéritifs*, *fondants*, *dépuratifs*; j'ai rapporté, dans deux Mémoires, des faits qui le prouveraient, si d'ailleurs tous les gens de l'art n'en connaissaient de semblables. N'a-t-on pas vu, en effet, des excroissances polypeuses au nez, à l'anus, à la vulve, et autres excroissances de diverse nature, telles que les *fics*, les *marisques*, les *porreaux*, les *verrues*, qu'on a guéries par des remèdes extérieurs et même intérieurs? Nos livres en contiennent une multitude d'exemples.

Je vais seulement rapporter une observation qui m'a paru venir à l'appui de ce que j'ai avancé dans ce mémoire sur l'utilité de pareils remèdes. Elle concerne une fongosité énorme extérieure qui fut guérie par un traitement méthodique.

Observation V. Une jeune dame, âgée de vingt-trois ans, jouissant en apparence de la meilleure santé, vint me consulter pour une excroissance fongueuse qui lui était survenue extérieurement autour de l'orifice de l'anus et qui paraissait d'abord le boucher. Cette excroissance ressemblait à un chou-fleur, d'un assez gros volume; on y voyait diverses parties arrondies, comme des grains de groseille, de raisin, et dont quelques-uns avaient un aspect charnu.

Cette intumescence était adhérente autour de l'anus par plusieurs pédicules formés de filaments rapprochés, longitudinaux, dont chacun avait cinq à six lignes de largeur sur à peu près quatre à cinq de hauteur. Ils étaient rougeâtres et ensuite se confondaient extérieurement avec la masse de l'excroissance fongueuse. D'ailleurs le reste de la tumeur était

adhérente à la peau et laissait suinter, tout autour, un peu de sérosité rougeâtre. Cette fongosité n'avait d'abord fait que des progrès lents, mais ensuite elle en fit de beaucoup plus rapides, sans cependant être douloureuse en elle-même. Je crus devoir appeler en consultation *Sabatier* et *Baudeloque*, cette dame étant grosse de trois mois, et l'excroissance couvrant une grande partie de la vulve inférieurement.

Nous apprîmes que le mari avait eu quelques légères gonorrhées et qu'il avait eu, à la peau, des éruptions dartreuses en diverses parties du corps.

Comme la malade était maigre, très-irritable et sensible, son visage étant rouge, les yeux très-vifs, et ayant de légères palpitations du cœur, nous crûmes devoir lui prescrire un traitement intérieur, le plus doux, après une saignée de deux palettes de sang, lequel fut très-coëneux. Nous lui conseillâmes de prendre pendant quelque temps, tous les jours, deux à trois verres de trois à quatre onces de la tisane de *Feltz* (1); d'employer, sur cette tumeur, des lotions avec une décoction de feuilles de saponaire et de fleurs de sureau avec moitié d'eau de chaux (2), à laquelle on ajouterait, quelque temps

---

(1) Pr. Salsepareille..... ℥ ij
Squine..... ℥ j
Antimoine cru..... (dans un nouet) ℥ iv
Colle de poisson..... ℥ j
Ecorce de buis..... } ā ā ℥ j s.
Lierre terrestre..... }
Eau commune..... pintes vj.
Faites bouillir jusqu'à réduction de moitié et faites dissoudre ensuite
Sublimé corrosif..... g^r. iij.
Pour une pinte de tisane dont on prescrira la dose selon le besoin.

(2) Voyez le troisième volume de mes *Mémoires*, cité ci-dessus, où l'on

après son usage, du quinquina à plus ou moins grande dose. On fut d'avis aussi que cette dame prit par semaine deux ou trois bains légèrement sulfureux.

Ce traitement fut suivi près de trois mois. La tumeur parut, trois semaines après l'avoir commencé, se ramollir et perdre un peu de son volume. Ce decroissement cependant fut lent, mais peu à peu il fut évident et ensuite accéléré, tel enfin que cette grosse excroissance diminua insensiblement, au point de se réduire en divers filaments qui se fanèrent, en devenant de plus en plus grêles et en se raccourcissant, avec des excrétions séreuses, rougeâtres peu considérables et par fois un peu fétides. Enfin elles disparurent à l'exception d'un cercle de rougeur avec un peu de prurit autour de l'anus, et la malade fut entièrement guérie. Elle fut aussi très-heureusement accouchée par *Baudeloque* sans retour d'aucun accident.

Sans doute qu'on eut pu emporter ce *fungus* par l'excision, mais la jeune femme était grosse, il fallait détruire en elle le vice dont cette excroissance était un symptôme tant pour elle que pour son enfant.

On doit croire, d'après le resultat de cet heureux traitement que j'ai rapporté par ce qu'il est plus frappant que d'autres que j'eusse pu également exposer, que, si une pareille excroissance s'était formée dans l'intérieur du corps, comme il s'y en forme réellement, et dans le cœur même, quoique d'un moindre volume, on eut pu parvenir à la détruire par les mêmes remèdes internes et externes. comme par des frictions, etc.

---

trouvera divers exemples des concrétions, formant des membranes ou même des intumescences guéries principalement par l'eau seconde de chaux prise intérieurement, et que ne pourront pas faire aujourd'hui nos grands chimistes par leurs diverses préparations de la chaux!

Instruit par ces heureux exemples, je n'ai pas balancé, après avoir plus ou moins de temps insisté sur le traitement rationel de la maladie du cœur, lorsqu'il y eu une mutation dans ses symptômes, que les palpitations du cœur ont diminué, et que les syncopes sont devenues plus intenses et fréquentes, de changer le traitement. Je veux dire qu'au lieu de saigner le malade et de lui prescrire des relâchants, des rafraîchissants et des débilitants, l'anatomie m'ayant appris que le cœur tend à se ramollir et à s'affaiblir, sans attendre qu'il soit converti en adipocire, je conseille l'usage des toniques les moins échauffants, comme le quinquina en substance, quelquefois avec les martiaux, dans une décoction de serpentaire de Virginie réunie à de l'eau de chaux, quelquefois aussi animée par l'esprit de Mindérérus, (acétate d'ammoniaque).

C'est ainsi que j'ai conservé des malades en diminuant d'abord et ensuite en éteignant les fatales syncopes, qui succèdent aux fortes et longues palpitations du cœur et des gros vaisseaux, qu'on a plusieurs fois également trouvés après la mort dans un état de ramollissement plus ou moins considérable, surtout à leur membrane interne.

Quant aux palpitations du cœur réunies à l'hydropisie, provenant de ses *affections morbides ou d'autres parties* qui gênent ou qui troublent ses mouvements en le restreignant dans sa place naturelle ; cela n'a lieu que trop souvent par le vice rachitique, lorsqu'il y a une mauvaise conformation de la charpente osseuse de la poitrine, ou aussi lorsqu'il existe des engorgements, ou des tumeurs dans cette cavité, ou dans le bas-ventre, en refoulant le diaphragme dans les cavités pectorales, de tels malades sont alors presque tous incurables.

Les hydropisies doivent alors être traitées selon leurs espèces et leurs causes, et enfin souvent par le quinquina, seul ou réuni à d'autres remèdes quand les syncopes surviennent. Si je l'ai plusieurs fois préféré au sulfate de quinine, beaucoup plus facile à prendre, c'est qu'il n'a pas encore été prescrit dans des cas aussi urgents, ou si promptement périlleux, et de plus encore, parce que j'étais plus sûr de ma propre expérience que de celle des autres médecins qui en ont célébré l'usage dans les fièvres en général. En pareil cas j'adopterai la nouvelle doctrine quand je la croirai bien éprouvée.

Plus je vieillis dans l'expérience de l'art que j'exerce, et plus je suis convaincu qu'il faut traiter les maladies selon leurs diverses espèces, toutefois quand on peut les découvrir par l'examen de leurs symptômes, de leurs véritables causes, ainsi que par la connaissance de la constitution du malade, de l'âge, de la saison et du sexe; sans cela on s'égare, et l'on s'expose à commettre de funestes erreurs dont l'homme, même le plus habile, n'est pas exempt.

Telle est enfin la méthode que j'ai suivie souvent à l'exemple des plus grand médecins. *Nec quidquam stultius*, disait *Scribonius Largus*, l'un de nos plus anciens auteurs, *quam dissimilia similibus velle curare.*

Je suis si fortement persuadé de la solidité de cette doctrine, d'après les nombreux et heureux résultats que j'en ai obtenus, que je crois en avoir fait une fausse application, ou y avoir eu recours trop tôt ou trop tard, lorsque le succès ne couronne pas mon attente.

MÉMOIRE

Sur l'électro-chimie et l'emploi de l'électricité pour opérer des combinaisons.

PAR M. BECQUEREL.

(Lu à l'Académie des Sciences, le 23 février 1829.)

INTRODUCTION.

L'ENVELOPPE de notre globe, depuis sa surface jusqu'à la plus grande profondeur où l'homme soit parvenu, se compose de quatre formations distinctes. Chacune d'elles a été étudiée séparément sous le rapport des minéraux et des débris des êtres organisés qu'elle renferme. L'ensemble des faits observés constitue la géognosie.

Les substances minérales renfermées dans les grandes masses ont cristallisé au moment même où celles-ci étaient en liquéfaction ; elles sont par conséquent d'une époque contemporaine, et l'on ne peut rien savoir sur les causes qui les ont produites ; mais ces mêmes substances ont pu être remaniées par les eaux, puis déposées dans des cavités, des filons, à côté de substances métalliques qui ont dû exercer sur elles des actions quelconques, d'où sont résultés de nouveaux composés. Le physicien peut donc ajouter des notions

importantes à l'histoire de la terre, en cherchant à découvrir les forces en vertu desquelles ces changements se sont opérés.

On sait que les eaux contiennent ordinairement des substances relatives aux terrains qu'elles traversent. Dans les terrains calcaires, ce sont le carbonate et le sulfate de chaux; dans les grands lacs, le carbonate et le muriate de soude. Les eaux minérales renferment ordinairement les sulfates de soude et de magnésie; les nitrates de potasse, de chaux, de magnésie, se forment dans les vieux murs et près des habitations. Le nitrate de soude existe en Amérique, en couches minces d'une grande étendue. L'acide borique et le borate de soude se trouvent dans certains lacs. L'intérieur des mines se charge toujours de sels dépendants de leur nature. En général, ce sont les sulfates de zinc, de nickel, de cobalt, de fer et de cuivre qui proviennent de la décomposition de leurs sulfures respectifs; on y rencontre aussi les sulfates de magnésie, d'alumine et de manganèse.

Dans les terrains volcaniques, le soufre y donne naissance à des sulfates : l'acide hydrochlorique à des chlorures de cuivre, de fer, de soude et de potasse, qui par leur réaction sur les laves provoquent la formation de certaines substances.

Il est à croire que ce ne sont pas les seuls composés qui se forment journellement; car on trouve, dans les filons, des substances qui y ont été déposées à une époque postérieure à la consolidation des masses, et qui se trouvant en contact avec des dissolutions salines, doivent éprouver des actions électriques propres à amener leur décomposition. Au surplus, quelle que soit l'origine de la plupart de ces subtances, si je parviens à prouver qu'on ne peut arriver à en

former de semblables par l'emploi seul de forces électriques très-faibles, si faciles à produire dans l'état actuel de la science, j'aurai rendu probable la supposition que les autres peuvent avoir eu une origine semblable, surtout si la méthode employée découle d'un principe général; cette méthode repose sur les effets électriques qui se manifestent dans l'action chimique des métaux en contact avec les dissolutions salines, et dans celle des dissolutions entre elles. Cet examen renferme probablement la clef des phénomènes dont nous sommes jonrnellement témoins dans les trois règnes de la nature.

Le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie, est divisé en deux parties; la première comprend les effets électro-chimiques produits principalement dans le contact des dissolutions entre elles, et dans celui de ces dernières avec les métaux ; et la seconde, les applications qu'on peut en faire à la combinaison des corps.

CHAPITRE PREMIER.

DES ACTIONS ÉLECTRO-CHIMIQUES ET DE LEUR INFLUENCE SUR UN ÉLÉMENT VOLTAÏQUE.

§ I^er^.

Des diverses théories électro-chimiques, et des découvertes qui s'y rapportent.

Volta, en créant l'admirable instrument auquel les sciences physiques et chimiques doivent un si grand nombre de découvertes importantes, a admis comme base fondamentale

de sa théorie, que tous les corps suffisamment bons conducteurs de l'électricité, se constituaient toujours dans deux états électriques contraires par leur contact mutuel, et que le liquide interposé entre chaque couple de la pile, n'agissait seulement que pour transmettre l'électricité de l'un à l'autre; de sorte que son action chimique sur les métaux n'influait en rien sur l'effet produit.

M. Davy a voulu donner plus d'extension à cette théorie; il a avancé que les substances acides et alcalines, qui peuvent exister sous la forme solide et sèche, s'électrisent également par leur contact; que les premières sont toujours négatives et les autres positives, et que ces effets cessent à l'instant où commence l'action chimique.

Ce savant célèbre, tout en admettant la théorie de Volta sur le contact, a cependant reconnu la nécessité d'une action chimique, pour que la pile puisse se charger assez rapidement de manière à produire des décompositions.

MM. Wollaston et Fabroni ont regardé l'action chimique du liquide sur les métaux comme la cause unique du développement de l'électricité, sans s'expliquer sur la manière dont elle l'opère. En France, MM. Biot et F. Cuvier vérifièrent en partie cette conjecture, en montrant qu'une pile voltaïque cesse de fonctionner quand elle se trouve dans un milieu privé de gaz oxigène.

La découverte importante de l'électro-magnétisme par M. OErsted, a fourni aux physiciens de nouveaux moyens d'explorer les phénomènes électro-chimiques, et de constater les plus faibles dégagements de l'électricité dans l'action chimique.

C'est à cette époque que je commençai à me livrer à des

recherches expérimentales sur l'électro-chimie. Je multipliai les appareils et les expériences pour démontrer que dans toutes les actions chimiques il se produit des phénomènes électriques qui sont inverses de ceux que M. Davy avait cru reconnaître dans le contact des acides et des alcalis ou des métaux, quand il n'est pas suivi d'une combinaison, c'est-à-dire que l'acide pendant qu'il se combine avec l'alcali prend l'électricité positive, et lui donne l'électricité contraire (*Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XXIII, p. 252). J'étudiai successivement l'action des acides sur les métaux, d'abord avec le galvanomètre, ensuite avec le condensateur; enfin, je mis tous mes soins à vérifier l'exactitude du fait général dont je viens de parler (*Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XXIII, p. 192; t. XXIV, p. 337; t. XXV, p. 405; t. XXVI, p. 176; t. XXVII, p. 5; t. XXVIII, p. 19).

MM. De Larive, Nobili et Marianini ont contribué ensuite, par leurs découvertes, à faire faire des pas importants à la science électro-chimique.

M. De Larive, dans deux Mémoires intéressants, a cherché à établir le principe adopté par M. Wollaston, que le contact des métaux ne produit d'effets électriques qu'autant qu'il y a action chimique. Dans le premier, il montre que l'on peut varier les effets électriques dans un même couple voltaïque, en employant successivement divers conducteurs liquides, et tire la conséquence suivante des faits qu'il a observés :

Quand un métal est attaqué par un agent chimique, soit liquide, soit gazeux, la surface attaquée acquiert une électricité positive, qui se répand dans le gaz ou le liquide environnant. Le fluide négatif, chassé de la surface attaquée, tend à sortir du métal par tous les conducteurs qui lui sont

soudés. Cette manière de voir n'est que le développement du fait général, que j'ai découvert il y a quelques années.

M. Nobili, partant de ce principe, que dans toute action chimique il y a dégagement de chaleur, et que la différence de température entre les deux portions d'un même métal ou de métal différent, plongeant dans un même liquide, suffit pour déterminer les effets électriqnes, a voulu établir que toutes les actions quelconques de ce genre dans quelques circonstances qu'on les considère, sont toujours dues à des différences de température. Pour l'instant, je me borne à énoncer la théorie de cet habile physicien sans chercher à en discuter le mérite.

J'ai voulu présenter un tableau rapide de l'état de la science, pour que l'on pût lier plus facilement les observations déja connues avec celles qui sont rapportées dans ce Mémoire.

§ II.

De l'action réciproque des dissolutions salines ou des liquides différents les uns sur les autres.

Jai déja avancé que lorsqu'un acide agit sur un métal, il devait y avoir des phénomènes électriques composés, en effet:

Quand un métal est attaqué par un acide ou un liquide quelconque, il y a dégagement de chaleur, puis formation d'un composé qui exerce une réaction non-seulement sur ce métal, mais encore sur le liquide qui l'environne, et avec lequel il se mêle insensiblement. Voilà donc quatre causes, en y comprenant l'action chimique, qui peuvent avoir de l'influence sur les effets électriques, qui se manifestent; ainsi, jusqu'à ce que l'on connaisse en quoi consiste la part

de chacune d'elles à ces effets, le développement de l'électricité dans l'action d'un acide sur un métal, devra être considéré comme un phénomène composé; mais comme l'action des dissolutions salines les unes sur les autres ou sur les acides, en est souvent une des causes prépondérantes, j'en ai parlé d'abord, non pour changer les résultats auxquels je suis parvenu, mais pour présenter des développements nécessaires à la question que je traite.

Je me servirai du procédé que j'ai donné il y a quelques années pour observer les effets électriques qui ont lieu dans la combinaison d'un acide avec un alcali, l'un et l'autre à l'état liquide, lequel consiste à prendre quatre capsules que l'on range sur une même ligne: les deux capsules extrêmes étant en platine, et celles du milieu en porcelaine; à verser de l'acide nitrique dans les deux premières et la dernière, et une dissolution alcaline dans la troisième; puis à faire communiquer la 1re et la 2e, la 3e et la 4e avec des tubes recourbés remplis d'eau, et la 2e et la 3e avec une mèche d'asbeste. Si, dans chacune des deux capsules extrêmes, on plonge une lame de platine communiquant avec l'un des bouts du fil qui forme le circuit d'un galvanomètre très-sensible, il y a aussitôt production d'un courant dont le sens indique que l'acide a pris à l'alcali l'électricité positive, Que se passe-t-il dans cette expérience? Aux deux extrémités tout est semblable; il y a action chimique entre l'acide de la 2me capsule et l'alcali qui est dans la troisième; l'eau du tube qui sert à établir la communication de la 3me avec la 4me exerce deux actions différentes, l'une sur l'acide et l'autre aur l'alcali; il y a donc en tout trois actions chimiques qui concourent au développement des effets électriques. Or, comme la première l'em-

porte sur les deux autres qui sont faibles, j'en ai conclu que l'acide était positif et l'alcali négatif, résultat inverse de celui que M. Davy a cru reconnaître dans le simple contact, quand il n'est pas accompagné d'une action chimique.

On peut supprimer les deux capsules en porcelaine, et placer les deux autres à un décimètre de distance, en les faisant toujours communiquer avec une mèche de coton imbibée d'eau, qui, en raison de sa longueur et de la différence de poids spécifique des deux liquides, s'opposera long-temps à leur réunion. Vers le milieu de cette mèche on verse doucement avec un tube une goutte de chacun des deux liquides dont on veut connaître la réaction électrique, au moment de leur combinaison. Le courant fait alors connaître et la nature et l'intensité de cette réaction. En soumettant à l'expérience différents liquides, on trouve les résultats suivants :

L'acide nitrique est positif avec.....
- l'acide hydro-chlorique ;
- —— acétique ;
- —— nitreux ;
- les dissolutions alcalines ;
- les dissolutions de nitrates ;
- ——————— de sulfates ;
- ——————— d'hydro-chlorates ;
- etc., etc., etc.

L'acide nitrique est négatif avec.....
- l'acide sulfurique ;
- l'acide phosphorique ;
- etc., etc., etc.

L'acide phosphorique est positif avec.....
- l'acide hydrochlorique ;
- l'acide sulfurique ;
- l'acide nitrique ;
- les dissolutions alcalines, salines ;
- etc., etc., etc.

Il est inutile de rapporter un plus grand nombre de résultats qui prouvent tous cette vérité, qu'en général, dans la combinaison de deux liquides, celui qui joue le rôle d'acide prend à l'autre électricité positive.

L'acide phosphorique est jusqu'à présent le plus électropositif de tous les liquides. D'où peut provenir cette propriété ? c'est une question à laquelle on ne peut encore répondre.

Le contact de l'acide nitrique avec la dissolution de nitrate de cuivre, en général celui d'un acide aveo une de ses dissolutions, étant suivi d'une dissolution, on peut en conclure que ce genre d'action chimique sous le rapport des phénomènes électriques, est analogue à la combinaison; car, dans l'un et l'autre cas, les subtances acides sont positives. Ce rapprochement n'est pas sans intérêt pour l'électrochimie.

§ III.

Des effets électriques produits dans le contact des métaux et des dissolutions salines ou des acides.

Les réactions des dissolutions entre elles et sur les acides, sont les causes qui influent souvent le plus sur les effets électriques que l'on observe pendant l'action chimique d'un acide sur un métal, surtout quand cette action n'est pas énergique. Pour le prouver, je reprends une de mes anciennes expériences. Soient deux capsules A et A′ remplies d'acide nitrique et communiquant ensemble avec une mèche d'amiante; si l'on plonge dans chacune d'elles l'un des bouts d'une lame d'or dont l'autre est fixée à l'une des extrémités d'un galvanomètre, et que l'on verse quelques gouttes d'une dissolution d'hydro-

chlorate d'or dans la capsule A, près de la lame, l'aiguille aimantée finit par éprouver une déviation de 80°, dans un sens tel que le bout A devient négatif par rapport au liquide; mais si, au lieu de la dissolution, on verse quelques gouttes d'acide hydro-chlorique, l'or est attaqué aussitôt, il y a formation d'hydro-chlorate d'or et production d'effets électriques absolument semblables aux précédents, tant pour la direction que pour l'intensité; et, comme dans ces deux cas, il y a réaction de l'hydro-chlorate d'or sur l'acide nitrique, laquelle rend l'acide positif, on ne peut douter qu'elle ne prévale dans cette circonstance sur celle qui provient de l'action chimique de l'acide hydro-chloro-nitrique sur ce métal. Cette expérience montre combien il est difficile de constater positivement le dégagement de l'électricité, dans l'acte même de la combinaison d'un métal avec un acide, abstraction faite de la réaction de la dissolution qui se forme sur le liquide qui l'environne. Pour l'éviter, il faut opérer de la manière suivante :

On remplit deux capsules A et A′ d'une dissolution de nitrate de cuivre, et l'on plonge dans chacune d'elles le bout d'une lame de cuivre parfaitement décapée, dont l'autre communique au galvanomètre; il ne se produit rien : mais si l'on ajoute une goutte d'acide nitrique, au liquide de la capsule A, le bout qui y plonge devient négatif. Dans ce cas, on a l'effet électrique qui résulte de l'action du métal sur l'acide; car celui de la réaction des dissolutions doit être sensiblement nul. Cet effet est conforme au fait général.

L'étain et son sulfate, le fer et son hydro-chlorate, le plomb, l'antimoine et le bismuth avec leurs dissolutions respectives agissent de même que le cuivre par rapport à

ses dissolutions, quand on ajoute quelques gouttes d'acide. Il en est encore de même du zinc, du fer et probablement du manganèse, avec les dissolutions de leurs nitrates respectifs.

Mais avec celles de leurs sulfates, les effets sont inverses, c'est-à-dire que le bout du métal qui plonge dans la capsule où l'on verse quelques gouttes d'acide sulfurique, devient positif, et cela, quelque petite que soit la quantité d'acide. Ce fait, particulier aux métaux qui décomposent l'eau, mérite d'être signalé à cause des erreurs où il peut entraîner dans l'électro-chimie.

§ IV.

Effets électriques produits par deux métaux différents, qui plongent dans un ou plusieurs liquides.

Le cas le plus simple est celui où chaque métal plonge dans une capsule remplie du même liquide, la communication étant établie entre les deux capsules avec une mèche de coton ou d'amiante. Le couple voltaïque que je soumets à l'expérience est formé de deux lames cuivre et zinc, qui communiquent chacune avec l'un des bouts du fil d'un galvanomètre, et le liquide commun est une dissolution saturée de sulfate de zinc. A l'instant de l'immersion, le cuivre prend au liquide l'électricité positive et le zinc l'électricité négative; d'après la règle générale, le zinc doit être plus attaqué que le cuivre, ce qui a lieu effectivement. La déviation est alors de 62°; si l'on ajoute quelques goutes d'acide nitrique ou de nitrate de cuivre dans la capsule où se trouve la lame de cuivre, là où était l'action chimique la moins forte, l'aiguille aimantée, au lieu de rétrograder, se porte à 86° et

reste stationnaire pendant quelque temps. Ce résultat est encore conforme à ce que j'ai dit précédemment, puisque le nitrate de cuivre qui se forme est positif par rapport au sulfate de zinc; la même quantité d'acide, mise dans l'autre capsule, diminue sensiblement l'intensité du courant. Les acides sulfurique et hydro-chlorique agissent de même. Continuons toujours à prendre des dissolutions saturées de sels métalliques, qui n'éprouvent aucune décomposition de la part du métal qu'on y plonge. Versons en conséquence dans la capsule où se trouve la lame de cuivre, une dissolution saturée de nitrate de cuivre, et dans l'autre une dissolution saturée de sulfate de zinc, et opérons dans les mêmes circonstances que précédemment, pour que les résultats soient comparables. La déviation est alors de 88° et n'éprouve que lentement une diminution : l'accroissement d'effet est dû à l'action des dissolutions l'une sur l'autre, comme on peut le voir en se servant du procédé employé dans le paragraphe II; au surplus, l'action chimique de chaque métal sur la dissolution dans laquelle il se trouve est assez faible pour que l'on ne doive pas la regarder comme la cause unique du phénomène. Une addition d'acide nitrique à la dissolution du nitrate ne modifie pas l'intensité du courant. Il en est de même d'une addition d'acide sulfurique dans l'autre capsule, quand la lame de zinc a été décapée préalablement. Voilà donc un *maximum* d'effet, qui indique que la réaction des deux dissolutions a eu la plus grande part à la production du courant.

C'est tellement là la cause principale du phénomène, que si l'on opère avec deux lames de cuivre ou de platine, les effets ont lieu dans le même sens, à l'intensité près, qui doit varier en raison de la difficulté plus ou moins grande qu'é-

prouve le fluide électrique à passer d'un liquide dans un métal. Cette difficulté est d'autant plus grande que le métal est moins attaqué par le liquide.

Considérons le cas où les deux capsules ne contiennent que de l'eau avec un $\frac{1}{50}$ d'acide sulfurique; l'aiguille aimentée éprouve, dans le même sens, une déviation de 84°, qui est due en partie à l'action de l'acide sur le zinc; une addition de sulfate de zinc du côté zinc, ne modifie pas le courant, tandis que quelques gouttes de nitrate de cuivre ou d'acide nitrique de l'autre côté l'augmentent d'une manière assez forte : ce dernier effet est dû à la réaction des liquides, car le nitrate de cuivre étant positif par rapport au sulfate de zinc, l'intensité du courant doit augmenter.

L'acide nitrique ajouté au côté zinc diminue la déviation de 84° à 80°; résultat qu'on aurait prévu, puisque le nitrate de zinc qui se forme est positif par rapport au sulfate.

Il résulte de tous ces faits, 1° que, lorsque les deux bouts d'un couple cuivre et zinc plongent dans une dissolution saturée de sulfate de zinc contenue dans deux capsules jointes ensemble par une mèche de coton, une petite quantité d'acide nitrique ou d'une dissolution de nitrate de cuivre versée dans la capsule cuivre augmente fortement l'intensité du courant, tandis que la même quantité d'acide, mise dans l'autre, la diminue; 2° que, si le bout cuivre plonge dans une dissolution saturée de nitrate de cuivre, et le côté zinc dans une dissolution saturée de sulfate de zinc, l'intensité du courant atteint à peu près un maximum; 3° que si le cuivre et le zinc plongent chacun dans une capsule qui renferme de l'eau avec $\frac{1}{50}$ d'acide sulfurique, une addition de sulfate de zinc au côté zinc ne change pas l'intensité du

courant, tandis que quelques gouttes d'acide nitrique ou d'une dissolution de nitrate de cuivre du côté cuivre l'augmentent fortement.

Quand les deux bouts d'une lame de cuivre sont en contact, l'un avec une dissolution de nitrate de cuivre, et l'autre avec une dissolution de sel neutre, le bout qui est dans la première est positif par rapport à l'autre; il acquiert par conséquent la même électricité que reçoit le nitrate de cuivre dans son contact avec le sel neutre. En remplaçant celui-ci par le sulfate de zinc, le résultat est encore le même, comme nous l'avons vu ci-dessus, parce que le nitrate de cuivre est, positif par rapport au sulfate de zinc; le plomb, l'étain, etc. se comportent de même. L'action électrique des liquides les uns sur les autres est donc ici prépondérante.

Les métaux qui décomposent l'eau, c'est-à-dire le zinc, le fer et probablement le manganèse, relativement à leurs sulfates respectifs et à une dissolution de sel neutre, donnent des résultats inverses des précédents, c'est-à-dire que la partie qui plonge dans la dissolution du sulfate, est négative par rapport à cette dissolution. Dans ce cas, les effets électriques dus à l'action chimique qui a lieu de ce côté, l'emportent sur les autres et déterminent le sens du courant. La distinction que j'établis entre les métaux peu oxidables et ceux qui décomposent l'eau, devait être signalée ici, en raison des phénomènes dont je parlerai dans la seconde partie de ce Mémoire. On voit donc qu'en faisant abstraction des actions électro-motrices des métaux, et n'ayant égard qu'aux effets électro-chimiques, on explique tous les phénomènes.

§ V.

Application des principes précédents à la détermination des effets produits dans la pile de Volta par l'action chimique des liquides.

Jusqu'à présent les physiciens qui ont cherché à analyser les effets de la pile, se sont bornés à plonger chaque couple dans un mélange d'eau, d'acide sulfurique et d'acide nitrique, en diverses proportions, sans chercher à analyser l'action individuelle de chaque liquide sur le cuivre et le zinc. La science n'était pas assez avancée pour qu'on pût se livrer à des recherches de ce genre.

Il fallait quelques principes généraux qui missent sur la voie pour faire des tentatives. Les faits qui ont été exposés dans les paragraphes précédents et les détails qui les accompagnent, montrent qu'il n'est pas indifférent d'employer l'action de tel ou tel acide sur le cuivre ou le zinc, puisqu'il en résulte des effets qui augmentent ou diminuent l'intensité du courant. Je me servirai de ces mêmes faits pour étudier l'influence de l'action réciproque des liquides et de celle de leurs dissolutions, sur la charge de la pile; et j'opérerai d'abord sur un élément, en n'ayant égard pour l'instant qu'aux effets électrico-magnétiques, me réservant d'examiner dans un autre Mémoire les phénomènes de décompositions.

On prend une petite caisse en verre A A′, dans l'intérieure de laquelle on place deux diaphragmes en baudruche D D′, C C′, pour former trois cases; ces diaphragmes sont appliqués sur les parois avec tout le soin possible, afin que la communication d'une case à l'autre n'ait lieu que par l'inter-

médiaire de la baudruche qui n'est là que pour retarder le mélange ou la combinaison des liquides contenus dans chacune des cases. A la rigueur, on aurait pu ne mettre qu'un diaphragme ; mais l'expérience m'a prouvé que les deux etaient nécessaires, surtout quand l'observation durait quelque temps. Le fond de cette boîte est ouvert seulement dans la partie située entre les deux diaphragmes; il résulte de cette précaution qu'en plongeant l'appareil dans un vase qui renferme un liquide conducteur, les liquides contenus dans chacune des cases extrêmes ne se mêlent que difficilement. On peut, si l'on veut, fermer cette ouverture, et mettre dans la case du milieu un des liquides contenus dans l'une des deux autres.

Je considère d'abord le cas où les trois cases ne contiennent que de l'eau avec un cinquantième d'acide sulfurique, et l'une des deux cases extrêmes, une lame de cuivre et l'autre une lame de zinc, en communication chacune avec les extrémités du fil d'un multiplicateur. On obtient les résultats suivants :

N° I.

LIQUIDE contenu dans la CASE CUIVRE.	LIQUIDE contenu dans la CASE ZINC.	DURÉE de L'IMMERSION.	DÉVIATIONS de l'aiguille AIMANTÉE.
Eau et $\frac{1}{50}$ d'acide sulfurique.	*Idem.*	o 15 min. 30	63° 53 46

Je recommence l'expérience après avoir changé les liquides

et nettoyé les lames; la déviation est encore, dans le premier moment, de 63°; mais si l'on ajoute quelques gouttes d'acide nitrique dans la case cuivre, les effets changent; le courant augmente d'intensité.

N° II.

LIQUIDE contenu dans la CASE CUIVRE.	LIQUIDE contenu dans la CASE ZINC.	DURÉE de L'IMMERSION.	DÉVIATIONS de l'aiguille AIMANTÉE.
Eau et $\frac{1}{50}$ d'acide sulfurique, plus $\frac{1}{50}$ d'acide nitrique.	Eau et $\frac{1}{50}$ d'acide sulfurique.	0 15 min. 30 min.	81° 73 65

En substituant dans le tableau n° 2 du nitrate de cuivre à l'acide nitrique, les résultats sont sensiblement les mêmes.

En supprimant l'acide sulfurique et n'ajoutant que de l'acide nitrique dans les deux cases, on trouve:

N° III.

LIQUIDE contenu dans la CASE CUIVRE.	LIQUIDE contenu dans la CASE ZINC.	DURÉE de L'IMMERSION.	DÉVIATIONS de l'aiguille AIMANTÉE.
Eau et $\frac{1}{50}$ d'acide nitrique.	Eau et $\frac{1}{50}$ d'acide nitrique.	0 15 min. 30 min.	81° 71 67

L'acide hydro-chlorique, substitué à l'acide nitrique et employé en même quantité, produit à peu près les mêmes effets.

Quand la case cuivre renferme une dissolution saturée de nitrate de cuivre, et la case zinc une dissolution saturée de sulfate de zinc, on a,

N° IV.

LIQUIDE contenu dans la CASE CUIVRE.	LIQUIDE contenu dans la CASE ZINC.	DURÉE de L'IMMERSION.	DÉVIATIONS de l'aiguille AIMANTÉE.
Dissolution saturée de nitrate de cuivre.	Dissolution saturée de sulfate de zinc.	o 15 min. 30 min.	84° 72 68

Enfin j'examine le cas où l'on met de l'acide nitrique dans la caze zinc :

N° V.

LIQUIDE contenu dans la CASE CUIVRE.	LIQUIDE contenu dans la CASE ZINC.	DURÉE de L'IMMERSION.	DÉVIATIONS de l'aiguille AIMANTÉE.
Eau, $\frac{1}{30}$ d'acide sulfurique.	Eau, $\frac{1}{30}$ d'acide sulfurique et $\frac{1}{30}$ d'acide nitrique.	15 min. 30 min.	62° 64 61

Quoique je ne rapporte pas les intensités des courans qui correspondent aux déviations de l'aiguille aimantée, on en peut tirer néanmoins des conséquences importantes pour la théorie de la pile.

Le *maximum* d'intensité s'obtient sensiblement, comme je l'ai déja montré, quand le cuivre plonge dans une dissolution de nitrate de cuivre, et le zinc dans une dissolution de sulfate de zinc. La diminution de cette intensité suit à peu près la même loi que celle rapportée dans les tableaux nos 2 et 3. Les résultats du n° 5 sont ceux qui offrent le moins de variations. On peut, avec certaines précautions, les rendre croissants pendant une demi-heure; il faut pour cela ne mettre qu'un diaphragme dans la caisse, ou rapprocher tellement les deux, que l'acide nitrique de la case zinc puisse passer lentement dans la case cuivre, où son action augmente l'intensité du courant, et compense par là l'affaiblissement qu'il éprouve d'un autre côté. Il m'est arrivé plusieurs fois d'obtenir une compensation telle que les déviations de l'aiguille aimantée étaient constantes pendant une heure, avantage que l'on n'a jamais avec les piles ordinaires.

Je dois faire observer en outre que la pile porte avec elle la cause des diminutions qu'éprouve continuellement l'intensité du courant électrique; car, dès l'instant qu'elle fonctionne, il s'opère des décompositions et des transports de substances qui polarisent les plaques de manière à produire des courans en sens inverse du premier; l'art consiste donc à dissoudre les dépôts, à mesure qu'ils se forment, avec des liquides convenablement placés. On y parvient à l'aide du procédé que j'ai décrit; ainsi, dans l'expérience n° 5, l'acide sulfurique qui est dans la case cuivre est employé en partie à dissoudre

une portion du zinc qui est transportée sur la plaque cuivre; de même l'acide nitrique qui se trouve dans l'autre case, s'empare d'une partie du cuivre de la dissolution qui a traversé les deux diaphragmes, et est réduit par le zinc. En diminuant par ce moyen l'intensité du courant secondaire, on arrive à des effets sensiblement constants.

Pour compléter l'analyse des effets produits dans un couple voltaïque par l'influence des actions électro-chimiques, il était nécessaire de déterminer à quel point ces actions cessaient d'agir pour augmenter l'intensité du courant, c'est ce que j'ai fait de la manière suivante. L'expérience étant disposée comme dans le n° 1, et la déviation se trouvant de 53°, on ajoute peu à peu de l'acide sulfurique dans la case zinc, la déviation augmente successivement jusqu'à 68°, qui est son *maximum;* un nouvel excès d'acide ne la fait pas changer. Quelqnes gouttes d'acide nitrique dans la case cuivre porte l'aiguille aimantée à 80°. Je crois avoir rapporté assez de faits pour démontrer l'inflence de l'action individuelle de chaque liquide sur ces deux lames du couple voltaïque pour modifier l'intensité du courant.

J'ai cherché ensuite si les rapports précédents, obtenus avec un seul couple, étaient encore les mêmes quand on en réunissait plusieurs, de manière à former une pile; les résultats ont été absolument semblables, et je crois inutile de les rapporter.

Une pile construite suivant les principes que je viens de faire connaître, c'est-à-dire, dans laquelle chaque métal plonge dans une case particulière qui renferme un liquide convenable; cette pile, dis-je; réunit toutes les conditions les plus favorables, puisqu'on évite les causes qui peuvent

nuire aux effets électriques; mais elle est d'une exécution difficile en raison de l'introduction des diaphragmes en baudruche, qui cependant résistent long-temps à l'action des acides quand ils sont étendus d'eau. Cette membrane est si mince que, bien que le tissu en soit serré, l'intensité du courant n'est pas diminuée sensiblement par son interposition entre les lames d'un couple voltaïque.

CHAPITRE DEUXIÈME.

EMPLOI DES EFFETS ÉLECTRO-CHIMIQUES POUR PRODUIRE DES COMBINAISONS.

§ I.

Exposé des moyens propres à faciliter les combinaisons.

Dans un Mémoire communiqué à l'Académie, le 21 août 1827, j'ai fait connaître comment on pouvait opérer des décompositions avec des forces électriques moindres que celles qui proviennent de l'action d'un couple voltaïque. M. Bucholz s'est occupé le premier de ce genre de recherches. Il a montré qu'en mettant dans un verre cylindrique une dissolution métallique, de cuivre, par exemple, versant dessus avec la plus grande précaution de l'eau distillée ou de l'eau acidulée, de manière que les liqueurs soient séparées, et plongeant ensuite dedans une lame de cuivre, au bout de quelques heures la lame est recouverte d'un précipité de cuivre à l'état métallique. Il a conclu de là que les métaux peuvent former avec leurs propres dissolutions et l'eau ou une dissolution saline, des chaînes électriques dont l'action précipite le métal.

Ce fait s'explique aisément d'après les principes que j'ai établis précédemment; en effet, les dissolutions métalliques sont positives par rapport à l'eau, le bout de la lame de métal qui plonge dans les premières doit être le pôle négatif d'une pile, et il est tout simple que le métal se précipite dessus, si la tension électrique est assez grande. Bucholz pensait que toutes les dissolutions métalliques jouissaient de la même propriété; mais il n'en est pas ainsi; car le zinc, le fer et le manganèse avec une dissolution de leurs sulfates respectifs et de l'eau, donnent des effets électriques contraires à la loi générale, comme je l'ai prouvé précédemment. Il résulte de là que le bout plongé dans la dissolution métallique devenant le pôle positif, on a une oxidation du métal au lieu d'un précipité métallique; cet effet est, pour ainsi dire, instantané; ce résultat est une conséquence de la théorie : j'ai prouvé dans le même Mémoire qu'on arrivait au même but avec un courant thermo-électrique, en ayant l'attention de faire concourir la force de cohésion avec celle du courant pour provoquer la précipitation du métal; laquelle force est plus grande entre les molécules simillaires qu'entre celles qui ne le sont pas.

Dans un autre Mémoire lu à l'Académie, le 28 février 1828, j'ai indiqué deux procédés très-simples, à l'aide desquels on peut former un grand nombre de combinaisons en employant les effets électriques produits dans le contact des liquides. Le premiers consiste à prendre un tube recourbé en U, au fond duquel on place un tampon d'amiante, pour empêcher le mélange des liquides contenus dans chaque branche. Dans l'une, on verse une dissolution de sulfate ou de nitrate de cuivre, et dans l'autre tube une dissolution d'hy-

dro-chlorate, de soude, par exemple; l'on établit la communication des deux liquides avec une lame de cuivre. Le bout qui est plongé dans la dissolution métallique, étant le pôle négatif, se recouvre peu à peu de cuivre, tandis qu'à l'autre bout il se forme un double chlorure de cuivre et de sodium qui cristallise en tétraèdres. En changeant les liquides, on obtient d'autres produits.

Le second procédé est plus simple que le précédent, en ce qu'il évite l'emploi de deux liquides différents. On prend un tube fermé à l'une de ses extrémités; l'on met dedans un oxide, un liquide et une lame de métal qui touche l'un et l'autre : il résulte de ces divers contacts une résultante d'effets électriques, qui détermine ordinairement la formation d'un composé. Je dis ordinairement, car il faut pour cela que l'oxide, le liquide et le métal se trouvent dans des circonstances convenables pour que le courant électrique fasse naître des affinités. J'aurai occasion bientôt de revenir sur cette question, qui est très-importante pour la théorie électro-chimique.

Quoique j'aie donné, dans les deux Mémoires que je viens de citer, quelques développements snr les causes qui déterminent la formation des composés, je manquais alors de principes sûrs pour analyser les phénomènes et poser quelques lois; depuis j'ai multiplié les expériences, et les résultats généraux auxquels j'ai été conduit jetteront, je crois, un grand jour sur cette classe intéressante de phénomènes.

La première méthode ponr opérer la combinaison des corps repose sur l'action des liquides les uns sur les autres. Il fallait donc trouver un moyen de retarder autant que possible leur mélange. Je ne tardai pas à voir que le tampon d'amiante placé au fond du tube recourbé en U, était insuffisant.

Il me vint à l'idée que dans la terre il était possible que deux liquides différents, séparés par une couche d'argile ou d'une autre substance perméable à ces liquides et traversée par une substance métallique, fussent la cause de nombreux phénomènes chimiques. Pour réaliser cette idée, je mis au fond du tube du sable très-fin, traité préalablement par l'acide hydro-chlorique pour en dissoudre le fer, ou mieux encore de l'argile. Cet essai me réussit, et j'eus la satisfaction de voir qu'une colonne de quatre à cinq centimètres de hauteur de sable imprégné d'eau s'opposait au déplacement des liquides, en raison du frottement, et que le mélange ne s'effectuait qu'au bout d'un temps assez considérable, surtout quand les grains de sable étaient suffisamment fins. L'expérience suivante peut donner une idée de la lenteur avec laquelle le déplacement de l'eau s'opère.

On prend un tube courbé en U, de 3 décimètres de hauteur et de 4 millimètres de diamètre; on le remplit à moitié de sable humide, et l'on verse dans une des branches une infusion de tournesol, et dans l'autre de l'acide sulfurique; plus de trois semaines se passent sans que l'on aperçoive la moindre altération dans la couleur du tournesol. L'élévation de l'eau dans les tubes remplis de sable de differents degrés da finesse, présente des phénomènes qui méritent d'être étudiés, et dont l'application est immédiate pour l'électro-chimie.

Quand on remplit de sable un tube de verre fermé par l'une de ses extrémités avec de la baudruche, et qu'on le plonge, par cette extrémité, dans un vase qui contient une petite quantité d'eau, l'action capillaire élève l'eau à une hauteur qui dépend de la dimension ou de la distance des

grains de sable et de la durée de l'immersion. C'est donc une fonction à deux variables. En général, plus les grains sont gros, moins l'élévation du liquide est grande, et plus il faut de temps pour qu'elle parvienne à une certaine hauteur.

On évite de tasser le sable autrement que par son propre poids.

Les combinaisons électro-chimiques reposent sur un fait que j'ai déja eu l'honneur de communiquer à l'Académie, lequel consiste dans la propriété dont jouit l'oxigène, de se transporter plus facilement au pôle positif, dans les piles à très-faibles tension, que les acides qui restent pendant quelque temps dans la branche où s'est opérée la décomposition du sel métallique.

§ II.

Du carbone, et de son emploi électro-chimique.

D'après le plan que j'ai tracé dans l'introduction, je dois donner le plus d'extension possible à mes recherches. Il est donc convenable d'étudier d'abord les propriétés électriques du carbone, l'un des corps le plus répandus dans les trois règnes, et qui y joue sans doute un grand rôle.

Sous le nom d'*anthracite*, il se trouve dans les terrains anciens, où il n'existe aucune trace d'être organisé, et dans les formations secondaires, comme l'a observé M. Héricart de Thury, où il sert de base aux houilles. Le diamant qui se trouve dans les terrains d'alluvion et dont le gisement est inconnu, en est uniquement formé; dans les terrains tertiaires, il constitue les lignites, les tourbes. Enfin, le carbone est la partie constituante des végétaux et du tissu des animaux. L'importance de ce corps dans les phénomènes élec-

tro-chimiques est donc incontestable, surtout si l'on veut en faire des applications à la chimie animale et végétale.

Comme les réactions électriques paraissent être la conséquence d'une action chimique, je vais rappeler en peu de mots les propriétés du carbone. Ce corps est bon conducteur de l'électricité, excepté dans le diamant; il jouit au plus haut degré de la propriété d'absorber le gaz. A la température ordinaire, il n'éprouve aucune altération de la part de l'air et de l'eau.

Le carbone décompose l'acide sulfurique à une température au-dessus de 100°, et probablement au-dessous; mais d'une manière lente. L'acide nitrique est décomposé par le carbone à la température ordinaire.

L'hydrogène et le carbone se combinent en diverses proportions lorsque ces deux corps se trouvent à l'état naissant. Aussi toutes les substances animales et végétales en décomposition laissent-elles dégager du gaz hydrogène carboné. Ces propriétés, et surtout la dernière, sont d'une grande importance; car, lorsqu'il s'agit d'enlever un élément à un composé au moyen de l'électricité, si cet élément peut se combiner avec un des agents employés à la développer, cette circoustance influe beaucoup sur la décomposition et la détermine souvent. J'ai étudié les propriétés électriques du carbone sur l'anthracite qui en renferme 97 pour cent, et que l'on peut regarder par conséquent comme du carbone à-peu-près pur, et sur du charbon ordinaire.

Plongé dans un acide avec un métal auquel il est joint par un fil de cuivre, il en résulte uu courant dont le sens et l'intensité dépendent des actions chimiquee exercées par le liquide sur le carbone et le métal. Voilà encore un phénomène com-

composé que l'on ne peut analyser que dans quelques cas particuliers. Je fixe un morceau de carbone à l'un des bouts d'un fil de platine, dont l'autre plonge dans de l'acide nitrique; il y a alors courant, le carbone prend à l'acide l'électricité négative. Avec l'acide hydro-chlorique et l'acide sulfurique, l'effet est contraire; toutes les dissolutions acides qui proviennent des deux derniers se comportent de même.

Un couple carbone et cuivre, plongé dans l'acide hydrochlorique, détermine un courant tel, que le premier prend au liquide l'électricité positive. Un couple carbone et argent donne le même résultat. On déduit de là un procédé simple pour former divers chlorures: dans un tube de verre, fermé par un bout, on verse de l'acide hydro-chlorique concentré, et l'on plonge dedans une lame d'argent fixée avec un fil de même métal à un morceau d'anthracite ou de charbon, que je désignerai dorénavant sous la dénomination de *carbone;* puis l'on ferme le tube, en laissant seulement une très-petite ouverture, pour donner issue au gaz qui se dégage pendant la réaction des corps. Voici ce qui se passe: l'argent, d'après ce que j'ai rapporté dans l'article précédent, étant le pôle positif d'une pile, attire le chlore, et se combine avec lui, tandis que l'hydrogène se porte sur le carbone, avec lequel il forme une combinaison de gaz hydrogène et de carbone, qui se dégage; quand le tube n'a pas d'ouverture, la tension qu'acquiert le gaz ne tarde pas à le faire éclater. La combinaison du chlore avec l'argent cristallise en octaèdres comme celle que l'on trouve dans la nature. Les cristaux prennent un accroissement lent; j'en ai obtenu d'un millimètre de côté. Leur limpidité est parfaite; ils jouissent de toutes les propriétés du chlorure d'argent, comme je l'ai vérifié. Si l'on sub-

stitue une lame de cuivre à la lame d'argent, et que le tube soit fermé hermétiquement, la réaction électrique ne tarde pas à déterminer le jeu des affinités, l'acide hydro-chlorique est décomposé, et il y a dégagement d'hydrogène carboné, qui brise le tube; après six mois, un an d'expérience, la lame se recouvre de beaux cristaux tétraèdres de proto-chlorure de cuivre, qui, avec le contact de l'air ou de l'eau, se changent en deuto-chlorure; mais si l'on continue l'expérience sans le contact de l'air, la liqueur change de couleur, devient brune-claire, ensuite foncée, et les cristaux ne sont plus visibles. Le carbone est fortement attaqué, et détermine une combinaison que je n'ai pas encore analysée. Les cristaux, qui ont souvent 2 millimètres de côté, sont d'une grande limpidité.

Ces deux exemples suffisent pour montrer quel parti on peut tirer du carbone dans les phénomènes électro-chimiques, pour provoquer certaines combinaisons. Son action sur l'hydrogène est telle que je ne doute pas qu'on ne s'en serve avec avantage dans l'électro-chimie organique.

§ III.

Des doubles chlorures, doubles iodures, doubles bromures, doubles sulfures, doubles cyanures.

M. Bonsdorff est le premier chimiste qui se soit occupé de recherches sur la combinaison de certains chlorures (*Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XXXIV, p. 142), en employant les moyens ordinaires de la chimie. Il a trouvé que le deuto-chlorure de mercure forme des combinaisons neutres avec les chlorures des métaux qui sont regardés comme électro-

positifs; que toutes ces combinaisons sont très-solubles dans l'eau et quelques-unes déliquescentes; que les chlorures des métaux électro-négatifs jouissent de propriétés semblables; à part cependant celle relative à la solubilité, qui est nulle dans quelques-uns des composés.

On prend un tube recourbé en U, rempli, dans sa partie inférieure, de sable imprégné d'eau, ou mieux encore d'argile très-fine; l'on met dans l'une des branches du nitrate de cuivre et du deutoxide de cuivre; dans l'autre une dissolution de l'hydrochlorate que l'on veut soumettre à l'expérience; puis l'on plonge dans chacune d'elles le bout d'une lame de cuivre, et l'on ferme toutes les ouvertures avec du mastic. Bientôt le bout plongé dans la dissolution du nitrate, et qui est le pôle négatif, se recouvre de cuivre à l'état métallique; l'acide nitrique est mis à nu, et reste en partie dans la branche du tube, où est le nitrate.

Dans l'autre tube, la lame de cuivre s'oxide rapidement, condition indispensable pour que le chlorure de sodium soit décomposé. Une portion du chlore se porte sur le cuivre oxidé qui est l'état positif, forme un oxi-chlorure qui se combine avec le cholure de sodium. Peu à peu cette combinaison cristallise sur la lame en jolis cristaux tétraèdres; mais, pour en avoir de 2 à 3 millimètres de grosseur, il faut attendre au moins une année. Le succès de l'expérience dépend de l'obstacle que l'on oppose au mélange des liquides contenus dans les tubes, sans nuire au transport de l'oxigène vers le pôle positif.

J'ai dit que cette combinaison ne s'opère qu'autant que le bout qui est dans la dissolution de sel marin s'oxide; car elle n'a pas lieu quand on emploie un courant électrique plus

intense que le premier, et qui n'est pas accompagné de la réduction d'un métal. Le meilleur moyen d'oxider un métal, dans les recherches électro-chimiques, est de disposer les appareils pour s'emparer facilement de l'oxigène provenant de la réduction du métal.

Ce double chlorure éprouve des changements singuliers dans sa couleur, comme je l'ai déja fait remarquer dans le Mémoire cité plus haut. Privé du contact de l'air, il est inaltérable; mais, dès l'instant qu'il touche l'eau, il se décompose; le chlorure de sodium se dissout, et l'oxi-chlorure se précipite. Il était essentiel d'analyser ce dernier produit pour en connaître la nature; je l'ai fait de la manière suivante : J'ai pris 2 grammes de ce précipité; après l'avoir bien lavé, je l'ai traité à chaud par une dissolution de sous-carbonate de soude. Le précipité, lavé et séché, m'a donné 2 grammes de carbonate de cuivre, dans lesquels il existe 1,60 d'oxide de cuivre et $0^{g},4$ d'acide carbonique; par conséquent l'oxi-chlorure renferme 1,60 d'oxide de cuivre, et 0,40 d'acide hydro-chlorique, ce qui représente sensiblement 2 atomes d'oxide de cuivre et 1 atome d'acide hydro-chlorique. J'ai saturé ensuite la dissolution avec de l'acide sulfurique, puis j'ai fait cristalliser; le muriate de soude apparaît et constate la présence du chlore dans la substance soumise à l'expérience, qui se trouve être un oxichlorure.

Les hydro-chlorates d'ammoniaque, de chaux, de potasse, de baryte, de strontiane, de magnésie donnent avec le cuivre des produits analogues et qui cristallisent de même en tétraèdres réguliers; ils sont donc tous isomorphes.

L'argent avec les mêmes hydro-chlorates, ainsi que le plomb, donnent également des combinaisons isomorphes

semblables aux précédentes. Ce sont précisément des hydrochlorates alcalins ou terreux dont la composition chimique est la même, qui donnent ces produits. Effectivement les hydrochlorates de soude, de potasse, de baryte, de strontiane, de magnésie, de chaux, sont formés de 2 atomes d'acide et de 1 atome de base, lequel atome lui-même est formé de 1 atome de métal et de 2 d'oxigène. Le double chlorure de potassium et d'étain cristallise en aiguilles prismatiques; aussi le chlorure d'étain n'a pas la même composition chimique que les chlorures terreux ou alcalins. Ce fait est une vérification de la loi observée par M. Mitscherlich sur les combinaisons doubles qui prennent des formes semblables.

Je dois mentionner ici une observation relative aux changements qui s'opèrent quelquefois dans la cristallisation: dans les premiers temps le cristal est complet; mais, quand l'appareil fonctionne depuis long-temps, il se forme peu à peu des troncatures sur les angles; il semblerait que, lorsque la matière cristallisante est moins abondante, la force n'a plus assez d'énergie pour compléter le cristal. J'ai eu occasion de faire la même remarque dans plusieurs cristallisations de produits formés à l'aide de forces électriques très-faibles.

En se servant du même appareil, on peut former les doubles iodures, les doubles bromures, etc. Je crois inutile d'entrer dans d'autres détails sur ces composés, mon but étant seulement de faire connaître les principes généraux à l'aide desquels on peut opérer les doubles combinaisons.

§ IV.

Des oxides métalliques, et des moyens de les obtenir cristallisés.

J'ai déja fait connaître la méthode à suivre pour faire cristalliser le protoxide de cuivre; mais, faute de données suffisantes, il m'a été impossible de présenter une théorie complète de ce qui se passe dans l'opération; je puis le faire maintenant à l'aide des phénomènes exposés dans la première partie de ce Mémoire.

Pour obtenir des cristaux de protoxide de cuivre, on prend un tube de verre fermé à l'une de ses extrémités et au fond duquel on met du deutoxide de cuivre; on remplit ce tube d'une dissolution de nitrate de cuivre saturé, puis l'on y plonge une lame de cuivre, qui touche aussi le deutoxide, et l'on ferme le tube hermétiquement. Au bout d'une dixaine de jours on aperçoit sur la lame de cuivre des petits cristaux cubiques d'un brillant métallique. Pour découvrir les phénomenes électriques qui les produisent, il faut prendre deux capsules de porcelaine remplies d'une dissolution de nitrate de cuivre et communiquant ensemble avec une mèche de coton; puis plonger dans chacune d'elles le bout d'une lame de cuivre, dont l'autre est fixée à l'une des extrémités du fil d'un excellent galvanomètre. Tout étant semblable de part et d'autre, il ne se manifeste aucun courant; mais, si l'on répand du deutoxide de cuivre sur la partie de l'une des lames qui plongent dans la dissolution, peu après il y a production d'un courant, dont le sens indique que la lame en contact avec le deutoxide a pris l'électricité négative; il suit de là que la lame, qui est dans l'autre capsule, est le pôle négatif de la petite

pile qui opère la décomposition du nitrate de cuivre; or, dans le tube, il se passe un effet absolument semblable; la partie de la lame qui est en contact avec le deutoxide est le pôle positif, tandis que l'autre est le pôle négatif. Je reviendrai dans l'instant sur la cause qui donne naissance à cette pile. L'existence de celle-ci étant constatée, la portion de la lame de cuivre qui n'est pas en contact avec le deutoxide doit attirer le cuivre à l'état métallique ou ses oxides suivant la force du courant : il est donc tout naturel que le protoxide de cuivre s'y porte, si le courant a une énergie convenable, l cristallise, parce que l'action électrique étant très-lente et par suite l'action chimique, les molécules ont le temps de s'arranger suivant les lois de la cristallisation, bien que le corps soit insoluble; avantage que l'on n'obtient pas quand les forces chimiques ont une certaine intensité.

Suivant la quantité plus ou moins grande de deutoxide de cuivre renfermée dans le tube, il s'y passe des phénomènes différents. Je suppose qu'il y en ait un grand excès; il y a d'abord production et cristallisation de protoxide; la dissolution se décolore peu à peu, devient ensuite incolore; et l'on aperçoit sur les parois intérieures du tube des cristaux de nitrate d'ammoniaque; la liqueur ne renferme plus qu'une dissolution saturée de ce sel et quelques traces de cuivre; il s'ecoule quelquefois six mois et plus avant d'obtenir ce dernier résultat, qui dépend de la quantité de deutoxide employée. Tout ceci se passe sans le contact de l'air, car le tube est fermé hermétiquement; l'ammoniaque a dû être formé aux dépens de l'hydrogène, de l'eau et de l'azote de l'acide nitrique, dont l'oxigène a été transporté au pôle positif.

Quand la quantité de deutoxide est très-faible, voici ce

qui arrive : les cristaux de protoxide se forment également sur la lame de cuivre; mais peu à peu ils perdent de leur éclat, et finissent par éprouver une altération qui s'arrête à un certain point; la dissolution reste toujours colorée. L'expérience est alors terminée et le temps n'apporte plus aucun changement dans la dissolution.

Pour expliquer les faits que je viens d'exposer et remonter à la cause des phénomènes électriques qui les ont produits, j'ai dû faire l'analyse des cristaux cubiques et celle de la substance qui remplace le deutoxide du même métal. Le changement qu'éprouve le deutoxide peut seul nous éclairer sur l'origine des effets électriques.

Ces cristaux jouissent des propriétés suivantes : leur poussière est rouge; elle se dissout dans l'ammoniaque sans la colorer; il en est de même dans l'acide hydro-chlorique. Cette dernière dissolution est troublée par l'eau. Ces caractères conviennent tous au protoxide de cuivre.

Analyse de la substance qui remplace le deutoxide de cuivre.

J'ai pris deux grammes de cette substance; après les avoir bien lavés et séchés, je les ai traités à chaud par une dissolution de sous-carbonate de potasse. La liqueur filtrée a été saturée peu à peu par l'acide sulfurique, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de réactions alcalines. J'ai rapproché la dissolution par l'évaporation et j'ai fait cristalliser. J'ai obtenu $1^{g},0$ de nitrate de potasse plus des eaux mères que j'ai négligées.

Le sel insoluble qui est resté sur le filtre était du carbonate de cuivre, lequel, séché et pesé, m'a donné $1^{g},6$.

Or, 1^{gramme} de nitrate de potasse, en admettant que l'atome

de ce sel renferme deux atomes d'acide et un atome de base, contient $0^{s},5$ d'acide et 0,5 de potasse.

De même le carbonate de cuivre, étant formé d'un atome de deutoxide de cuivre et d'un atome d'acide carbonique, donnera 1, 2 d'oxide et 0, 4 d'acide carbonique.

Il suit de là que la substance qui a été soumise à l'analyse est un sous-nitrate dont la composition est :

		Rés. calc.
2 atomes d'acide nitrique.	0, 5	0, 62
3 atomes de deutoxide de cuivre. . .	1, 2	1, 37

On voit, d'après cette analyse, que le deutoxide de cuivre est devenu du sous-nitrate de cuivre; ce résultat nous met à même d'expliquer les effets électriques qui donnent naissance au protoxide de cuivre et aux autres produits qui l'accompagnent.

Le tube de verre, qui est fermé hermétiquement, renferme du deutoxide de cuivre, une dissolution saturée de nitrate de cuivre et une lame de cuivre en contact avec l'un et l'autre. Le deutoxide s'emparant d'une portion de l'acide du nitrate, il s'ensuit que la partie de la lame qui touche le deutoxide se trouve en contact avec de la dissolution de nitrate de cuivre, qui est moins saturée que celle dans laquelle plonge le bout supérieur. Il doit résulter de là, d'après les principes que j'ai exposés précédemment, que la lame se trouve placée convenablement pour déterminer un courant. Le bout supérieur est le pôle négatif tandis que celui du bas est le pôle positif. Le premier doit attirer par conséquent le cuivre ou ses oxides, et le second l'acide, c'est précisément ce qui arrive. On voit donc qu'il est tout simple

que le protoxide de cuivre se forme sur la partie supérieure de la lame. L'action de cette pile doit être excessivement faible d'abord, attendu que le deutoxide, étant anhydre, agit difficilement sur l'acide du nitrate; la différence entre ces deux liquides se trouve alors très-petite; mais avec le temps le nitrate perdant peu à peu son acide, qui n'est remplacé que difficilement par celui de la partie supérieure, il s'ensuit que la différence entre le degré de concentration des deux dissolutions augmente. L'action chimique de la pile doit suivre le même rapport; aussi à la fin de l'opération aperçoit-on des cristaux de cuivre, surtout dans la partie supérieure. Comme cette marche est graduelle, on doit obtenir cristallisées toutes les bases, depuis le protoxide jusqu'au métal, excepté celles qui peuvent réagir sur le nitrate de cuivre.

L'expérience prouve que pendant ces diverses actions il ne se dégage aucun gaz; il suffit pour cela de ne pas fermer le tube et de le recouvrir d'un autre rempli également d'une dissolution de nitrate de cuivre; quelle que soit la durée de l'expérience, il ne se porte aucun gaz dans la partie supérieure : ainsi le dégagement est nul. Il paraît que l'oxigène qui provient de la réduction du deutoxide en protoxide, se porte sur la partie inférieure de la lame, qui est le pôle positif, afin de l'oxider, pour qu'il puisse se combiner avec l'acide qui y est attiré aussi, en raison de l'action électrique; mais comme il y a formation d'ammoniaque, il faut qu'une portion de l'eau et de l'acide soit décomposée afin de compléter la quantité d'oxigène nécéssaire à l'oxidation du cuivre qui se combine avec l'acide: les décompositions se font dans des proportions telles que les éléments qui en provien-

nent sont tous employés à former de nouveaux composés. Ainsi le cuivre ne décompose que les quantités d'eau et d'acide nécéssaires pour que l'hydrogène et l'azote soient dans des rapports voulus pour former de l'ammoniaque.

Le deutoxide, par son action sur la dissolution du nitrate, est tellement la cause du courant électrique qui s'établit dans le système, que l'on peut produire le même effet, en mettant les choses dans le même état où elles sont après cette action. On prend deux capsules de porcelaine dont l'une est remplie d'une dissolution saturée de nitrate de cuivre, et l'autre de la même dissolution étendue d'eau, la communication est établie entre elles avec une mèche de coton. On plonge dans chacune le bout d'une lame de cuivre. Cet appareil revient à celui du tube, quand le deutoxide de cuivre a commencé à s'emparer d'une partie de l'acide du nitrate, puisque dans l'un et l'autre cas, les deux bouts de la lame sont plongés dans deux dissolutions de nitrate de cuivre à différents degrés de concentration ; or, comme dans ces deux cas les effets électriques sont les mêmes, l'explication que j'ai donnée est donc exacte. Les faits précédents nous donnent les moyens de modifier à volonté l'intensité des petites piles qui servent à faire naître des affinités dans les corps; en effet, une lame de cuivre qui plonge dans deux dissolutions de nitrate de cuivre, dont l'une est saturée et l'autre ne l'est pas, formant pile : il s'ensuit qu'en étendant plus ou moins d'eau la dissolution qui n'est pas saturée, on aura des actions électro-chimiques plus ou moins énergiques ; de plus, comme on peut l'étendre progressivement, ces actions augmenteront ou diminueront dans la même proportion.

C'est par ce moyen qu'on pourra arriver à obtenir, cris-

tallisés, les divers oxides d'un même métal, et à distinguer les principes immédiats dont les composés organiques sont formés. Pour avoir le protoxide de plomb, par exemple, on emploie une dissolution de sous-acétate de plomb, de la litharge pulvérisée et une lame de plomb. Suivant la quantité de litharge, on obtient le protoxide en cristaux dodécaèdres ou en aiguilles prismatiques.

Je suis parvenu, par un moyen analogue, a former l'oxide de zinc, etc. Je reviendrai, dans un autre Mémoire, sur les oxides métalliques.

§ V.

De l'influence de la lumière sur les produits électro-chimiques, et conclusion.

L'appareil du tube recourbé en U, avec les dispositions que j'ai indiquées, est d'une application beaucoup plus étendue que le précédent, puisque l'on y fait usage du contact de deux dissolutions de sels différents, tandis que dans l'autre on n'a que les effets qui résultent du contact de deux dissolutions d'un même sel à différents degrés de saturation. Ces appareils donnent chacun des produits qui leur sont propres. On sent bien que l'accroissement des cristaux n'est pas indéfini, car il arrive un instant où les éléments dissous dans les liquides ayant été employés, l'action cesse. Il faut donc disposer les appareils de manière à en remettre d'autres sans trop déranger la marche de l'opération. Quand on fait usage du tube en U, il faut essayer de temps en temps, à un excellent galvanomètre, si le sens du courant n'est pas changé; car, s'il l'était, il se formerait alors de nouveaux produits. Cet essai est facile en séparant les deux lames de

métal qui plongent dans les branches du tube. Le changement de sens du courant est assez fréquent, en raison de la réaction des premiers produits sur le liquide au milieu duquel ils ont été formés.

La lumière paraît exercer une influence sur les modifications que peuvent éprouver les combinaisons formées par l'électrochimie. Parmi les observations que j'ai faites à cet égard, je me borne à citer celle qui suit, comme étant décisive : j'ai mis dans un tube, du deutoxide de cuivre, une dissolution saturée d'hydrochlorate du même métal et une lame de cuivre, et le tube a été ensuite fermé hermétiquement; peu à peu la dissolution s'est décolorée, il s'est formé sur la lame de cuivre des cristaux de protochlorure de cuivre; les cristaux de la face, tournés du côté de la lumière, se sont recouverts de filaments capillaires de protoxide de cuivre, tandis que les cristaux situés sur la face opposé ne présentaient pas le même effet. Ainsi la lumière a décidé, dans ce cas-ci, la production du protoxide de cuivre. L'appareil fonctionnait depuis huit mois quand je me suis aperçu du phénomène que je viens de rapporter. Pour être assuré de son exactitude, j'ai monté un autre appareil de suite, et le résultat a été le même. Si l'on rapproche cet effet de celui dont j'ai parlé dans le paragraphe précédent, on verra qu'il faut que la face de la lame de cuivre, tournée du côté de la lumière, soit devenue, par l'action de cette même lumière, le pôle négatif d'une pile, tandis que celle qui lui est opposée soit le pôle positif; or, comme une lame de métal qui plonge dans deux dissolutions d'un même sel, à différents degrés de saturation, détermine un courant électrique, n'est-il pas permis de supposer, par suite du même principe, que la même lame placée par une de ses faces,

dans un milieu lumineux rempli d'un liquide, et par l'autre dans un milieu qui l'est moins, détermine aussi un courant, excessivement faible à la vérité, mais dont l'existence est prouvée par une action chimique qui ne se manifeste à nos yeux qu'après un temps assez considérable. L'analogie est en faveur de cette hypothèse. Cependant je dois faire connaître une observation qui tend à faire dépendre le phénomène de l'action magnétique du globe. Les lames de cuivre étaien dans une position à peu près perpendiculaire à la direction du méridien magnétique, et la face, recouverte de filaments capillaires de protoxide de cuivre, regardait le pôle nord. Si c'est réellement là l'origine de l'action chimique, il faut que la face en regard du pôle nord soit devenue le pôle négatif d'une pile, et la face opposée le pôle positif par suite de l'influence du magnétisme terrestre. Des deux explications que je viens de donner, la dernière paraît la plus probable : d'ici à peu de temps j'espère être fixé sur ce point, car j'ai disposé plusieurs appareils qui me permettront de résoudre cette question.

Les faits consignés dans ce Mémoire sont le résultat de deux années d'expériences ; ils montrent le rôle que peut jouer le fluide électrique dans un grand nombre de phénomènes qui dépendent de l'attraction moléculaire. Je me suis appliqué principalement à faire connaître les moyens de le mettre en mouvement, pour opérer la combinaison d'un grand nombre de corps inorganiques.

MÉMOIRE

Sur la Coudée septennaire des anciens Égyptiens et les différents étalons qui en ont été retrouvés jusqu'à présent.

PAR M. P. S. GIRARD.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 12 novembre 1827.

LA découverte de modèles et d'étalons authentiques de poids et de mesures employés dans l'antiquité, est incontestablement le moyen le plus sûr d'assigner leur valeur, en poids et en mesures modernes; et parmi les anciennes mesures linéaires, la coudée d'Égypte était une de celles qu'il importait le plus de retrouver, par cela seul que le peuple chez lequel on en faisait usage, est généralement regardé comme le plus anciennement civilisé.

J'ai rendu compte à l'Institut national, immédiatement après mon retour d'Égypte, il y a 28 ans, de la découverte que j'avais faite au mois juillet 1799, du Nilomètre de l'île d'Éléphantine, dont Strabon avait indiqué l'emplacement et donné une description succinte; suivant le témoignage de ce géographe, l'on voyait gravées sur les parois de cet édifice, un certain nombre de coudées le long desquelles le niveau du Nil se projettait lors de ses crues et au moyen des-

quelles on pouvait, par conséquent, mesurer les hauteurs journalières de l'inondation.

Ce ne fut point au hasard que je dus cette découverte ; j'entrepris la recherche du Nilomètre d'Éléphantine, le texte de de Strabon à la main. Elle exigeait l'enlèvement de monceaux de décombres ; j'en fis commencer les fouilles le 18 juillet, elles ne furent terminées que le 24 du même mois. Pendant ces sept jours, quelques-uns de mes compagnons de voyage pensèrent que je m'étais livré à un travail infructueux ; cependant ils eurent bientôt à me féliciter de ma persévérance, car ils purent mesurer eux-mêmes les coudées gravées sur la paroi intérieure de l'édifice parallèle au cours du fleuve, et ils trouvèrent ainsi que moi, la longueur moyenne de chacune d'elles, équivalente à 527 millimètres. Cette longueur, comme on voit, est beaucoup plus grande que celle de la coudée naturelle ; mais ce qui parut une singularité plus remarquable, c'est qu'au lieu d'être divisée en 24 ou en 32 doigts comme la coudée grecque et le *dupondium* des Romains, elle était divisée en 14 parties évidemment de deux doigts chacune ; c'était par conséquent une coudée de 28 doigts ou de 7 palmes, au lieu d'être de 6 ou de 8.

Je crois devoir rappeler d'abord les explications que j'ai données de cette division septennaire, dans mon mémoire sur le Nilomètre d'Éléphantine (1).

Dans le temps où les hommes n'avaient encore entr'eux qu'un petit nombre de rapports sociaux, et où les besoins de la vie n'exigeaient pas, comme aujourd'hui, une unifor-

(1) Mémoire sur le Nilomètre d'Éléphantine (antiquités. Mém., t. I, pag. 1 et seq.)

mité parfaite dans les mesures usuelles, on rapportait à la longueur de l'avant-bras et de la main étendue toutes les longueurs que l'on voulait déterminer; procédé simple et naturel auquel chacun pouvait, sans embarras, recourir à chaque instant, et que suivent encore les tribus d'Arabes pasteurs et la plupart des paysans de l'Égypte.

Le travers ou la largeur de la main, que l'ou désigna sous le nom de *palme*, et les quatre doigts qui le composent, fournirent les divisions et les sous-divisions de la coudée naturelle. On avait, en effet, reconnu qu'elle contenait six palmes, ou vingt-quatre doigts (1); mais cette division, quoique extrêmement commode, ne fut pas la première employée.

Pour s'en convaincre, que l'on remonte à cette époque, où l'on ne connaissait point encore les mesures portatives, réglées sur un étalon légal, et que l'on se représente, pendant un instant, celui qui était obligé de rapporter à la longueur de sa propre coudée les intervalles qu'il avait à mesurer.

Lorsque ces intervalles avaient plus d'une coudée de longueur, il fallait appliquer sur eux, plusieurs fois de suite, l'unité de mesure. Ainsi, en partant de l'une des extrémités de la ligne à mesurer, comme d'un point fixe, et posant le coude sur ce point, on appliquait le long de cette ligne l'un des avant-bras et la main étendue; ce qui formait la longueur d'une première coudée naturelle.

L'opération, pour être continuée, exigeait l'application

(1) *Cubitumque animadverterunt (antiqui) ex sex palmis constare, digitisque viginti quatuor.* (Vitr., lib. III, cap. 1.)

d'une seconde coudée à la suite de la première: il était donc nécessaire de rendre fixe l'extrémité de celle-ci. Or, il est évident que le moyen le plus simple d'y parvenir consistait à poser transversalement à cette extrémité un ou plusieurs doigts de l'autre main, au-delà desquels on appliquait la même coudée qui avait été posée en-decà; on rapportait de nouveau les doigts transversaux à l'extérmité de cette seconde coudée, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on eût atteint la dernière limite de l'intervalle dont on voulait déterminer la longueur.

Il suffit de la moindre attention pour reconnaître, dans cette manière de mesurer, un procédé indiqué par la nature elle-même, et le seul que l'on pût employer avant l'invention des mesures portatives; mais on voit en même temps, qu'en opérant ainsi, l'unité de mesure, au lieu d'être égale à la coudée naturelle seulement, était égale à cette même coudée augmentée de la largeur des doigts que l'on avait posés transversalement pour servir de point de départ à l'unité de mesure suivante.

Observons ici que le nombre de ces doigts ajoutés à la coudée naturelle ne fut point arbitraire. Il convenait, en effet, que cette longueur additionnelle fût constante et représentât une partie aliquote de la coudée; et comme on savait qu'elle contenait six palmes, tandis qu'il aurait été peut-être difficile de dire combien de fois la largeur de chacun des doigts pris séparément y était contenue, on trouva plus simple et plus commode d'y ajouter un palme entier, que d'y ajouter un doigt seulement, ou une fraction quelconque du palme.

Ainsi l'unité de mesure primitive fut composée de sept palmes, ou de vingt-huit doigts; savoir, des six palmes de

la coudée naturelle, et du palme additionnel que fournissait le travers de l'autre main. (*Voy. la fig. jointe à ce Mémoire.*)

Si maintenant on se rappelle que la coudée du Nilomètre d'Éléphantine se retrouve divisée en quatorze parties, on sera naturellement conduit à y reconnaître les sept palmes et les vingt-huit doigts qui composaient l'unité de mesure primitive; et cette division, toute singulière qu'elle paraisse au premier aperçu, offrira, d'après l'analyse précédente, un témoignage irrécusable de sa haute antiquité.

A l'appui de ce témoignage je vais maintenant rappeler trois faits principaux que j'ai cités dans mon Mémoire sur le Nilomètre d'Éléphantine, comme autant de preuves de l'authenticité de la coudée septénnaire, et de son emploi en Égypte.

Le plan de la chambre sépulcrale pratiquée dans l'intérieur de la grande pyramide est un rectangle dont l'un des côtés est précisément double de l'autre. Le docteur J. Greaves, professeur d'astronomie à Oxford, qui voyageait en Égypte en 1638, les mesura le premier (1), et trouva que le plus grand des côtés de cette chambre était de 34 pieds anglais $\frac{58}{100}$, et le plus petit de 17 $\frac{29}{100}$. Newton, dans sa dissertation sur l'ancienne coudée des Juifs (2), qu'il prétendait avec raison avoir été la même que l'ancienne coudée d'Égypte, supposa que le grand côté de la chambre sépulcrale de la première des pyramides comprenait exactement 20 de ces coudées, et le plus petit 10, ce qui lui fit conclure que la longueur absolue de cette unité de mesure devait être d'un

(1) *John Greaves's, Pyramidographia.*

(2) Isaaci Newtoni *Dissertatio de sacro Judæorum cubito*, etc. (Newtoni *Opuscula mathematica et philosophica*, tom. III, pag. 493.)

pied anglais et $\frac{719}{1000}$, ce qui équivaut, en mesures françaises, à 523 millimètres $\frac{70}{100}$.

Messieurs Le Père architecte, et Coutelle, membres de l'institut d'Égypte et de la commission des arts, ont mesuré avec encore plus de précision que le docteur Greaves les dimensions de cette chambre, et les ont trouvées (1), en anciennes mesures françaises, de 32 pieds 4 pouces, et de 16 pieds 2 pouces; ce qui, en admettant la supposition de Newton, donne 525 millimètres pour la coudée égyptienne employée lors de la construction des pyramides, et c'est, à deux millimètres près, la même longueur que celle de la coudée du Nilomètre d'Éléphantine.

Le second fait que j'ai cité en preuve de l'authenticité de celle-ci, est l'indication donnée par Pline, de la longueur du côté de la base de la grande pyramide; or, il dit (2), en toutes lettres et non point en chiffres, ce qu'il importe ici de remarquer, que cette longueur est de 883 pieds. Il faut remarquer maintenant que tous les écrivains de l'antiquité qui ont donné avant Pline la longueur de ce côté l'ont exprimée en nombres ronds fort différents les uns des autres.

Ainsi Hérodote lui donne 800 pieds;

Philon de Byzance, 900;

Diodore de Sicile, 700;

Enfin Strabon environ 600. Toutes ces expressions de la même ligne, évidemment rapportées à des unités de mesure différentes, étaient, au surplus, destinées, dans l'intention de ceux qui les employaient, moins à faire connaître avec

(1) Antiquités, *Mémoires*, tom. II, pag. 46.

(2) Pline, *Histor. naturalis*, lib. XXXVI, cap. 12.

une exactitude rigoureuse la longueur du côté de la base de la pyramide, qu'à donner une grande idée de cette dimension et à l'exprimer en nombres faciles à retenir.

Les 883 pieds de Pline présentent un tout autre caractère; l'irrégularité même de ce nombre manifeste l'intention formelle de donner, non pas une indication vague, qui pût se graver facilement dans la mémoire, mais une détermination rigoureuse de la dimension dont il s'agit.

Cette considération seule établit, en faveur du texte de Pline, une probabilité de précision dont les autres narrations paraissent tout-à-fait dénuées.

Cela posé, admettant avec Newton l'identité des anciennes coudées hébraïque et égyptienne, et sachant d'ailleurs que les juifs avaient une unité de mesure appelée *zereth*, qui était précisément égale à la moitié de leur coudée, il est tout simple d'admettre que cette même demi-coudée était aussi une unité de mesure égyptienne, que Pline désigna sous le nom de pied.

Dans cette supposition, la longueur de 883 pieds attribuée par cet auteur au côté de la base de la grande pyramide, équivaudrait à 232 mètres $\frac{67}{100}$.

Or, MM. Le Père et Coutelle, auxquels on doit, comme nous venons de le dire, une Pyramidographie plus complète que celle de J. Greaves, ont trouvé, par un mesurage fait au mois de janvier 1801, avec les précautions les plus minutieuses, que la longueur de ce côté était de 232 mètres 74 centimètres (1). Ce résultat étant parfaitement identique avec celui auquel on

(1) Collection de Mémoires sur l'Égypte. (*Antiquités, Mémoires*, page 46.)

est conduit en appliquant à chacun des 883 pieds de Pline la longueur de la demi-coudée d'Éléphantine de $0^m,2635$, il est naturel d'en conclure que le *zereth* des Hébreux, égal à la moitié de cette coudée, était aussi en Égypte une unité de mesure usuelle que Pline désigna sous le nom de *pied*.

Nous avons confirmé cette conclusion en l'appliquant à déterminer la véritable valeur du stade employé par Ératosthènes, dans la mesure d'un degré terrestre, et c'est le troisième fait dont nous nous sommes appuyés.

Cléomède (1) nous a transmis le récit de quelques-unes des opérations entreprises par ce géographe pour déterminer l'arc du méridien compris entre Alexandrie et Syène, et celui compris entre Syène et Méroë. Il trouva que ces deux arcs, égaux entre eux, étaient chacun de 7 degrès 8 minutes 34 secondes.

Marcianus Capella (2) nous apprend de plus que la distance géodésique de Syène à Méroë, mesurée par les arpenteurs royaux de Ptolémée, fut trouvée de 5000 stades.

Or il résulte des observations de M. Nouet, astronome de notre expédition d'Égypte, que la différence de latitude entre Alexandrie et Syène est de $7^\circ\ 4'.\ 14''$. Ces observations ne diffèrent, comme on voit, de celle d'Ératosthènes que de 4 minutes 20 secondes, différence extrêmement petite eu égard à la perfection des instruments modernes comparés à ceux dont les anciens faisaient usage. Il faut donc reconnaître dans les observations du géographe d'Alexandrie une exactitude singulière qui autorise suffisamment à attribuer à sa

(1) *Cleomedis Meteora*, lib. I, cap. 10, *de terræ magnitudine*.

(2) *De Nuptiis Philologiæ et Mercurii*, lib. VI, cap. I.

mesure géodésique de 5000 stades, comprise entre les parallèles d'Alexandrie et de Syène un degré de précision à peu près équivalent.

Ces observations de latitude et ces opérations conduisirent Ératosthènes à donner 700 stades de longueur au degré terrestre.

Tout le monde convient d'ailleurs que les différentes mesures itinéraires désignées par les anciens sous le nom de stades étaient toutes composées de six cents pieds, et que leurs longueurs respectives étaient proportionnelles aux divers pieds qui leur servaient d'éléments : si donc la demi-coudée d'Éléphantine désignée par Pline sous le nom de pied était une mesure usuelle en Égypte, il était naturel de penser que le stade d'Ératosthènes était formé de 600 demi-coudées égyptiennes.

Partant de cette hypothèse on trouve pour la longueur de ce stade 158 mètres $\frac{1}{10}$ et pour le degré terrestre de 700 stades 110670 mètres.

Mais on sait que Bouguer trouva sous l'équateur le degré du méridien terrestre de 110577 mètres, et que dans ces derniers temps MM. Delambre et Méchain l'ont trouvé de 111074 mètres à la latitude moyenne de 45 degrés.

Le degré d'Ératosthènes mesuré sous le tropique serait donc de 93 mètres plus long que celui de Bouguer sous l'équateur, et de 404 mètres plus court que celui de MM. Delambre et Méchain sous le milieu de la zone tempérée; ce qui s'accorde à la fois avec l'irrégularité remarquée entre la longueur des degrés terrestres et la loi discontinue de leur décroissement des pôles à l'équateur.

Le savoir d'Ératosthènes, sur lequel est fondée la réputation prodigieuse dont il a joui, et la coincïdence remarquable

qui existe entre la mesure qu'on lui attribue du degré terrestre et les mesures modernes qui en ont été faites, suffisent évidemment pour constater l'emploi de la demi-coudée du Nilomètre d'Eléphantine sous la dénomination de pied dans le stade de 700 au degré.

J'ai lu en 1802 à la première classe de l'Institut le Mémoire dont ce qui précède est extrait, et il a paru en 1809 dans la première livraison du grand ouvrage sur l'Égypte.

J'ai aussi publié dans la même collection en 1816 un autre Mémoire sur les mesures agraires égyptiennes, auxquelles la coudée d'Éléphantine sert également de base fondamentale; je me borne à l'indiquer ici comme présentant de nouvelles preuves de l'authenticité de l'étalon dont il s'agit. Cet étalon avait été vu et mesuré sur place par mes compagnons de voyage et moi; son existence ne pouvait donc être révoquée en doute, lorsque notre savant confrère M. Gosselin, de l'Académie des Inscriptions lut, à cette Académie, dans sa séance du 31 octobre 1817, ses recherches sur le principe et les bases des différents systèmes mètriques linéaires de l'antiquité.

Les anciens géographes ont fait tant de fois usage du stade d'Ératosthènes pour l'évaluation des distances d'un lieu à un autre, et cette évaluation s'est trouvée tant de fois d'accord avec des mesures plus récentes d'une exactitude incontestable, que long-temps avant notre expédition d'Égypte les savants s'étaient accordés à reconnaître dans le pied de ce stade une unité de mesure particulière de 9 pouces 9 lignes (1), ou de $0^{m},263$, précisément égale à la demi-coudée du Nilomètre d'Éléphantine : aussi cette unité de mesure est-elle

(1) De Romé de l'Isle, *Métrologie*, pag. 1; Paris, 1789. Gosselin, *Mesures itinéraires*, pag. 59.

adoptée par M. Gosselin, il la regarde comme authentique et en admet la longueur absolue, mais il en rejette la division en 28 doigts ou en 7 palmes, attendu, suivant lui, qu'aucun témoignage de l'antiquité ne fait mention d'une coudée septennaire.

Un autre travail fort étendu de notre savant confrère et honorable ami M. Jomard sur le système mètrique des anciens Égyptiens parut aussi en 1817. Il ne cite dans ce Mémoire aucun étalon antique retrouvé en Egypte, mais procédant à la recherche de l'ancienne coudée égyptienne par la supposition qu'un nombre rond de ces coudées doit se retrouver dans les dimensions principales des anciens temples et des anciens palais de ce pays, il conclut de la mesure de quelques unes de ces dimensions l'emploi d'une coudée antique de 462 millimètres.

Il déduit d'ailleurs cette coudée d'un certain pied qu'il prétend être la six-centième partie d'un stade dont 600 formaient le degré terrestre, et dont la longueur absolue de 184^{m}, 722 a été selon lui conservée à dessein dans la hauteur oblique de la grande pyramide, c'est-à-dire, représentée à un centimètre près par la perpendiculaire qu'on abaisserait de son sommet sur la base horizontale du triangle qui forme l'une de ses faces.

M. Jomard a visité l'île d'Eléphantine la même année, mais quelques mois plus tard que nous, à une époque où les eaux du fleuve qui avaient pénétré dans le Nilomètre, ne lui permettaient pas d'y entrer pour y reconnaître de ses propres yeux les coudées septennaires que nous y avons mesurées mes compagnons de voyage et moi. Voilà sans doute pourquoi, parmi le grand nombre de coudées qu'il passe en

revue, il n'a cru devoir faire aucune mention de la coudée Nilométrique d'Eléphantine.

D'un autre côté, la découverte d'un étalon de mesure antique est toujours une espèce de bonne fortune, qui n'exige pour l'ordinaire aucun frais d'érudition de la part de celui auquel elle est due; peut-être même cette sorte de découverte aurait-elle aux yeux de quelques érudits l'inconvénient de rendre l'érudition inutile; car en quoi pourrait s'exercer la sagacité du critique le plus éclairé sur un fait matériel dont l'existence serait incontestée?

Si donc on attachait quelquefois moins de prix à faire valoir la vérité toute trouvée qu'à se livrer à sa recherche pour l'obtenir à l'aide d'hypothèses et de conjectures, on conçoit comment une unité de mesure, dont la découverte viendrait tout-à-coup contrarier les idées qu'on aurait conçues, serait naturellement mise à l'écart par ceux qui n'auraient point de place à lui donner dans les systèmes métriques qu'ils auraient adoptés.

Tel aurait été probablement pendant quelque temps le sort de la coudée d'Eléphantine, malgré toutes les preuves apportées de son authenticité, si, depuis l'expédition française en Egypte et par suite des facilités que le gouvernement de ce pays accorde aujourd'hui pour y entreprendre de nouvelles explorations, les divers consuls qui y résident n'avaient pas rivalisé de zèle et d'activité pour enrichir l'Europe de monuments et d'objets d'antiquités plus ou moins précieux.

Parmi ces objets, et dans la collection que notre consul général, M. le chevalier Drovetti a cédée pour le Musée de Turin à S. M. le roi de Sardaigne, on distingue l'étalon d'une ancienne coudée égyptienne qui a été retrouvé dans les ruines de Memphis parfaitement bien conservé.

La première description de cette coudée est due à M. Jomard, qui l'a publiée dans le Journal des Savants, du mois de novembre 1822; c'est une règle de bois dur de Méroë de 9 lignes d'épaisseur, travaillée avec soin, et couverte d'hiéroglyphes, dont on ne voit cependant représentés sur le dessin joint au Mémoire de M. Jomard, que ceux qui servent de caractères numériques.

Au surplus, ce qui nous importe de signaler ici, c'est la division de cette unité de mesure en 28 parties, qui sont évidemment autant de doigts.

Voilà donc un second étalon d'une coudée de sept palmes qui confirme l'authenticité de celle d'Éléphantine.

Quant à la longueur absolue de ce deuxième étalon, M. Jomard lui donne 520 millimètres : il serait donc plus court de 7 millimètres que notre coudée nilométrique.

Mais l'Académie de Turin ayant chargé, en 1824, deux de ses membres, MM. les professeurs Plana et Bidone, de mesurer exactement cet étalon, ils l'ont trouvé de 523 millimètres $\frac{521}{1000}$. On voit d'ailleurs par leur rapport, inséré dans le 30^{e} volume des Mémoires de Turin, publié l'année dernière, que les précautions les plus minutieuses ont été prises pour assurer l'exactitude de cette opération.

On voit aussi que son résultat coïncide tout-à-fait avec celui auquel Newton parvint, en concluant la longueur de l'ancienne coudée d'Égypte, des dimensions de la chambre sépulcrale de la grande pyramide. Suivant son évaluation, exprimée en mesures françaises, la longueur de cette ancienne coudée serait en effet de $523^{\text{mil.}}\frac{5}{10}$.

Depuis la publication du rapport de MM. Plana et Bidone, M. le chevalier Drovetti vient encore d'enrichir notre Musée

royal Égyptien d'un troisième étalon de coudée égyptienne, qui sera incessamment exposé aux yeux du public. Cet étalon, comme celui de Turin, est un prisme à cinq pans, de bois dur, chargé sur chacune de ses faces de caractères hiéroglyphiques, dont plusieurs lignes, suivant M. Champollion-Figeac, indiquent le nom et les qualités du personnage auquel cet instrument a appartenu : il porte le titre de coudée royale; il est divisé en 28 doigts, comme les coudées d'Éléphantine et du Musée de Turin, et de même que dans cette dernière, les quinze premières divisions, en allant de droite à gauche, portent sur l'une des faces de la coudée les sous-divisions successives du doigt, savoir : du premier doigt en deux parties, du 2^{e} en 3, du 3^{e} en 4, du 4^{e} en 5, et ainsi de suite jusqu'au 15^{e} qui est divisé en 16 parties; ainsi, pour le dire en passant, se trouve confirmé le passage de Héron d'Alexandrie, qui, dans l'exposition des mesures égyptiennes usitées antérieurement au temps où il écrivait, avance que le doigt de la coudée se divisait encore en parties plus petites.

J'ai mesuré moi-même, avec autant de précision qu'il m'a été possible, la longueur de la coudée septennaire de notre musée égyptien, et je l'ai trouvée de 525 millimètres, longueur qui, à 2 millimètres près, est identique avec celle des coudées d'Éléphantine et de Turin.

Au surplus, les 28 divisions sont sensiblement égales, et l'on y distingue clairement les 16^{e} de doigt équivalents à 0^{m},001172.

Mais ce qu'il est bien important de remarquer, c'est qu'au milieu de cette coudée et sur la même face qui porte son titre de coudée royale, on a gravé un pied d'ibis, caractère

qui, suivant M. Champollion, exprime l'unité de mesure appelée pied, comme la figure de l'avant-bras et de la main étendue qui est gravée à l'une des extrémités de cet étalon, désigne l'unité de mesure appelée coudée. Voilà donc un témoignage écrit qui prouve sans réplique que la demi-coudée égyptienne de 7 palmes était une mesure usuelle employée dans l'antiquité sous le nom de pied. L'authenticité des 883 pieds donnés par Pline au côté de la base de la grande pyramide, se trouve donc de nouveau confirmée, de même que la longueur du stade d'Ératostènes de 600 de ces pieds: ainsi disparaissent les erreurs grossières attribuées par Snellius, Riccioli et la plupart des modernes au géographe d'Alexandrie (1), qui recouvre enfin, par la découverte de l'ancien pied égyptien, la juste réputation que lui mérita le succès de la plus grande opération géodosique dont il soit fait mention dans les annales de l'antiquité : opération dont les détails ne nous sont point parvenus, mais dont Pline, qui les connaissait sans doute, disait : *improbum ausum, verum ita subtili computatione comprehensum ut pudeat non credere* (2).

Quand les preuves d'un fait sont devenues surabondantes, il arrive presque toujours qu'elles continuent de s'accumuler. Ainsi un 4^e^ étalon de coudée égyptienne a encore été retrouvé en 1823, à Memphis, par les soins de M. le consul de Suède Anastazi. Cette pièce, envoyée à Florence pour

(1) *Snellii Eratosthenes Batavus,* Académie des Inscriptions, t. XXIV. *Mémoire de Fréret*, pag. 513, ibid., tom. XXVI. Dissertation de Danville sur les mesures de la terre par Ératosthènes, pag. 92.

(2) Pline, *Hist. natur.*, lib. II. cap. 108.

être conservée dans le musée de cette ville, diffère des autres par sa matière, cet étalon au lieu d'être en bois, est formé d'un prisme de schiste. Le dessin (*fac simile*) en a été remis par M. Drovetti à M. Champollion, qui a bien voulu me le communiquer. Je l'ai trouvé de 526 millimètres $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, à un demi-millimètre près, précisément de la même longueur que la coudée d'Éléphantine. Il est d'ailleurs, comme elle, divisé en 7 palmes, ou en 28 doigts. Moins chargé d'hiéroglyphes que ceux des musées de Turin et de Paris, il porte, comme eux, à l'une de ses extrémités et du même côté, le titre de *coudée royale*, tandis qu'à son milieu, on voit encore figuré le signe hiéroglyphique du pied, ce qui confirme ce que nous savions déja.

La coudée égyptienne de Florence semble, par le dessin qui est sous nos yeux, d'une exécution moins soignée que celle du musée de Paris; une circonstance particulière la rend cependant très-remarquable : immédiatement après le premier palme qui porte l'inscription de *coudée royale*, et dans le champ du palme suivant se trouve l'inscription hiéroglyphique *petite coudée*. Il y avait par conséquent une coudée de 6 palmes, contemporaine de celle de 7, et dont la longueur absolue aurait été d'environ 450 millimètres, précisément équivalente à la coudée naturelle ou virile des livres *hébreux*; par sa division en 6 palmes ou en 24 doigts, celle-ci était évidemment d'un usage plus commode dans les constructions et les usages ordinaires de la vie, que la coudée royale septennaire.

Au surplus, le troisième palme de la petite coudée porte l'inscription hiéroglyphique *petit pied*, ce qui prouve que les Égyptiens avaient aussi un pied de 3 palmes, moitié de cette

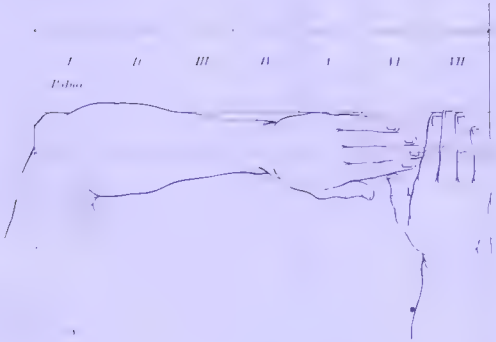
petite coudée, comme ils avaient un pied plus grand, égal à la moitié de leur coudée royale.

Nous ne pousserons pas plus loin les conséquences que l'on pourrait tirer des divisions et sous-divisions que nous venons d'indiquer de cette ancienne unité de mesure; nous n'avions pour objet que d'ajouter aux preuves de l'authenticité de la coudée nilométrique d'Éléphantine, découverte en 1799 les preuves que fournit son identité avec les trois autres étalons qui ont été retrouvés depuis 1822.

Ces quatre types de l'ancienne coudée égyptienne, en constatent maintenant irrévocablement la valeur : valeur importante à connaître, et dont la recherche a produit jusqu'à présent un grand nombre de dissertations savantes, appuyées d'hypothèses plus ou moins controversées, et pour la défense desquelles leurs auteurs ont souvent trouvé plus de ressources dans la fécondité de leur imagination, que dans la force de leurs raisonnements. Ne craignons point de le dire en terminant cet écrit: parmi toutes ces hypothèses, la plus difficile à soutenir est incontestablement celle qui fait dériver la coudée égyptienne d'une ancienne mesure de la terre, précisément comme la base de notre nouveau système métrique, dérive d'une mesure du méridien terrestre, entreprise de nos jours.

Laissons aux anciens Égyptiens ce qui leur appartient, ils seront encore assez riches; quand une multitude de monuments dont la collection s'accroît sans cesse, n'en rendraient pas témoignage, la seule lecture du livre de l'Exode nous apprendrait assez jusqu'où leur industrie dans l'exercice de certains arts, s'était déja élevée du temps de Moïse. N'en concluons pas cependant que leur civilisation puisse être

assimilée à la civilisation moderne; et ne leur attribuons pas des idées qui supposeraient les sciences exactes parvenues chez eux à un degré de perfection qu'elles n'atteignirent jamais chez aucun peuple de l'antiquité.



NOUVELLES RECHERCHES

SUR

LA STRUCTURE ET LES DÉVELOPPEMENTS

DE

L'OVULE VÉGÉTAL,

PAR M. MIRBEL.

(PREMIER MÉMOIRE.)

(Lu à l'Académie Royale des Sciences, le 28 décembre 1828.)

DEPUIS Grew et Malpighi on a fait de nombreuses observations sur la structure et les développements de l'Ovule des plantes phanérogames ; je citerai entre autres les savants Mémoires de MM. Turpin, Auguste de Saint-Hilaire, Treviranus, Dutrochet. Mais cette partie délicate de la phytologie n'a pris un certain degré d'évidence et de fixité que par la publication des découvertes de feu Schmidt de Copenhague et de M. Robert Brown.

En 1818, Schmidt, qui possédait au plus haut degré l'art de faire des observations microscopiques, acquit la certitude que, dans la plupart des Ovules, les deux enveloppes extérieures (la *Primine* et la *Secondine*) ont chacune une véritable ouverture (l'*Exostome* et l'*Endostome*) ; que ces deux ouvertures correspondent entre elles, que le

sommet du corps pulpeux central (le *Nucelle,* qui formera plus tard une troisième enveloppe sous le nom de *Tercine*) y vient aboutir, et que, comme le futur Embryon se dirige toujours, dans le *Nucelle,* en sens inverse de ce corps pulpeux, en sorte que la Radicule regarde constamment le sommet du *Nucelle,* il suffit, ainsi que l'avait déja dit M. Auguste de Saint-Hilaire, de constater la position de l'*Exostome* pour juger d'avance quelle devra être la direction de l'Embryon.

Ces faits, bien constatés, en éclairant quelques points importants de l'Anatomie et de la Physiologie végétales, fournissent aux botanistes le moyen de définir avec plus de précision et de netteté les traits caractéristiques des Graines.

Mes efforts pour parvenir à la connaissance plus complète du travail de Schmidt ont été infructueux; il n'a rien publié de ce qu'il savait sur l'Ovule : nous ignorerions ce dont la science lui est redevable, si M. Robert Brown ne nous l'avait révélé. Ce dernier a éclairé, développé et confirmé, par une multitude d'observations qui lui sont propres, les assertions du savant physiologiste danois. Après M. R. Brown est venu M. Adolphe Brongniart, qui a recueilli, aussi sur le même sujet, des faits intéressants. En lisant ce qu'ont écrit ces deux botanistes, j'ai pu croire d'abord qu'il ne restait pour leurs successeurs que peu de chose à faire; mais plus tard l'étude de la Nature m'a prouvé le contraire.

M. R. Brown remarque avec raison que beaucoup de naturalistes (je dois avouer que je suis de ce nombre) ont eu le tort de vouloir juger de la structure de l'Ovule par celle de la Graine développée. Averti par cette judicieuse critique, je me suis appliqué cette fois à surprendre l'Ovule au moment où il commence à poindre, et je trouve maintenant, après

un long examen, que, si les travaux les plus récents laissent quelque chose à désirer, c'est encore parce que les observateurs n'ont pas étudié l'Ovule assez jeune. J'ajouterai qu'on a négligé de suivre la marche progressive des développements dans les mêmes espèces, et que cette omission a fait qu'on a quelquefois confondu ce qu'il aurait fallu distinguer, et distingué ce qu'il aurait fallu confondre.

Nous pouvons partager en trois grandes classes la plupart des graines parfaitement développées; les *Orthotropes*, les *Campulitropes* et les *Anatropes*. Voici les caractères de ces trois classes.

Dans les *Orthotropes*, le *Hile*, c'est-à-dire, le point où le *Funicule* s'attache au *Test*, correspond directement à la *Chalaze* et se confond en quelque sorte avec elle; l'*Exostome* est diamétralement opposé à la *Chalaze* : l'axe de la Graine est rectiligne (exemple : Noyer (Pl. 16, fig. 4), *Myrica*, *Polygonum*, etc.).

Dans les *Campulitropes*, le *Hile* se confond avec la *Chalaze*, de même que dans les *Orthotropes* : mais l'*Exostome* et la *Chalaze*, au lieu d'être diamétralement opposés, sont contigus, parce que la Graine est courbée en forme de rognon, ou même pliée et soudée dans sa longueur, moitié sur moitié (exemple : Légumineuses Papilionacées, Crucifères, Caryophyllées (Pl. 16, fig. 1, 2 et 5), etc.).

Dans les *Anatropes*, l'*Exostome* et la *Chalaze* sont diamétralement opposés; l'axe est rectiligne, comme dans les *Orthotropes;* mais le *Hile*, au lieu de se confondre avec la *Chalaze*, est contigu à l'*Exostome*, comme dans les *Campulitropes*, et il ne communique avec la *Chalaze* que par le *Raphé*, faisceau vasculaire qui tire son origine du *Funicule*, et

se prolonge dans l'épaisseur du *Test* jusqu'à la base de la Graine (exemple : Liliacées, Renonculacées, Rutacées (Pl. 14, fig. 8, 9 et 10), Cucurbitacées (Pl. 12), etc.).

Tout ce que les derniers observateurs ont écrit sur l'Ovule prouve qu'ils ont examiné très-superficiellement les trois formes que je viens d'indiquer : ils les ont considérées comme étant originelles, en quoi ils se sont grandement trompés. Pour s'en convaincre, il faut remonter à la naissance de l'Ovule.

Dans l'origine, l'Ovule n'est qu'une petite excroissance pulpeuse qui ne paraît avoir aucune enveloppe, aucune ouverture (Pl. 12, fig. 1, *a*). Peu après, le point culminant de la petite excroissance se perce, et l'on commence à distinguer l'*Exostome*, l'*Endostome*, et, à la faveur de ces deux orifices, la *Primine*, la *Secondine* et le *Nucelle* (Pl. 12, fig. 3, 4, 5). On peut dire qu'à cette première époque tous les Ovules sont *orthotropes;* car le sommet donné par la pointe saillante du *Nucelle* est diamétralement opposé à la base de l'Ovule (Pl. 16, fig. 5), laquelle offre l'union la plus complète entre la *Chalaze* et le *Hile;* mais cette *Orthotropie* ne se maintient que dans peu d'espèces. Les Ovules des autres espèces ne tardent pas à changer de forme par l'effet des développements : les uns se courbent sur eux-mêmes, et rapprochent ainsi leur sommet de leur base; ce sont les *Campulitropes* (Pl. 16, fig. 2, 3); les autres ne se courbent pas sur eux-mêmes, mais ils se renversent tout entiers, et, durant ce mouvement de conversion, le *Raphé* se développe avec la *Primine* et transporte le *Hile* de la base de l'Ovule à son extrémité supérieure : ce sont les *Anatropes* (Pl. 12 et 14).

Ainsi, dans les plantes à Graines *orthotropes*, les déve-

loppements de l'Ovule ne changent ni la position relative, ni la position absolue de l'*Exostome*, de la *Chalaze* et du *Hile* : toutes ces parties conservent leurs rapports primitifs.

Dans les plantes à Graines *campulitropes* la position absolue de l'*Exostome*, de la *Chalaze* et du *Hile*, se maintient malgré les développements (1); mais la position relative de ces parties change par suite de la courbure de l'Ovule.

Dans les plantes à Graines *anatropes* le mouvement de conversion de l'Ovule est sans effet sur la position relative de l'*Exostome* et de la *Chalaze;* mais le développement du *Raphé* fait que le *Hile* s'éloigne de la *Chalaze*, et va prendre place à côté de l'*Exostome*.

Maintenant il ne peut plus y avoir qu'une opinion sur le point qui doit être considéré comme la base de l'Ovule, et par conséquent de la Graine. Cette base est toujours marquée par la *Chalaze*. La *Chalaze* est la partie par laquelle les vaisseaux de la plante-mère s'ouvrent un passage pour communiquer avec la *Secondine* et le *Nucelle*. Le *Raphé* n'est qu'une portion du *Funicule* qui s'est développé avec la *Primine* et s'y est incorporé ; le *Raphé* n'existe que dans les *Anatropes*.

C'est faute d'avoir vu s'opérer la courbure des Ovules des espèces à Graines *campulitropes*, et le mouvement de conversion des Ovules des espèces à Graines *anatropes*, que l'on a avancé que la *Primine* et la *Secondine*, étaient disposées de

(1) Cette loi n'est pas aussi constante que je le croyois à l'époque où j'ai lu mon Mémoire à l'Académie. Je ferai voir, dans un nouveau travail que je publierai incessamment, que le *Hile* s'éloigne un peu de la *Chalaze* dans certaines Graines *campulitropes*.

telle sorte, l'une relativement à l'autre, que le sommet de la première correspondait à la base de la seconde, *et vice versâ,* et que ce n'était que par exception que les deux enveloppes avaient la même direction. Au contraire, il devient évident, par mes observations, que la *Primine* et la *Secondine* sont dans la même situation l'une à l'égard de l'autre, de sorte que les deux sommets correspondent toujours entre eux, ainsi que les deux bases. On ne se trompe pas moins quand on assure que le *Nucelle* est renversé, relativement à la *Primine.*

Je m'étonne que, depuis la publication de l'intéressant Mémoire de M. R. Brown, il se soit trouvé des observateurs qui aient nié la perforation de la *Primine* et de la *Secondine.* Je vais tâcher de convaincre les incrédules. Les résultats que j'ai obtenus sont plus décisifs encore que ceux qui nous ont été présentés par le savant botaniste anglais, attendu que j'ai pris les Ovules dans un degré de développement beaucoup moins avancé que celui où étaient parvenus les Ovules sur lesquels il a travaillé.

Les deux orifices, l'*Exostome* et l'*Endostome*, sont d'abord très-petits; ils s'élargissent graduellement, et, quand ils sont parvenus au *maximum* de dilatation qu'ils peuvent atteindre, ils se resserrent et se ferment. Par rapport à la grosseur de l'Ovule, ce *maximum* de dilatation est si considérable dans un grand nombre d'espèces, que, pour en donner une idée exacte, je le comparerai, non à un trou, comme s'expriment ceux qui ont parlé avant moi de l'*Exostome* et de l'*Endostome,* mais à l'évasement d'un gobelet ou d'une coupe. On conçoit qu'alors, pour reconnaître l'existence de la *Secondine* et du *Nucelle,* il n'est pas besoin d'avoir recours à

l'anatomie. J'ai souvent vu, de la manière la plus distincte, la *Primine* et la *Secondine* formant deux larges godets, dont l'un contenait l'autre sans le recouvrir en entier, et le *Nucelle* se prolongeant en un long cône, hors de la *Secondine*, au fond de laquelle sa base restait fixée. Plusieurs Ovules en cet état sont représentés dans les dessins que je fais passer sous les yeux de l'Académie. Des formes si nettement caractérisées ne laissent pas soupçonner que je me sois fait illusion.

Je dois remarquer ici qu'au même moment, dans le même Ovaire, tous les Ovules ne sont pas également développés. Je citerai pour exemple le *Cucumis leucantha;* son *Trophosperme* central jette vers la circonférence des filets vasculaires qui portent chacun quatre ou cinq Ovules attachés les uns à la suite des autres d'un seul côté : ces Ovules sont d'autant moins développés qu'ils sont plus éloignés du point de départ du filet qui leur sert de pédoncule. Ceci ressemble beaucoup à ce qui a lieu dans un épi de fleurs. Celles qui sont le plus rapprochées de la base du support commun sont souvent fanées, alors que celles du sommet ne sont pas même ouvertes. Il suit de là que, si l'âge d'une fleur peut indiquer *à priori* le degré de développement d'un Ovule, c'est uniquement lorsque celui-ci est solitaire. L'époque de l'émission du Pollen, dans les fleurs dont les Ovaires contiennent plusieurs Ovules, correspond donc à des degrés de développement très-divers de ces mêmes Ovules.

Le *Nucelle* est la troisième enveloppe de l'Ovule, la *Tercine,* dans son état rudimentaire. Le *Nucelle* est fixé au fond de la *Secondine,* précisément au point correspondant à la *Chalaze.* Pour découvrir ce corps pulpeux dans les Crucifères,

la plupart des Légumineuses, et surtout les Labiées, les Borraginées, etc., il faut prendre l'Ovule si petit et si tendre, que c'est grand hasard si on ne l'écrase en cherchant à le dégager des parties environnantes. A peine le *Nucelle* est-il apparent, qu'il se creuse intérieurement, se dilate en un sac à mince paroi, se soude à la *Secondine*, et se confond avec elle : la cavité qu'il remplissait reste vide pendant quelque temps.

Mais dans d'autres espèces le *Nucelle* a une plus longue durée, soit sous sa forme rudimentaire, soit sous sa forme plus parfaite de *Tercine*, et il arrive même qu'on en retrouve quelquefois les vestiges dans le *Périsperme* des Graines mûres. Je reviendrai sur ce sujet en parlant de la quatrième et de la cinquième enveloppe, ou *Quartine* et *Quintine*.

La *Primine*, la *Secondine* et la *Tercine* ou *Nucelle*, paraissent ensemble dès que l'Ovule commence à se développer : la *Primine* ne manque jamais; selon toute probabilité il en est de même du *Nucelle;* et, dans les nombreuses observations que j'ai faites, je n'ai trouvé que l'Ovule des *Juglans Regia*, *alba* et *nigra*, qui fût évidemment privé de *Secondine*.

La *Quartine* et la *Quintine*, dont je vais parler, sont des productions plus lentes à se montrer que les précédentes. La *Quartine* n'est pas très-rare, quoique personne ne l'ait indiquée jusqu'à ce jour; quant à la *Quintine*, qui est la *vésicule de l'amnios* de Malpighi, la *membrane additionnelle* de M. R. Brown, et le *sac embryonnaire* de M. Ad. Bronguiart, je suis loin de penser qu'elle n'existe que dans un très-petit nombre d'espèces, comme paraît le croire M. R. Brown.

Si personne ne fait mention de la *Quartine*, c'est sans doute parce qu'elle aura toujours été confondue avec la *Tercine;* cependant, ces deux enveloppes diffèrent essentiellement par leur origine et le mode de leur croissance. Je n'ai découvert la *Quartine* que dans des Ovules dont la *Tercine* s'incorpore de très-bonne heure à la *Secondine*, et je crois qu'elle n'existe que là. Au moment de son apparition, elle forme une lame cellulaire qui tapisse toute la superficie interne de la paroi de la cavité de l'Ovule; plus tard elle s'isole de la paroi, et ne tient plus qu'au sommet de la cavité : c'est alors un sac, ou plutôt une vésicule parfaitement close. Quelquefois elle reste définitivement dans cet état; les *Statice* en offrent un exemple (Pl. 16); d'autres fois elle se remplit de tissu cellulaire, et devient une masse pulpeuse : elle se presente sous cet aspect dans le *Tulipa Gesneriana* (1). Tout ceci est l'inverse de ce qui se passe dans la *Tercine*, puisque cette troisième enveloppe commence toujours par être une masse de tissu cellulaire (elle porte alors, comme on l'a vu, le nom de *Nucelle*), et finit ordinairement par être une vésicule.

J'ai observé dans beaucoup d'espèces la cinquième enveloppe, ou *Quintine;* elle se présente avec des caractères généraux qui ne permettent pas de la méconnaître. Son développement n'est complet que lorsqu'il a lieu dans un *Nucelle* qui est resté plein de tissu cellulaire, ou dans une *Quartine* qui s'en est remplie. Au centre du tissu s'organise, comme dans une matrice, la première ébauche de la *Quin-*

(1) Les cellules de la *Quartine* des *Statice* et des Tulipes se remplissent d'une matière amilacée qui constitue le *Périsperme* de ces plantes.

tine; c'est une sorte de boyau délié, qui tient par un bout au sommet du *Nucelle* et par l'autre bout à la *Chalaze*. La *Quintine* se renfle, et l'Embryon devient visible presque simultanément. Le renflement de la *Quintine* s'opère du sommet à la base; elle refoule sur tous les points le tissu qui l'environne, souvent même elle envahit la place qu'occupait le *Nucelle* ou la *Quartine*. Un fil très-délié, le *Suspenseur*, descend du sommet de l'Ovule dans la *Quintine*, et porte à son extrémité un globule, qui est l'Embryon naissant.

L'existence d'un vide dans la *Quartine*, ou bien la destruction du tissu interne du *Nucelle* à l'époque où la *Quintine* se développe, devient la cause d'une modification quelconque dans la manière d'être de ce dernier tégument. On ne voit jamais la *Quintine* de certaines Cucurbitacées adhérer à la *Chalaze;* cependant il est évident que l'adhérence a existé. La *Quintine* renflée à sa partie supérieure, et suspendue comme un lustre au haut de la cavité, offre encore à sa partie inférieure un bout du boyau rudimentaire, devenu libre (Pl. 12, fig. 11, *d*); la séparation s'est opérée de très-bonne heure par suite du déchirement du tissu du *Nucelle*. La *Quintine* des *Statice* est réduite à une sorte de placenta cellulaire, à la surface inférieure duquel est attaché l'Embryon (Pl. 15.). Cet avortement de la *Quintine* résulte de ce que la *Quartine* a un grand vide intérieur qui empêche que la *Quintine* naissante se mette en communication avec la *Chalaze*, et prenne le développement qu'elle acquiert dans une foule d'autres espèces.

M. Auguste de Saint-Hilaire a imprimé, en 1815, que l'*Exostome* (l'orifice de la Primine) n'est que la cicatrice d'un cordon vasculaire, lequel adhère primitivement à la paroi

interne de l'Ovaire. Ainsi, selon ce botaniste, tout Ovule aurait deux attaches, le *Funicule,* destiné à la transmission des sucs nourriciers, et le conducteur de l'*aura seminalis*, par le moyen duquel s'effectue la fécondation. Mais M. R. Brown soutient que jamais cette seconde attache n'existe dans l'origine, et ce que j'ai dit plus haut, de la formation de l'*Exostome,* vient à l'appui de cette opinion. Toutefois il faut examiner cette seconde attache; je doute qu'elle soit nulle part plus apparente que dans les Plombaginées et les Euphorbiacées. Que l'on dissèque l'Ovaire du *Statice armeria*, ou de toute autre espèce du genre quand le bouton de la fleur commence à poindre, on trouvera que l'Ovule est placé de manière que son sommet regarde le fond de la cavité de l'Ovaire. Alors l'*Exostome* et l'*Endostome* sont très-dilatés, et le *Nucelle* offre une masse conique, à sommet arrondi; peu ensuite l'Ovule se redresse, rétrécit son double orifice, et ne laisse plus apercevoir que le sommet de son *Nucelle;* et dans le même temps un petit cylindre, produit par la partie supérieure de la cavité de l'Ovaire, s'alonge et dirige son bout vers le double orifice de l'Ovule; et, comme l'Ovule et le cylindre croissent simultanément sans que leur direction change, bientôt le bout du cylindre rencontre, couvre et bouche l'orifice de la *Secondine,* qui dépasse un peu l'orifice de la Primine (Pl. 15). Que l'on dissèque l'Ovaire des Euphorbes, on verra qu'un petit bonnet en forme d'éteignoir joue à peu près le même rôle que le petit cylindre des Plombaginées (Pl. 13). Enfin, qu'on examine l'Ovule du *Nymphæa alba*, et l'on verra qu'un renflement du *Funicule,* renflement qui, plus tard, s'étendra en *Arille* sur toute la

graine, remplace le cylindre des Plombaginées, et le bonnet des Euphorbiacées.

Je ne donnerai pas aujourd'hui d'autres détails sur la structure et le développement de l'Ovule; il reste cependant beaucoup de choses à ajouter à ce que je viens de dire; mais, pour en parler avec autorité, je pense que de nouvelles recherches sont indispensables.

EXPLICATION DES PLANCHES.

Pl. 12. CUCUMIS ANGURIA.

Fig. 1. *a*, plusieurs Ovules avant l'épanouissement de la fleur, au moment où ils commencent à devenir perceptibles. Chacun alors n'offre qu'une petite masse pulpeuse de forme conique.

Fig. 2. *a*, *b*, *c*, *d*, quatre Ovules plus avancés que les précédents : l'Ovule *a* est plus développé que l'Ovule *b*, celui-ci plus que l'Ovule *c*, et ce troisième plus que l'Ovule *d*. Même remarque a été faite dans le *Cucumis leucantha* et dans d'autres Cucurbitacées. Les Ovules sont d'autant moins développés qu'ils sont plus éloignés du point de départ des faisceaux vasculaires qui viennent du centre, et leur portent la nourriture.

Fig. 3. Ovule percé à son sommet : l'ouverture *a* qui est l'Exostome, c'est-à-dire l'orifice de la Primine, laisse apercevoir intérieurement le sommet du Nucelle *c*.

Fig. 4. Ovule un peu plus avancé. — *a*, Exostome ; *b*, Endostome : c'est l'orifice de la Secondine; *c*, Nucelle.

Fig. 5. L'Exostome *a* et l'Endostome *b* sont parvenus au *maximum* de leur dilatation. Le Nucelle *c* est aussi apparent qu'il puisse l'être.

Fig. 6. Ovule plus avancé : l'Exostome *a* est presque fermé. La fleur à laquelle cet Ovule appartenait était déja flétrie.

Fig. 7. L'Ovule réprésenté fig. 6, coupé dans sa longueur, de manière à faire voir sa structure interne. — *a*, Exostome et Endostome presque fermés ; *b*, Nucelle; *c*, Secondine; *d*, Primine; *e*, vaisseaux du Funicule formant le Raphé; *f*, place de la Chalaze.

Fig. 8. Un Ovule plus avancé que celui de la fig. 6. — *a*, Exostome presque fermé ; *b*, place de la Chalaze; *c*, filet déja observé par M. Ad. Brongniart dans le *Pepo macrocarpus* et le *Momordica elaterium*.

Fig. 9. L'Ovule représenté fig. 8, coupé dans sa longueur, de manière à faire voir sa structure interne. — *a*, Primine; *b*, Secondine; *c*, Nucelle; *d*, place de la Chalaze; *e*, vaisseaux du Funicule (Raphé).

Fig. 10. Ovule plus avancé que celui de la fig. 8, et coupé dans sa longueur, de manière à faire voir la structure interne. — *a*, production nouvelle. Un tissu cellulaire, remarquable par l'aspect qu'il présente, sert d'étui à un filet *b* qui termine le Nucelle *c*, et semble être le même appendice qui est représenté fig. 8 et 9; *d*, Primine et Secondine soudées ensemble; *e*, couche de tissu cellulaire qui n'appartient pas primitivement à l'Ovule, mais qui s'applique à sa surface, et finit par lui servir d'enveloppe, comme ses téguments propres; *f*, place de la Chalaze; *g*, vaisseaux du Funicule (Raphé).

Fig. 11. Ovule plus avancé que celui de la fig. 10. — *a*, la production indiquée en *a*, fig. 10; *b*, Primine et Secondine soudées ensemble; *c*, Nucelle creusé intérieurement, et formant un troisième sac nommé Tercine; *d*, Quintine qui remplira plus tard toute la cavité, et qui sera remplie elle-même par l'Embryon, qui commence à paraître en *e*; *f*, vaisseaux du Funicule; *g*, Chalaze; *h*, deux couches de ce tissu cellulaire indiqué par la lettre *e* dans la fig. 10.

N. B. La graine du *Cucumis anguria* est *anatrope :* il en est de même des graines des autres Cucurbitacées.

Pl. 13. Euphorbia Lathyris.

Fig. 1. Ovule avant la fécondation, mais dont le développement est déja assez avancé. — *a*, Primine; *b*, Nucelle sortant par l'Exostome *c*, *d*, Chapeau qui paraît dans l'angle interne de la loge du péricarpe et se développe, comme on le voit dans les fig. 6, 7, 8.

Fig. 2. *a*, Nucelle; *b*, Secondine; *c*, Endostome : le Nucelle et la Secondine ont été retirés de la Primine; la partie *d* indique l'attache de la Secondine à la Primine.

Fig. 3. Primine, de l'intérieur de laquelle ont été retirés le Nucelle et la Secondine, représentés fig. 2.

Fig. 4. Nucelle débarassé de sa Primine et de sa Secondine. On voit en *a*

l'attache du Nucelle à la Secondine; cette attache correspond à celle de la Secondine à la Primine, et par conséquent à la Chalaze.

Fig. 5. Secondine qui enveloppait la base du Nucelle réprésenté fig. 4.

Fig. 6. Ovule plus avancé. La Primine *a* s'est accrue; elle ne laisse plus paraître que le sommet *b* du Nucelle. L'Exostome s'est renflé en un bourrelet qui commençait à paraître en *c*, fig. 1 et fig. 3, et qui devient beaucoup plus épais dans les fig. 7, 8, 9, 10 et 11. Le Chapeau est plus développé que dans la fig. 1.

Fig. 7. Ovule encore plus avancé; son Exostome est recouvert par le Chapeau, qui s'est considérablement agrandi.

Fig. 8. Le même Ovule coupé dans sa longueur. — *a*, Primine; *g*, Exostome; *d*, bord de l'Exostome offrant en *d* un bourrelet très-épais, succulent, et comme glanduleux; *e*, vaisseaux funiculaires qui parcourent d'un côté l'épaisseur de la Primine, et vont se rendre, en *f*, à sa base pour former la Chalaze, et pénétrer dans le Nucelle; *b*, Secondine très-épaissie; *c*, Nucelle; *h*, Attache du Nucelle à la Secondine et à la Primine; *i*, Chapeau; *k*, Appendice qui bouchait l'Exostome.

Fig. 9. Ovule un peu plus avancé; le Chapeau a été enlevé. On retrouve dans cette figure toutes les parties indiquées dans la fig. 8. — *a*, Renflement qui s'est formé à la base du Nucelle, et que l'on peut considérer comme un développement interne de la Chalaze.

Fig. 10. Portion du péricarpe laissant voir dans son intérieur un Ovule coupé longitudinalement, plus avancé que celui qui est représenté fig. 9. La pointe *a* du Nucelle *b*, transformé en Tercine, ne correspond plus à l'Exostome *d*, comme dans les fig. 8 et 9. Il s'est opéré dans l'Ovule un déplacement qui a changé la position des parties intérieures relativement à la Primine *f*; *e*, Quintine; elle se montre ici sous la forme d'un boyau prolongé selon l'axe de la Secondine *g* et du Nucelle *b*; *h*, Chapeau flétri.

Fig. 11. Ovule plus avancé. — *a*, Primine; *b*, Secondine; *c*, Tercine; *d*, Quintine. Ici comme dans le *Cucumis anguria*, il n'y a pas de Quartine. La Quintine s'est creusée intérieurement. *e*, Exostome bordé de son gros bourrelet glanduleux *f*.

Fig. 12. Tercine et Quintine retirées d'un Ovule encore plus développé

que celui de la fig. 11. — *a*, Tercine transformée en un sac membraneux; *b*, Quintine dont le volume s'est accru; *c*, Embryon naissant; il est soutenu par un fil délié qui est le Suspenseur; *d*, développement interne de la Chalaze; *e*, vaisseaux funiculaires (Raphé).

N. B. Les graines des Euphorbiacées sont *anatropes*.

Pl. 15. Aristolochia clematitis.

Fig. 1. *a*, une des cloisons qui partageait en six loges incomplètes la cavité de l'Ovaire de l'Aristoloche. Cette cloison, qui sert de placentaire, porte deux ovules en *b*; ce sont deux petits mamelons, dans lesquels on ne voit encore ni Primine, ni Secondine, ni Nucelle; l'intérieur n'est qu'une pulpe.

Fig. 2. *a*, cloison détachée d'un Ovaire plus développé que le précédent. Les deux Ovules *b* se sont allongés, et l'Exostome s'est ouvert à leur sommet *c*.

Fig. 3. Ovule plus développé. — *a*, Primine; *b*, Secondine; *c*, Nucelle. L'Exostome et l'Endostome sont parvenus au *maximum* de développement qu'ils peuvent atteindre.

Fig. 4. Coupe d'un Ovaire. On voit les Ovules attachés aux cloisons incomplètes; ils sont au même degré de développement que l'Ovule représenté fig. 3.

Fig. 5. Ovule plus âgé. — *a*, Primine; *b*, Exostome et Endostome très-rétrécis; *c*, place de la Chalaze; *d*, Funicule soudé à la Primine (Raphé) dans une grande partie de sa longueur.

Fig. 6. Autre ovule encore plus âgé. L'Exostome *a* est presque fermé.

Pl. 14. Reseda luteola.

Fig. 7. Ovule dont l'Exostome et l'Endostome sont arrivés au plus haut degré de dilatation qu'ils puissent atteindre. — *a*, Primine; *b*, Secondine; *c*, Nucelle; *d*, Funicule.

Pl. 14. Ruta graveolens.

Fig. 8, 9 et 10. Ovule à trois différents degrés de développement.

N. B. Les graines des Aristoloches, des Résédas et des Rues, sont *anatropes*.

Pl. 15. STATICE ARMERIA var. *maritima*.

Fig. 1. Ovule long-temps avant la fécondation, mais toutefois non pas avant ses premiers développements, puisque la Primine *a*, la Secondine *b*, et le Nucelle *c*, sont déja très-apparents.

Fig. 2. Les lignes *a* figurent le contour de l'Ovaire. *b*, Ovule plus avancé que dans la fig. 1. On voit en *c* le sommet du Nucelle, en *d* le bord de la Secondine, et par conséquent l'Endostome; en *e* le bord de la Primine, et par conséquent l'Exostome; en *f* le Funicule qui va former la Chalaze vers le point *g*. Cet Ovule était d'abord renversé, comme il se montre fig. 1; mais, en se développant, il s'est redressé de manière à présenter l'Endostome, c'est-à-dire l'Orifice de la Secondine, au Bouchon *h* qui descend du sommet de la cavité de l'Ovaire; ce Bouchon paraissait dans l'origine sous la forme d'un petit renflement à peine visible; il s'est prolongé en un cylindre, dont l'extrémité inférieure offre un mamelon qui plus tard bouchera l'Endostome, de même que l'appendice du Chapeau de l'*Euphorbia lathyris* bouche l'Exostome. (Voyez Pl. 13, fig. 8, *k*.)

Fig. 3. Ovule plus avancé que celui de la fig. 2. — *a*, Bouchon fermant l'orifice de l'Endostome; *b*, bord de la Secondine; *c*, bord de la Primine; *d*, Funicule; *e*, portion du Funicule (Raphé) qui fait corps avec la Primine, et va former en *f* la Chalaze.

Fig. 4. Le même Ovule coupé longitudinalement. — *a*, Bouchon dont le mamelon ferme l'Endostome; *b*, bord de la Secondine; *c*, bord de la Primine. Le Nucelle qui remplissait la cavité *d* a disparu, et s'est sans doute soudé à la Secondine, comme cela arrive dans presque tous les Ovules. La Secondine *e* est encore détachée de la Primine *f*; *g*, vaisseaux du Funicule; ils forment en *h* la Chalaze.

La fleur, au moment où l'ovule était arrivé à ce point de développement, était épanouie; mais les anthères n'avaient pas encore versé leur pollen.

Fig. 5. Ovule plus avancé que le précédent; la Primine *a* et la Secondine *b* sont soudées ensemble; on aperçoit encore une trace légère de la suture. Les deux parois, en se réunissant se sont considérablement amincies, de sorte qu'elles offrent à elles deux moins d'épaisseur que

la Primine *f* ou que la Secondine *e*, prises isolément dans l'Ovule, fig. 4. L'Endostome *c*, fig. 5, est complètement fermé. En *d* on voit la Quartine qui s'est développée sur la paroi interne de la Secondine. C'est dans le tissu de cette enveloppe que se déposera plus tard la matière amilacée du Périsperme. En *e* est la Quintine qui porte l'Embryon *f*; en *g* est la place de la Chalaze.

Fig. 6. La Quintine et l'Embryon détachés de l'Ovule, fig. 5. La Quintine n'est ici qu'une masse de tissu cellulaire verdâtre.

N. B. Les *Statice armeria*, *speciosa*, etc., ainsi que les autres Plombaginées, ont des graines *anatropes*.

Pl. 16. Cercis siliquastrum.

Fig. 1. *a*, Primine; *b*, Exostome; *c*, Funicule; *d*, Secondine; *e*, Nucelle dont le sommet forme une petite saillie au-dessus de l'Endostome.

N. B. Le développement des Ovules du *Cercis* et de la plupart des autres genres de la famille des Légumineuses, participe à la fois des *anatropes* et des *campulitropes;* c'est une *amphitropie.* Je reviendrai sur ce sujet dans un autre Mémoire, où je montrerai que les développements divers des Ovules, qui sont d'un si grand intérêt pour le physiologiste, offrent aussi des caractères très-précieux pour le botaniste, et fournissent les bases d'une nomenclature rationnelle. C'est ce qu'avaient cherché vainement Gærtner, Cl. Richard et tant d'autres habiles observateurs, et c'est probablement ce qu'avait trouvé Schmidt, si j'en juge par ce que M. Brown nous a fait connaître de ses travaux sur l'Ovule; mais il ne paraît pas qu'il ait laissé aucune note relative à la question que je viens d'effleurer en passant, et que j'approfondirai plus tard.

Pl. 16. Lychnis flos-jovis.

Fig. 2. Ovule qui commence à se développer. — *a*, Primine; *b*, Secondine; *c*, Nucelle; *d*, point d'attache de l'Ovule.

Fig. 3. Ovule beaucoup plus développé; il s'est recourbé sur lui-même,

de sorte que sa base et son sommet sont près de se joindre — *a*, Exostome; *b*, Endostome; *c*, Funicule. La partie *d* du Funicule, qui tient à la Primine *e*, s'est très-épaissie, et adhère à la fois au sommet et à la base de l'Ovule; la Chalaze se confond avec cet empâtement. Dans les *anatropes*, l'Ovule se renverse sans se courber, tandis qu'ici l'Ovule se courbe en même temps qu'il se renverse.

N. B. Les graines des *Lychnis* et de toutes les Caryophyllées sont *campulitropes*.

Pl. 16. JUGLANS REGIA.

Fig. 4. Fleur femelle coupée dans sa longueur. — *a*, Stigmate; *b*, Canal stigmatique; *c*, Ovule; *d*, Primine; *e*, Nucelle; *f*, point de la Chalaze.

Fig. 5. Ovule au même degré de développement que celui qui est représenté en *c* de la fig. 4. — *a*, Primine; *b*, Nucelle. Il m'a été impossible de découvrir la Secondine dans les *Juglans regia*, *alba* et *nigra*; peut-être était-elle déja soudée à la Primine. Du reste, c'est la seule fois que cette seconde enveloppe ait échappé à mes recherches.

N. B. Les *Juglans*, les *Myrica*, les Polygonées, les *Tradescantia*, sont *orthotropes*.

ADDITIONS

AUX NOUVELLES RECHERCHES

SUR

LA STRUCTURE ET LES DÉVELOPPEMENTS

DE L'OVULE,

PAR M. MIRBEL.

(SECOND MÉMOIRE.) (1)

(Lu à l'Académie des Sciences le 28 décembre 1829.)

DE tout ce que j'ai publié en 1815 sur le développement de l'Ovule, il ne subsiste aujourd'hui, à mes propres yeux, qu'un seul fait qui soit incontestable; savoir : *que l'œuf végétal est, dans l'origine, une petite masse cellulaire, pulpeuse, dépourvue d'enveloppes particulières et d'ouverture.*

(1) Pour ne pas interrompre la liaison des faits, je m'abstiens dans le cours de ce Mémoire de discuter les points sur lesquels je ne suis pas d'accord avec les observateurs qui se sont déja occupés du sujet que je traite; mais comme je dois compte au lecteur des motifs qui me déterminent à adopter ou à rejeter telle ou telle opinion, je donne des notes explicatives toutes les fois que je juge qu'elles peuvent être de quelque utilité.

C'est parce que j'étais bien convaincu de l'exactitude de ce fait, qu'en 1827, après avoir reconnu mon erreur sur tous les autres points, je pensai qu'il y avait une lacune dans les recherches des observateurs qui étaient venus après moi. Pour remplir cette lacune, il fallait expliquer comment, dans la petite masse pulpeuse, se formaient la *Primine*, la *Secondine* et le *Nucelle*; puisque, selon ma manière de voir, ces diverses parties n'étaient que le résultat de développements postérieurs à l'apparition de l'Ovule. Tel a été le but que je me suis proposé dans mes dernières observations; mais j'avouerai que j'étais loin de m'attendre à une découverte aussi curieuse que celle que j'ai obtenue. Non seulement elle intéresse l'anatomie et la physiologie végétale, mais encore elle fournit à la botanique philosophique des caractères d'autant plus importants qu'ils donnent souvent à la classification la sanction de la physiologie. Il me semble qu'à l'avenir on ne pourra guère se dispenser de faire connaître l'évolution des Ovules dans l'exposé des traits distinctifs des groupes naturels. Je suis si frappé de cette idée, que je n'ai pas voulu borner mon travail à des généralités; je me suis mis à la recherche des modifications et des exceptions, et j'en ai déja constaté solidement quelques unes. Je les indiquerai dans le cours de ce Mémoire. Pour plus de clarté, j'examinerai d'abord l'une après l'autre chaque partie, et même, afin que la liaison des phénomènes devienne bien évidente, je rappellerai plusieurs faits qui ne sont pas ignorés des botanistes.

La *Primine* est l'enveloppe extérieure (1). C'est sur elle

(1) Voyez planche 7, figures 1, 2, à la lettre *p*.

que vient s'insérer le *Funicule* (1), cordon qui renferme dans un étui de tissu cellulaire, un faisceau de tubes parmi lesquels on a observé des trachées.

La base de l'Ovule est le point où le faisceau de tubes traverse la *Primine* et va gagner la seconde enveloppe ou *Secondine* (2); il a reçu le nom de *Chalaze*. Quelquefois la place de la *Chalaze* est indiquée à l'extérieur par un petit renflement de la *Primine* (3), et, dans l'intérieur, par un appendice pulpeux ou charnu, arrondi, conique ou cylindrique (4), dont je parlerai plus tard.

Le *Funicule*, dans un grand nombre d'espèces, se soude longitudinalement à la *Primine*, depuis l'endroit où il forme la *Chalaze* jusqu'à une distance plus ou moins éloignée d'elle. Alors il se montre à la superficie de la *Primine* comme une ligne en relief qui se termine à la base de l'Ovule. Cette ligne est le *Raphé* (5). Mais quand il n'y a d'adhérence entre

---

(1) Voy. pl. 7, fig. 1, *f*. — Pl. 9, fig. 3, 4, 5, 6, *f*; fig. 20, *f*.

(2) Voy. pl. 7, fig. 1, *s*; fig. 3, *s*.

(3) Voy. pl. 9, fig. 20, *c*. — Pl. 10, fig. 12, *c*.

(4) Voy. pl. 10, fig. 4, 5, 6, *c x*; fig. 11, *c x*; fig. 12, *c x*.

M. Tréviranus sans indiquer les fonctions de l'*Appendice chalazien* en a pourtant très-bien constaté l'existence et la position dans le *Phaseolus vulgaris*, l'*Astragalus alopecuroides* et le *Lupinus hirsutus*. Assurément ma manière de voir sur la structure et les développements de l'Ovule diffère beaucoup de celle de M. Tréviranus; mais ce n'est à mon sens qu'un motif de plus pour lui rendre la justice qui lui est due. Son Mémoire, qui n'a pas été assez étudié par ses successeurs, contient une multitude d'observations de détails très-intéressantes et ses nombreux dessins sont d'une admirable exactitude; sous ce rapport personne ne l'a encore surpassé.

(5) Voy. pl. 8, fig. 3, 4, 7, 8, 11, 12, 13, 14, *r*, pl. 9, fig. 20, *r*.

la *Primine* et le *Funicule* que là même où les vaisseaux funiculaires pénètrent dans la *Secondine*, la *Chalaze* se confond avec le *Hile* (1) qui est le point d'attache du *Funicule* sur la *Primine*, et la place manque pour un *Raphé*.

On voit fréquemment à la superficie de la *Primine* des nervures tantôt simples (2), tantôt ramifiées (3) qui partent de la *Chalaze* (4) et se dirigent vers l'*Exostome* (5), bouche

---

(1) Voy. pl. 6, fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, *f*, *c h*.

(2) Voy. pl. 6, fig. 1, *v p*.

(3) Voy. pl. 8, fig. 7, 12, 15, 16, *v p*.

(4) Voy. pl. 6, fig. 1. — pl. 8, fig. 7, 12, *c*.

(5) Voy. pl. 8, fig. 7, 12, e^1.

En parlant de l'*Exostome*, M. Ad. Brongniart s'exprime en ces termes. « Cette ouverture fut entrevue par Grew, et depuis par Gleichen, elle fut négligée par Malpighi et par MM. Tréviranus et Dutrochet. MM. Turpin, Mirbel et Auguste Saint-Hilaire qui ne paraissent pas l'avoir examinée au moment de la fécondation, la regardaient comme la cicatrice des vaisseaux fécondants. » (Voy. *Recherches sur la génération et le développement de l'Embryon dans les végétaux phanérogames*, pages 76 et 77.)

Je suis surpris que M. Ad. Brongniart dise que je regardais l'*Exostome* comme la *cicatrice des vaisseaux fécondants*. C'est précisément le contraire de ce que j'ai avancé ; voici mes propres paroles. « Un petit *trou* (*l'Exostome*) « se montre à la superficie de la *Lorique* (le *Test*) dans un grand nombre d'es- « peces et traverse cette enveloppe d'*outre en outre* ». J'ajoute au sujet de l'opinion de M. Turpin sur l'usage de l'*Exostome* qu'elle ne me semble pas *étayée de preuves suffisantes*. (Voy. *Élém. de physiologie végétale* etc, pag. 49). Il y a donc deux erreurs dans l'assertion de M. Brongniart : d'une part, je ne considérais point l'*Exostome* comme une *cicatrice ;* je le regardais au contraire, comme un *trou* qui traversait le *Test* d'*outre en outre ;* c'était ainsi que je l'avais figuré dans la graine du Haricot et du Nuphar; et d'autre part, je ne croyais pas que ce *trou servît à la fécondation*. Je présumais, avec M. Coréa, que les *Nervules* (*Cordons pistillaires* de M. Coréa), fais-

de la *Primine*, considérée à juste titre comme le sommet de l'*Ovule*. Les nervures sont des faisceaux de tubes qui distribuent les sucs de tous côtés. Quoi qu'il s'en faille beaucoup qu'ils soient partout visibles, il y a lieu de soupçonner qu'ils existent souvent à l'état rudimentaire dans des Ovules où on ne les aperçoit pas. J'ai fait voir autrefois que le *Test* du *Phaseolus vulgaris* (formé en partie par la *Primine*) contient un réseau vasculaire; mais ce réseau, perceptible dans un âge avancé, échappe à l'observation quand l'Ovule est jeune (1).

---

ceaux vasculaires du *Placentaire* qui se composaient, selon moi, des *Vaisseaux conducteurs de l'aura seminalis* et des *Vaisseaux nourriciers*, se rendaient dans le *Funicule* et transmettaient à l'Ovule les sucs alimentaires et la matière fécondante (voy. *Élém de phys. végét.* pag. 299 et pag. 325 et 326). J'aurais été, je crois, mieux inspiré si j'avais adopté, ainsi que l'a fait plus tard M. Ad. Brongniart, les idées d'Hedwig et de M. Link, d'où il résulterait que la fécondation s'opère par un tissu cellulaire particulier, prolongé depuis le Stigmate jusqu'à la surface interne de la paroi du Péricarpe; mais à l'époque où j'écrivais sur cette matière, M. R. Brown n'avait pas encore fortifié de tout le poids de ses observations et de celles de Schmidt, l'hypothèse que je combattais. Je dis l'hypothèse et non la théorie, car tout en reconnaissant que l'opinion d'Hedwig et de M. Link, combinée avec celle de M. R. Brown, se présente à l'esprit plus favorablement que la mienne, je ne vois pas qu'elle soit *étayée de preuves suffisantes* pour dissiper l'obscurité qui environne le mystère de la fécondation. Sur un tel sujet, passer d'une opinion à une autre, n'est peut-être que changer d'erreur; mais, en général, il est rare que les efforts pour arriver à la vérité soient tout-à-fait infructueux; si l'on ne trouve pas toujours ce que l'on cherche, souvent on découvre ce que l'on ne cherchait pas.

(1) Voy. dans les Mémoires de l'Institut, année 1808, pag. 303, mes *Observations anatomiques et physiologiques sur la croissance et le développement des végétaux*, lues le 28 ventôse an 12 (1804).

En général, le bord de l'*Exostome* n'offre rien de particulier, et c'est une exception tout-à-fait remarquable que sa forme dans les genres *Euphorbia*, *Ricinus*, etc. Il s'enfle peu à peu et devient en vieillissant un gros bourrelet succulent qui couronne l'Ovule (1). Plus tard, il se flétrit. On en retrouve encore les vestiges dans la Graine mûre. Alors il ne correspond plus à la Radicule qui s'en est écartée sensiblement. J'expliquerai comment ce phénomène a lieu quand je parlerai des enveloppes de la Graine, qu'il ne faut pas confondre avec celles de l'Ovule.

La *Secondine* se montre presque en même temps que la *Primine*. C'est un sac à paroi mince et celluleuse, dont le sommet, dans les premiers temps, sort par l'*Endostome* (2), et dont le fond adhère toujours à la *Chalaze* (3). On distingue même quelquefois un filet vasculaire qui passe du *Funicule* dans la *Secondine*. Comme la *Primine*, elle est percée à son sommet. J'ai donné à cette ouverture, découverte par Schmidt, le nom d'*Endostome* (4).

Le bord de l'*Endostome*, ordinairement aussi mince que le reste de la paroi, se développe dans le jeune Ovule du *Tulipa*, en un gros bourrelet ondulé (5) qui cache pendant quelque temps l'orifice de la *Primine*. Ensuite, il disparaît tout-à-fait (6).

---

(1) Voy. pl. 2, fig. 1, *c*; fig. 6, *c*; fig. 8 et 9, *d*.

(2) Voy. pl. 6, fig. 4, *s*. — Pl. 7, fig. 1, 2, 4, 6, *s*. — Pl. 9, fig. 2, 13, *s*. — Pl. 10, fig. 1, 7, 13, *s*.

(3) Voy. pl. 7, fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, *s*.

(4) Voy. pl. 6, fig. 4, 5, 14, e^3. — Pl. 7, fig. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e^2. — Pl. 9, fig. 2, 13, 14, e^2. — Pl. 10, fig. 1, 7, 13, 14, e^3.

(5) Voy. pl. 7, fig. 1, et suiv.

(6) Voy. pl. 7, fig. 12, *s*.

La *Secondine*, après avoir dépassé la *Primine*, est recouverte par elle. A cette loi, je n'ai trouvé jusqu'à présent que les *Plumbaginées* qui fissent exception. La partie supérieure de la *Secondine* dans la Graine arrivée au dernier degré de maturité (1), s'élève encore au-dessus de l'*Exostome*, qui forme un petit bourrelet autour d'elle. En ceci, je ne me trouve pas d'accord avec M. Ad. Brongniart; il a pris, selon moi, le sommet de la *Secondine* pour le sommet de la *Primine* (2).

Gœrtner et d'autres botanistes ont remarqué, il y a longtemps, que certains Embryons étaient logés en partie ou en totalité dans une niche formée par un repli de l'enveloppe intérieure de la Graine (3); mais aucun, que je sache, n'a essayé d'expliquer cette singulière disposition. Le *Tradescantia virginica* m'a fourni l'occasion d'en rechercher l'origine. Voici comment les choses se passent : dès que le double orifice de l'Ovule s'est reserré, le sommet des deux enveloppes ovulaires, poussé en avant par la pression interne du *Nucelle*, forme un mamelon saillant à l'extérieur (4).

---

(1) Voy. pl. 4, fig. 3, *b*; fig. 4, *b*; fig. 5, *c*.

(2) Voy. dans les *Recherches sur la génération et le développement de l'Embryon* etc, par M. Ad. Brongniart, la note de la page 73.

(3) Voy. dans mon *Examen de la division des végétaux en endorhizes et exorhizes* (1810. Annales du Muséum d'hist. nat. tome XVI), les graines du *Canna indica* et du *Tradescantia erecta*, pl. I; du *Musa coccinea*, pl. III; du *Zingiber nigrum*, pl. IV, du *Commelina africana*, pl. VI; et dans mes *Élémens de bot. et de physiol. véget.*, 1815, du *Commelina communis* pl. 59, fig. 6, *a*; de l'*Alpinia occidentalis*, pl. 61, fig. 7, *b*, et d'un autre *Alpinia* fig. 8.

(4) Voy. pl. 6, fig. 6, *z*.

Vers cette époque, la portion supérieure du *Nucelle*, contenue dans le mamelon, se soude à la portion de la *Secondine* en contact immédiat avec elle. Mais bientôt l'Ovule grandissant de plus en plus, la *Secondine* (1), dont alors le sommet (2) fait corps avec le sommet du *Nucelle* (3), participe à l'extension générale de telle manière qu'elle se soulève et se replie sur elle-même autour du mamelon (4) qui, par l'effet de l'amplitude des parties environnantes, cesse de se montrer à l'extérieur, et se trouve assez promptement enseveli dans l'*Ovule*. Peu ensuite, quand la *Secondine* s'est confondue avec la *Primine* (5) et que le *Nucelle*, réduit à l'état d'une poche membraneuse (*la Tercine*) (6), fait place à la *Quartine* (7), le globule embryonnaire (8) descend du sommet et se loge dans la cavité du mamelon. J'ose espérer que cette description deviendra très-claire pour tout lecteur qui voudra bien prendre la peine de consulter successivement les figures qui s'y rapportent.

Pour s'assurer de l'existence de la *Secondine* dans une espèce qu'on observe pour la première fois, il est prudent de prendre l'Ovule dans son extrême jeunesse; car il arrive fréquemment que la *Secondine* s'unit de très-bonne heure à la *Primine*, et, comme alors la confusion des deux enve-

(1) Voy. pl. 6, fig. 8, *s*.
(2) Voy. pl. 6, fig. 8, *s z*.
(3) Voy. pl. 6, fig. 8, *n x*.
(4) Voy. pl. 6, fig. 8, *s w*.
(5) Voy. pl. 6, fig. 10, *p s*.
(6) Voy. pl. 6, fig. 10, *t*.
(7) Voy. pl. 6, fig. 10, *q'*.
(8) Voy. pl. 6, fig. 10, e^3.

loppes est souvent complète, on pourrait croire, si on négligeait la précaution que j'indique, que l'Ovule n'aurait jamais eu de *Secondine*. Il est plus probable, au contraire, que cette enveloppe ne manque dans aucune espèce. Cependant il m'a été impossible de la découvrir dans le *Myrica* (1), l'*Alnus* (2), le *Corylus* (3), le *Quercus* (4), le *Juglans* (5); mais aussi dois-je dire que, dans leur état rudimentaire, les Ovules de ces végétaux sont si petits, que je ne saurais conclure raisonnablement que la *Secondine* n'y existe pas parce que je ne l'y ai pas vue (6).

---

(1) Voy. pl. 6, fig. 1, 2, 3.

(2) Voy. pl. 8, fig. 1, 2, 3, 4.

(3) Voy. pl. 8, fig. 5, 6, 7, 8.

(4) Voy. pl. 8, fig. 9, 10, 11, 12, 13.

(5) Voy. pl. 5, fig. 4, 5.

(6) Il semblerait, selon M. R. Brown, que dans les Synanthérées les enveloppes de l'Ovule ne seraient point perforées, et qu'elles seraient à peine séparables, soit l'une de l'autre, soit du *Nucelle*.

M. Ad. Brongniart, qui a observé également l'Ovule des Synanthérées, admet comme un fait positif la soudure des enveloppes au *Nucelle*. (Voy. *Recherches sur la génération etc.*, pages 76 et 77).

Les choses en effet se présentent ainsi à l'époque où ces deux observateurs les ont prises; mais s'ils avaient examiné l'Ovule plus jeune, ils se seraient convaincus que les Synanthérées ne font point exception à la règle générale; je m'en suis assuré sur l'Ovule de l'*Helianthus annuus*.

La même remarque critique est applicable à ce que M. Ad. Brongniart dit des Crucifères et des Légumineuses (page 76). Il les range parmi les plantes dans lesquelles « il est difficile et même le plus souvent impossi-« ble de déterminer s'il n'existe qu'un seul tégument ou deux téguments « autour de l'Amande (le *Nucelle*), par suite de l'adhérence de ces mem-« branes, tant entre elles qu'avec l'Amande ».

En prenant les Ovules des Crucifères et des Légumineuses très-jeunes,

Si, généralement parlant, la *Secondine* ne tarde guère à s'unir à la *Primine*, il en est tout autrement dans quelques espèces. Par exemple, l'union ne s'opère dans le *Tulipa Gesneriana* qu'après la chute du périanthe et des étamines, et l'on a toute facilité d'observer les modifications qu'elle subit depuis sa naissance jusqu'à sa disparition. D'abord, elle offre un cylindre surmonté, comme je l'ai dit plus haut, d'un *Endostome* très-épais (1); puis elle se reserre vers l'*Endostome* (2) qui lui-même diminue considérablement de volume. Alors elle ressemble à une longue bouteille à col très-court; ensuite le ventre de la bouteille prend beaucoup d'ampleur, mais le bord de l'orifice continue à s'amincir (3); enfin le ventre se soude à la paroi de la *Primine*, tandis que le col, réduit à un très-mince volume, reste libre (4).

La *Secondine* du *Tradescantia virginica* tarde aussi à s'unir à la *Primine*. Il en est de même de la *Secondine* de l'*Euphorbia Lathyris*. La paroi de celle-ci, au lieu de s'amincir en s'étendant, devient plus épaisse (5) jusqu'à l'époque où elle est refoulée, ainsi que la *Tercine*, par la *Quintine* (6) trans-

---

rien au contraire n'est plus facile de constater la présence de la *Primine*, de la *Secondine* et du *Nucelle*, car, à cette époque, ces trois parties sont séparées et bien distinctes. Elles s'offrent aux regards de l'observateur comme je les ai figurées dans le *Cheiranthus cheiri*, le *Pisum sativum*, le *Cicer arietinum* et le *Lupinus varius*, pl. 9 et 10.

(1) Voy. pl. 7, fig. 1, *s*; fig. 3, *s*; fig. 5, *s*.

(2) Voy. pl. 7, fig. 6, *s*; fig. 7, *x*.

(3) Voy. pl. 7, fig. 8, *s*, *x*, e^2.

(4) Voy. pl. 7, fig. 10, *p s*, *s*; fig. 12, *p*, *s*, *p s*.

(5) Voy. pl. 2, fig. 8, *b*; fig. 9; fig. 10, *g*; fig. 11, *b*.

(6) Voy. pl. 2, fig. 10, *e*; fig. 11, *d*.

formée en un grand Périsperme (1). Ce mode reparaît dans d'autres *Euphorbiacées*. Peut-être est-il commun à toutes. Il a été l'occasion de deux méprises : la doublure sèche et solide de la *Primine* qui se produit dans l'Ovule (2), peu avant l'apparition de l'Embryon, a été indiquée comme étant la *Secondine*, et la véritable *Secondine* (3) a passé pour le *Nucelle* (4) (5).

Dans l'origine, le *Nucelle* est recouvert par la *Secondine*, laquelle est elle-même cachée dans la *Primine*. La *Secondine* ne tarde pas à dépasser l'orifice de la *Primine*, et, le *Nucelle*, l'orifice de la *Secondine*; mais, peu de temps après, ces deux parties intérieures sont de nouveau recouvertes par la *Primine* (6). Si cette loi n'est pas universelle, du moins elle est générale.

Le *Nucelle*, comme l'on sait, est un corps pulpeux, conique, plus ou moins arrondi ou pointu à son sommet et fixé par sa base au fond de la *Secondine* (7). Sa durée est très-

---

(1) Voy. pl. 2, fig. 12, *b*. Ici, le Périsperme commence à grossir; quand il aura acquis tout son développement, il remplira la cavité de la Graine.

(2) Voy. pl. 2, fig. 11, la *Primine b*.

(3) Voy. pl. 2, fig. 11, *b*.

(4) Voy. pl. 2, fig. 11 *c* et fig. 12, *a*.

(5) Voy. dans les *Recherches sur la génération et le développement de l'Embryon* etc, par M. Ad. Brongniart, p. 135 et 136, pl. 41, fig. 1, la structure de l'Ovule et le développement de l'Embryon dans le *Ricinus communis*.

(6) Voy. pl. 3, fig. 1, 2, 3; fig. 8, 9, 10. — Pl. 9, fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6; fig. 12, 13, 14, 15, 16; etc, etc.

(7) Voy. pl. 2, fig. 2, *a*; fig. 4; fig. 8, *c*; fig. 9, fig. 10, *b*; fig. 11, *c*; fig. 12, *a*. — Pl. 1, fig. 3, 4, 5, et suiv., lettre *c*.

variable; dans beaucoup d'espèces, il n'a qu'une existence éphémère (1); dans d'autres, il résiste d'avantage et forme plus tard un troisième sac, ou *Tercine* (2). Ce troisième sac, tantôt se fond et s'évanouit sans qu'on en retrouve la moindre trace (3), et tantôt s'applique contre la surface interne de la *Secondine* (4) ou même s'y soude visiblement, comme celle-ci, un peu avant, s'est soudée à la *Primine* (5). Quelquefois aussi, il arrive que le *Nucelle* se maintient en une masse celluleuse qui ne cède que lorsqu'elle est refoulée par la pression des parties internes (6), ou bien qui ne cède pas et se change en un *Périsperme* (7).

Lorsque le *Nucelle* s'est détruit, ou que, transformé en *Tercine*, il s'est soudé à la paroi de la *Secondine*, il arrive

---

(1) Voy. pl. c, fig. 1, *n*. Dans la fig. 4, le Nucelle n'existe plus.

(2) Voy. pl. 6, *Tradescantia virginica*, fig. 9, *t*, pl. 7, *Tulipa gesneriana*, fig. 7, *n* et fig. 9, *t*. — Pl. 8, *Alnus glutinosa*, fig. 2 et 3, *n t*; fig. 9 et 11, *n t*.

(3) Voy. pl. 7, *Tulipa gesneriana*, fig. 9, *t* et fig. 10, *z*. J'ai suivi avec la plus grande attention le *Nucelle* du *Tulipa* dans toutes les phases de son existence et je crois qu'il se détruit totalement. Cette espèce de *fusion complète* d'une partie constituante de l'Ovule est un phénomène que je ne regarde pas comme très-rare; il se manifeste non-seulement dans le *Nucelle*, mais dans d'autres parties, et il rend très-difficile l'étude de l'organisation de l'Ovule.

(4) Voy. pl. 6, *Tradescantia virginica*, fig. 10, *t*.

(5) Voy. pl. 1, *Cucumis anguria*, fig. 11, *c*. J'imagine que cette soudure a lieu dans beaucoup de *Légumineuses*.

(6) Voy. pl. 2, *Euphorbia Lathyris*, fig. 10, *b*; fig. 11, *c* et fig. 12, *a*. On voit en *a* que le *Nucelle* est transformé en une simple membrane.

(7) Voy. mes *Elémens de Physiologie végétale*, *Nuphar lutea*, pl. 57 fig. 2, *b*, *f*.

d'ordinaire que l'Ovule offre momentanément une grande cavité intérieure, remplie d'eau de végétation (1). Là, dans beaucoup d'espèces, paraît une nouvelle production, la *Quartine*, tissu cellulaire qu'à sa naissance on serait tenté de prendre pour une matière gommeuse, en dissolution dans l'eau. Cependant, avec un peu d'attention, on y reconnaît les premiers linéaments de cellules unies les unes aux autres et semblables, par leur aspect, à celles qui se montrent dans la couche de *cambium* que chaque année développe entre le bois et le *liber* des arbres dicotylédons. En général, ce tissu nouveau naît simultanément de tous les points de la paroi de la cavité ovulaire et s'accroît de la circonférence au centre. Cependant, il commence dans plusieurs Légumineuses papilionacées au sommet de la cavité et descend progressivement jusqu'à sa partie inférieure. Cette anomalie, très-marquée dans le *Cicer arietinum*, le *Phaseolus coccineus* (2), etc, pourrait donner à penser que je prends ici pour la *Quartine* une production qui en diffère par un caractère essentiel; mais l'examen de l'Ovule du *Lupinus varius* est la preuve du contraire (3). La *Quartine* de cette Papilionacée remplit de très-bonne heure la partie supérieure de la cavité, aussi bien que dans le *Cicer arietinum*, et, en même temps, dans la partie inférieure, elle tapisse la paroi et croît de la circonférence au centre, comme dans les espèces étrangères, à la famille des Légumineuses (4).

---

(1) Voy. pl. 7, fig. 10, *z*. — Pl. 9, fig. 8, *x*. — Pl. 10, fig. 10, etc.

(2) Voy. pl. 10, fig. 6 et fig. 12, q^1.

(3) Voy. pl. 10, fig. 11, q^1 et q^1 *x*.

(4) M. Treviranus, qu'il faut toujours consulter quand on arrive à cette

Quelqu'attention que j'aie apportée à l'anatomie de l'Ovule depuis sa naissance jusqu'à l'apparition de l'Embryon, je n'ai pû découvrir la *Quintine* dans un certain nombre d'espèces. Je citerai entre autres le *Tulipa gesneriana* (1), le *Tradescantia virginica* (2), le *Lunaria annua* (3), le *Quercus Robur* (4), le *Corylus Avellana* (5), le *Juglans regia*. Je me crois donc en droit de conclure, qu'il n'est pas rare que la *Quintine* fasse défaut, ou même qu'elle s'atrophie avant d'être devenue perceptible pour nous. Dans les espèces qui me l'ont

---

période du développement de l'Ovule où l'Embryon paraît déja ou va bientôt paraître, a donné de la *Quartine* du *Pisum sativum* une excellente description, qui ne diffère en rien de celle qu'on aurait pû faire de la *Quartine* du *Tulipa gesneriana* ou du *Statice Armeria*, voici la traduction textuelle de ce passage de son Mémoire.

« Quant au *Périsperme* ». (On verra dans une autre note que sous le nom de *Périsperme*, M. Treviranus confond la *Quartine* et la *Quintine;* mais cette erreur ne diminue pas le mérite de la description dont-il s'agit). « Quant au *Périsperme*, une observation attentive peut seule le faire dis- « tinguer de la membrane interne dont-il paraît ne former que *la lame* « *la plus intérieure*, puisqu'on ne remarque aucune séparation entre ces « deux parties, même quand elles sont encore très-jeunes. Cependant *le* « *Périsperme se distingue facilement par sa transparence et sa texture dé-* « *licate* de la substance celluleuse verte de la membrane interne. J'ai ob- « servé la même chose dans le *Vicia Faba* et plusieurs *Lathyrus* ».

Cette description achève de prouver que je ne me suis pas mépris sur la nature de la partie à laquelle j'ai donné le nom de *Quartine* dans le *Cicer arietinum* et le *Phaseolus coccineus*.

(1) Voy. pl. 7.

(2) Voy. pl. 6, fig. 10.

(3) Voy. pl. 9, fig. 10 et 11.

(4) Voy. pl. 8, fig. 13 et 14.

(5) Voy. pl. 8, fig. 8.

offerte, l'Ovule, à l'époque où elle commence à se développer, est rempli d'un tissu cellulaire qui tantôt appartient à la *Quartine* (1) et tantôt au *Nucelle* (2). Elle se montre en naissant, comme je l'ai déja dit dans mon premier Mémoire, sous la forme d'un boyau grêle, qui tient par un bout à la *Chalaze* et par l'autre bout au sommet intérieur de l'Ovule. Alors l'Embryon n'est pas encore visible. Ce n'est guère que lorsqu'il commence à poindre que la *Quintine* se renfle en une masse cellulaire quelquefois transparente et membraneuse (3), d'autres fois opaque et charnue (4). Presque toujours le renflement a lieu d'abord à la partie supérieure et

---

(1) Voy. pl. 6, *Myrica pensylranica*, fig. 1, q^1 et q^2; fig. q^1 et q^2. — *Polygonum tataricum* fig. 12, q^1 et q^2.

(2) Voy. pl. 1, *Cucumis Anguria*, fig. 10, *c* et fig. 11, *c* et *d*. Il n'y a pas de doute que la *Quintine d*, fig. 11, à commencé à se développer dans le *Nucelle c*, fig. 10, que d'abord elle n'était qu'un boyau grêle, semblable à celui que l'on voit dans le *Myrica*, pl. 6, fig. 1, q^2; que ce boyau s'est détaché de la *Chalaze* en même temps que le *Nucelle* s'est creusé, pl. 1, fig. 11, *c*, et que le fil qui termine inférieurement la *Quintine d* n'est autre chose qu'une portion de ce boyau rudimentaire, laquelle ne s'est pas encore dilatée.

Voyez aussi *Euphorbia Lathyris*, pl. 2, fig 8, *c*; fig. 9; fig. 10, *b*, *c*; fig. 11, *c*, *d*; fig. 12, *a*, *b*. — Voyez encore *Cicer arietinum*, fig. 4, q^2. Le *Nucelle* s'est creusé; le boyau rudimentaire se maintient encore; mais il ne prend pas de développement et ne tardera pas à se détruire; voy. fig. 5.

A ces trois exemples on peut ajouter le *Nuphar*. Je n'en donne pas de figure, parce que celle qui a été publiée par M. Ad. Brongniart est très-bonne.

(3) Voy. pl. 1, *Cucumis Anguria*, fig. 11, *d*.

(4) Voy. pl. 2, *Euphorbia Lathyris*, fig. 12, *b*.

ensuite, de proche en proche, jusqu'à la base. J'indique de nouveau ces modifications successives parce que de très-habiles observateurs semblent avoir méconnu le caractère de généralité qui leur est propre (1). Sans doute il y a des ex-

(1) Selon M. R. Brown, la *Quintine* (il la nomme *membrane additionnelle*) dont-il ne donne aucune définition précise, n'appartient qu'à un petit nombre d'espèces. Sur ce point je ne saurais être d'accord avec lui; mais j'adopte complètement son opinion sur la *Quintine* du *Nuphar*. Il y constate l'existence du buyau rudimentaire et même il regarde comme probable que ce *filament très-fin* sert dans l'origine à fixer la *Quintine* à la base de l'Ovule. Je dois remarquer toutefois que l'existence du boyau et de sa double attache n'est pas, comme semble le croire M. R. Brown, un fait particulier aux Nymphéacées et autres plantes dont la partie supérieure de la *Quintine* forme un sac charnu dans lequel se loge l'Embryon. Malpighi et Grew ont découvert ce boyau dans quelques Rosacées. M. Tréviranus l'a observé dans l'*Euphorbia Lathyris*, le *Prunus domestica*, le *Daphne Mezereum* etc., et l'a décrit sous le nom de *Périsperme*. Il l'a vû aussi, mais sans le reconnaître, dans le *Lupinus hirsutus*, et l'a indiqué vaguement comme un *cordon cellulaire;* tandis qu'il a crû l'avoir retrouvé dans la *Quartine* de cette même plante et de plusieurs autres Légumineuses. Il s'agissait donc de bien caractériser le fait et de le généraliser : c'est à quoi je me suis appliqué en multipliant mes recherches et en faisant usage de la méthode de l'Observation progressive, qui tient compte de toutes les modifications qu'amène la succession des développements et conclut sur l'ensemble des faits.

M. Ad. Brongniart a marché sur les traces de M. R. Brown en ce qui concerne l'Ovule du *Nuphar* dont-il a donné une bonne figure. Mais quoiqu'il ait étudié la *Quintine* avec succès dans plusieurs autres espèces, il n'a pas avancé la théorie du développement de ce sac celluleux : on s'en convaincra en lisant la remarque suivante. Il ne voit dans l'extrémité inférieure du boyau rudimentaire de la *Quintine* du *Pepo macrocarpus*, extrémité devenue libre et qui n'a pas encore pris d'extension (voyez dans ma

ceptions; j'ai déja signalé celle que présente la *Quintine* des *Statice* (1); mais les faits particuliers n'infirment pas la règle générale.

Quand la *Chalaze* produit un *Appendice* dans l'intérieur de l'*Ovule*, c'est au sommet de l'*Appendice* qu'est fixée l'extrémité inférieure de la *Quintine*. L'*Appendice chalazien* et la *Quintine* se développent simultanément; mais dans certaines espèces, l'*Appendice* survit à la *Quintine*. Les Légumineuses papilionacées en fournissent l'exemple. Sous ce rapport et sous plusieurs autres, ce groupe présente une série de phénomènes très-remarquables. La *Quintine* prend naissance dans le *Nucelle*. Celui-ci ne tarde pas à se creuser et presque toujours la *Quintine* s'évanouit avec le tissu dont elle est environnée. Quelquefois cependant le contraire a lieu : la *Quintine* résiste et se montre après la destruction du *Nucelle*, sous la forme d'un fil grêle que l'œil peut suivre dans la cavité de l'*Ovule* depuis l'*Appendice chalazien* jusque vers l'*Endostome* (2). Alors l'*Embryon* n'est pas perceptible à la vue; quand il le devient, la *Quintine* a cessé d'exister (3). Elle est remplacée par la *Quartine* (4) qui, contre l'ordinaire, ne se développe qu'après elle, au lieu de la devancer. On sait déja que dans sa manière de se former, la *Quar-*

---

planche première la représentation d'un fait analogue, fig. 11, lettre d_1, qu'un *prolongement tubuleux qui surmonte le sac embryonnaire* (la Quintine) *et par lequel il paraît absorber les granules qui nagent dans le liquide environnant* (les *granules* sont les corpuscules qui viennent du *Pollen*...).

(1) Voy. pl. 4, fig. 5, *c* et fig. 6.

(2) Voy. pl. 10, *Cicer arietinum*, fig. 4, q^2.

(3) Voy. pl. 10, *Cicer arietinum*, fig. 5, e^3.

(4) Voy. pl. 10, *Cicer arietinum*, fig. 6, q^4.

tine de certaines Papilionacées est encore une production anomale. Quoi qu'il en soit, il s'en faut beaucoup que les différences effacent l'analogie.

C'est pour la formation et la conservation de l'*Embryon* que l'appareil que je viens de décrire est organisé. On a vu que la *Primine*, la *Secondine* et le *Nucelle*, réunis et confondus à leur naissance, ont pour base la *Chalaze* par laquelle a pénétré le suc nourricier qui a produit leur développement; que tous les points de la paroi de la cavité ont donné naissance à la *Quartine;* et que le sommet et la base de cette même cavité ont concouru à la formation de la *Quintine*. L'Embryon paraît le dernier; il descend du sommet et, relativement à l'*Ovule*, il se présente dans une situation renversée. La partie d'où naîtra la Radicule regarde l'*Exostome;* la partie d'où naîtront les Cotylédons regarde la *Chalaze*. Cette inversion, si peu d'accord avec la marche de la végétation, nous avertit que l'Embryon est un nouvel être qui bientôt n'aura rien de commun avec celui qui lui a donné la vie. Déja même il n'y tient que par un fil très-délié, le *Suspenseur*, sorte de Cordon ombilical fixé sur l'Embryon au point radiculaire.

La longueur du *Suspenseur* est très-variable. Quand il y a une *Quintine*, il paraît faire corps avec elle, et quand celle-ci manque il est libre. Le long *Suspenseur* du *Lupinus varius* est enfermé dans un foureau celluleux de couleur verte (1),

(1) Voy. pl. 10, fig. 11, s^2. M. Tréviranus voit dans ce foureau le cordon celluleux qui s'étendait d'abord de l'une à l'autre extrémité de la cavité ovulaire et qui ensuite, détaché de l'*Appendice Chalazien*, s'est racourci par contraction. J'adopte la première partie de son opinion et je rejete la seconde. Il n'y a pas eu de contraction dans le cordon. Sa partie infé-

reste de la *Quintine* dont la partie inférieure s'est détruite de très-bonne heure comme dans les autres Légumineuses Papilionacées.

Quoique mon dessein ne soit pas de décrire maintenant les développements de l'Embryon, je veux consigner ici un fait qui prouve sans réplique que le corps cotylédonaire de l'*Asparagus* et du *Hyacinthus* sont de même nature que le *Scutellum* des Graminées. Ce fait complètera mes anciennes observations sur les Cotylédons des Endogènes (1). Dans les premiers moments de son existence, le *Scutellum* des Graminées ne cache point la Gemmule; mais plus tard ses deux bords se rapprochent et se développent de telle sorte, que l'un recouvre l'autre, sans que néanmoins il y ait adhérence entre-eux. Dans les premiers moments de son existence le corps cotylédonaire des autres Endogènes, de même que le *Scutellum* des Graminées, ne cache point la Gemmule; mais plus tard ses bords se joignent et s'entregreffent si parfaitement qu'il ne subsiste pas même de trace de l'ancienne sépa-

---

rieure s'est détruite, sa partie supérieure s'est alongée. Le cordon n'est autre chose que le boyau rudimentaire de la *Quintine* dont, après Grew et Malpighi, M. Tréviranus a constaté l'existence dans un grand nombre de plantes. Cette identité organique a échappé à ce savant Physiologiste, comme je l'ai déja fait remarquer dans une note précédente.

(1) Voy. Annales du Muséum d'Histoire naturelle, tome XVI, mon Mémoire intitulé *Examen de la division des végétaux en Endorhizes et Exorhizes*, lû à l'Académie des Sciences le 8 octobre 1810.

On ne peut guère douter que l'Embryon des autres Monocotylédons n'offre la même structure que celle du *Hyacinthus* et de l'*Asparagus*. Du reste, je l'avais déja remarquée dans le *Naïas marina*, comme on peut le voir pl. 3 du Mémoire que je viens de citer.

ration; ainsi, dans l'un et l'autre cas, la Gemmule finit par être tout-à-fait recouverte, et la seule différence gît dans le simple rapprochement ou bien dans la réunion organique des bords du corps cotylédonaire. Il n'y a pas là de quoi faire deux organes distincts.

Je viens aux changements de forme et de position qu'éprouve l'Ovule depuis sa naissance jusqu'à sa maturité. Ce phénomène est digne du plus sérieux examen. On n'en trouve aucune indication dans les écrits des Physiologistes qui se sont occupés précédemment de l'organisation et des développements de l'œuf végétal. J'espère que mes observations répandront une vive lumière sur ce sujet, et qu'en même temps elles ne seront pas sans utilité pour la partie de la science qu'on pourrait appeller la *Statique des développements.* Je rappelle encore au lecteur que l'Ovule, à quelque plante qu'il appartienne, n'est originairement qu'une excroissance pulpeuse, qui, un peu plus tard, venant à s'ouvrir à son sommet, permet d'appercevoir dans la petite masse deux sacs, dont l'un enveloppe l'autre et un cône de tissu cellulaire contenu dans le sac intérieur. En cet état, l'Ovule est d'une forme régulière, et l'on conçoit qu'un développement égal dans tous ses points correspondants devra maintenir sa régularité; mais que, si la force de développement est plus énergique d'un côté que d'un autre, il s'en suivra, de toute nécessité, une irrégularité quelconque. Il y a donc équilibre de forces dans le développement des Ovules qui passent à l'état de graines *Orthotropes,* puisqu'ils naissent et demeurent réguliers (1). Leur *Hile* et leur *Chalaze* se con-

(1) Voy. pl. 5, *Juglans regia;* pl. 6, *Myrica pensylvanica*, *Tradescantia virginica*, *Polygonum tataricum.*

fondent en un seul point. Ce point, qui est leur base, est diamétralement opposé à leur sommet. Il n'en est pas de même des Ovules qui deviennent des graines *anatropes* ou *campulitropes*, parce que la force de développement y est inégalement répartie dans les côtés opposés.

Quand un Ovule tend à l'*Anatropie*, la *Chalaze*, c'est-à-dire, l'extrémité du *Funicule*, se porte en avant, non dans la direction de l'axe, mais dans une direction un peu oblique et en suivant une ligne courbe qui, par sa partie supérieure, se rapproche insensiblement de l'axe, (1) et, tandis que ce mouvement s'opère, le sommet par un mouvement inverse se dirige vers la place que la base a abandonnée (2). Il y a donc échange de position entre les deux extrémités de l'axe de l'Ovule. Cet axe, poussé obliquement par la *Chalaze*, semble se mouvoir comme une aiguille de boussole que l'on ferait tourner sur son pivot. Mais la Chalaze n'étant que le bout du *Funicule*, l'évolution ne saurait s'opérer sans un alongement de ce cordon, égal au moins à la longueur de l'axe de l'Ovule. Aussi dans les *Anatropes* une portion du *Funicule* (cette portion que les Botanistes nomment le *Raphé*), soudée latéralement à la *Primine*, s'étend-elle depuis l'*Exostome* jusqu'à la *Chalaze* (3). Telle est l'irrégularité que les *Anatropes* présentent. Comme dans les *Ortho-*

---

(1) Voy. pl. 9, *Pisum sativum* fig. 13, la ligne ponctuée *c*, *c x*. l'Ovule du Pisum tend d'abord à l'*Anatropie*, puis à la *Campulitropie*, et il résulte de ces deux tendances combinées, une graine *amphitrope*.

(2) Voy. pl. 9, *Pisum sativum* fig. 13, la ligne ponctuée *n*, *n x*. Voy. aussi fig. 15, le même Ovule après son renversement.

(3) Voy. les graines *anatropes*, pl. 1, 2, 3, 4.

tropes le sommet est diamétralement opposé à la base, mais, ce qui ne se voit pas dans les *Orthotropes*, le *Hile* est séparé de la *Chalaze* de toute la longueur de la graine.

Trois caractères combinés distinguent tout Ovule destiné à offrir dans sa maturité le type normal de la *Campulitropie;* savoir : 1° l'union indissoluble du *Hile* et de la *Chalaze;* 2° la grande force de développement de l'un des côtés de la *Primine*, et 3° l'inertie presque absolue du côté opposé (1). Ce côté reste stationnaire tandis que l'autre s'alonge. Si ce dernier était libre dans son développement, sans doute il s'alongerait en ligne droite; mais il est contrarié par la force d'inertie de son antagoniste et ne peut croître qu'en tournant autour du centre de résistance. De là cette forme annulaire que prennent beaucoup de *Campulitropes;* leur croissance ne s'arrête que quand leur sommet est tout prêt de toucher leur base.

A ne considérer les Graines qu'en général il semblerait que toutes, sans exception, pourraient se rapporter à l'un des trois types que j'ai décrits. Elles se diviseraient donc en *Orthotropes*, *Anatropes* et *Campulitropes*. Mais en y regardant de près, on reconnaît que les caractères d'une classe se combinent quelquefois avec ceux d'une autre, pour en former une troisième; que dans certaines espèces, des résultats semblables naissent de causes différentes; qu'il n'est pas sans exemple que les développements s'arrêtent avant d'avoir atteint la perfection du type qu'ils semblent destinés à reproduire, ou bien que, se poursuivant au-delà de la li-

(1) Voy. pl. 9, *Cheiranthus Cheiri*, *Lunaria annua;* pl. 10, *Anagallis arvensis.*

mite ordinaire, ils donnent naissance à des formes anomales. Ici, le champ de l'observation est immense, puisque les Graines sont différentes dans les divers groupes naturels. J'ai remarqué déja beaucoup de modifications curieuses; mais je ne citerai que celles que j'ai profondément étudiées.

Le type de l'Orthotropie n'appartient qu'à un petit nombre de familles. On l'observe dans les Myricées, les Polygonées, le *Juglans* etc. Il n'est guère sujet à varier; cependant, à côté de l'Ovule du *Tradescantia*, où les caractères essentiels de l'*Orthotropie* sont manifestes et se maintiennent jusque au complet développement, se place l'Ovule du *Commelina*, dont le sommet organique s'incline progressivement vers la base sans pourtant parvenir à l'atteindre. Il y a donc dans le *Commelina* une certaine tendance à la *Campulitropie.*

Le type de l'*Anatropie* est très-commun. Les Liliacées, les Plombaginées, les Rosacées, les Cucurbitacées, les Euphorbiacées, les Synanthérées, les Rutacées etc., le montrent dans toute sa pureté. Il n'en est pas de même des Labiées. Dans cette grande famille, le renversement de l'Ovule commence, mais ne s'achève pas; et, tandis que le Raphé devenu stationnaire, tient à peu de distance l'un de l'autre la *Chalaze* et le *Hile,* les deux extrémités de la masse de l'Ovule continuent de s'alonger, laissant sur le côté le *Hile,* le *Raphé* et la *Chalaze.* Ainsi, par l'effet des développements, la base organique devient latérale, relativement à la masse de l'Ovule.

Les Euphorbiacées sont certainement *Anatropes;* mais la graine de l'Euphorbe, et peut-être celle de beaucoup d'autres genres de la même famille, tout en conservant les caractères extérieurs de l'*Anatropie,* offre à l'intérieur une

anomalie très-remarquable, parce qu'elle contrarie une des lois les moins variables de l'organisation des Graines; j'entends celle qui veut que la Radicule soit dirigée vers l'*Endostome*. Peu avant l'apparition de l'Embryon, on pourrait croire que rien ne dérangera l'ordre accoutumé : le sommet du *Nucelle* et l'*Endostome* correspondent encore à l'*Exostome;* et toutefois, en un très-court espace de temps, il arrive que la *Secondine* et le *Nucelle*, avec la *Quintine* qui s'est développée dans son intérieur, inclinent de 5 à 6 degrés leur axe commun sans que l'axe de la *Primine* participe à ce mouvement, et il s'ensuit que les trois enveloppes intérieures portent leur sommet à une distance notable de l'*Exostome*. Or, comme le globule embryonnaire, qui ne tardera pas à paraître, se formera au sommet de la *Quintine*, la position de cette enveloppe détermine d'avance la direction de l'Embryon; en effet, l'axe de l'Embryon fait un angle aigu avec celui de la *Primine* et la Radicule laisse l'*Exostome* sur le côté (1).

On a vû que la struture particulière des graines *Anatropes* est le résultat nécessaire du renversement de l'Ovule. Qu'on n'ait garde de conclure de ce fait que sans le renversement de l'Ovule cette structure serait impossible. L'observation atteste le contraire. L'Ovule ne se renverse point dans les genres *Quercus*, *Corylus*, *Alnus* etc. (2), son sommet ne cesse pas un moment d'être tourné vers la partie supérieure du Péricarpe, et, ce nonobstant, la structure de la graine est parfaitement semblable à celle des véritables *Anatropes*.

(1) Voy. pl. 2, *Euphorbia Lathyris*.

(2) Voy. pl. 8, fig. 1 à 14 inclusivement.

Cette organisation paradoxale s'explique fort bien par l'examen attentif des phénomènes.

Prenons pour exemple le *Corylus* ou l'*Alnus*. L'Ovule très-jeune est *orthotropes*. Par conséquent sa *Chalaze* et son *Hile*, contigus l'un à l'autre, sont diamétralement opposés à l'*Exostome*. Sans changer de position l'Ovule grandit. A la vérité, toute sa partie supérieure ne prend point un accroissement sensible; mais sa partie inférieure, douée d'une grande force de développement, acquiert beaucoup d'ampleur et s'alonge par en bas. Elle entraîne avec elle la *Chalaze* et la sépare du *Hile* qui reste stationnaire à très-peu de distance du point culminant de l'*Ovule*. La séparation du *Hile* et de la *Chalaze* ne peut avoir lieu sans qu'il y ait en même temps production d'un *Raphé* latéral, c'est-à-dire alongement de la portion du *Funicule* qui fait corps avec la *Primine*. Voilà donc tous les caractères, de l'*Anatropie* et cependant, je le répète, l'Ovule a conservé la position qu'il avait originairement.

Les *Campulitropes* sont aussi communs que les *Anatropes*. Une foule des familles, notamment les Chénopodées, les Amaranthacées, les Nyctaginées, les Solanées, les Crucifères, les Caryophyllées, les Légumineuses papilionacées etc., rentrent dans cette classe dont le type est sujet à beaucoup de modifications. Caractériser les principales pourrait-être l'objet d'un travail fort curieux. Je vais indiquer celles que mes recherches m'ont fait connaître.

Il arrive souvent, dans les Ovules des Légumineuses papilionacées (1) que leur base interne, après un certain

(1) Voy. pl. 9, *Pisum sativum* et pl. 10, *Cicer arietinum*, *Lupinus varius*, *Phaseolus coccineus*.

laps de temps, n'est plus contigue à leur base externe; ou, en d'autres termes, pour mieux rendre ma pensée, que le fond de la cavité ovulaire, où se développe l'*Appendice chalazien*, correspond à un point de la surface extérieure, tandis qu'en dehors, à un autre point de cette même surface, se montre le petit renflement de la *Chalaze* (1). Cela prouve qu'il y a eu inégalité de développement dans l'épaisseur même du tissu qui forme la paroi. On peut se la représenter comme étant composée de deux lames qui ont glissé l'une sur l'autre et ont, par ce moyen, changé la position relative des parties. Dans le *Cicer arietinum* et dans les *Phaseolus coccineus, vulgaris* etc., le renflement extérieur de la *Chalaze* est rapproché du *Hile* et la base de la cavité interne, ainsi que l'*Appendice chalazien*, est située plus bas (2). Dans le *Pisum sativum*, au contraire, c'est le renflement extérieur de la *Chalaze* qui occupe la place inférieure, et c'est le fond de la cavité interne qui est voisin du *Hile* (3).

Toutes les fois qu'il existe un renflement chalazien à la surface d'une Graine *campulitrope*, il existe nécessairement aussi un *Raphé* plus ou moins long, suivant que le renflement est plus ou moins éloigné du *Hile* (4). La présence du *Raphé*

---

(1) Voy. pl. 10, *Phaseolus coccineus*, fig. 12, *c* et *c x*. La relation de la *Chalaze* avec l'*Appendice* a été indiquée avec beaucoup de sagacité par M. Tréviranus; mais ayant pris l'Ovule dans un âge trop avancé, il n'a pas eu connaissance du déplacement des parties.

(2) Voy. pl. 10, *Cicer arietinum* fig. 4. 5, 6, et *Phaseolus coccineus*.

(3) Voy. pl. 9, *Pisum sativum* fig. 14.

(4) Voy. pl. 9, *Pisum sativum* fig. 20, *r*, et pl. 10, *Phaseolus coccineus*, fig. 12, *r*. Le *Raphé* est très-court dans le *Phaseolus*; il est au contraire d'une longueur notable dans le *Pisum*.

est une altération du type *campulitrope*. Cette anomalie provient de ce que les premiers développements de l'Ovule sont absolument semblables à ceux des Ovules *anatropes* (1). Dans le *Pisum sativum*, le jeune Ovule se renverse tout d'une pièce; son sommet va rejoindre le *Hile*, sa base prend la place de son sommet, et depuis le *Hile* jusqu'à la *Chalaze*, qui est diamétralement opposée à l'*Exostome*, s'alonge un *Raphé* latéral (2). Si les développements étaient terminés, la graine du *Pisum sativum* ne différerait pas des *Anatropes;* mais il n'y a que le côté où est placé le *Raphé* qui devienne stationnaire; l'autre continue de croître et alors la forme *campulitrope* prévaut sur la forme *anatrope*. Quand la croissance est finie, on trouve un petit côté qui porte le *Hile* et le *Raphé*, et un côté opposé qui a pris un développement énorme (3). La Graine du *Pisum* offre donc la combinaison de deux types : c'est une Graine *amphitrope*.

Voici encore dans les *Campulitropes* une autre anomalie que je ne saurais passer sous silence. Elle caractérise les Primulacées, les Plantaginées et peut-être les Ardisiacées. Jusqu'à la maturité, l'un des côtés de l'Ovule va toujours croissant et l'autre s'atrophie de plus en plus. Il arrive donc enfin que ce côté-ci disparaît entièrement, et que celui-là au contraire prend une si grande extension qu'il embrasse toute la Graine. Tandis que cette révolution s'opère, l'Exostome

---

(1) Voy. pl. 9, *Pisum sativum*, fig. 13, 14 et 15, jusqu'à la fig. 15 inclusivement, l'Ovule du *Pisum* se comporte comme les Ovules destinés à devenir des graines *anatropes*.

(2) Voy. pl. 9, *Pisum sativum*, fig. 15, *r*.

(3) Voy. pl. 9, *Pisum sativum*, fig. 20.

poussé sans relâche par le côté croissant, s'avance vers le *Hile* et ne s'arrête que quand il l'a rencontré; là il cesse d'être apparent (1). Ce n'est pas tout : après que la *Primine* et la *Secondine* se sont soudées ensemble, que le *Nucelle*, s'il existe encore, est devenu méconnaissable, et que l'*Exostome* n'est presque plus séparé du *Hile* (2), on voit dans l'intérieur de l'Ovule, soit par transparence, soit au moyen de la dissection (3), une masse ovoïde, verte, de tissu cellulaire mucilagineux qui adhère à la base par le côté. Serait-ce le *Nucelle*, la *Quartine* ou la *Quintine*? je n'ai pû éclaircir ce point; mais ce qui est de toute évidence, c'est que l'Embryon naît à l'un des bouts de la masse verte (4), qu'il correspond au côté de l'Ovule et qu'il s'alonge parellèlement à la ligne basilaire sur laquelle sont réunis le *Hile* et l'*Exostome*. (5). Pendant qu'il se développe, la masse verte devient laiteuse et passe à l'état de *Périsperme*. Cette position anomale de l'Embryon, d'autant plus notable qu'elle caractérise deux familles, provient de ce que la force de croissance du côté extensible de la *Primine* excède celle du côté correspondant des parties intérieures. En effet, l'Embryon qui prend toujours naissance au sommet de ces parties et ne s'en sépare jamais, se trouve ainsi fixé loin de l'*Exostome*.

Maintenant je vais dire quelques mots des enveloppes séminales. Je n'essayerai point de leur donner, d'après leur nom-

---

(1) Voy. pl. 10, *Anagallis arvensis*, fig. 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19.
(2) Voy. pl. 10, *Anagallis arvensis*, fig. 17, e^1, *x*, *c h*; fig. 18, e^1, *c h*.
(3) Voy. pl. 10, fig. 17, 18, *k*; et fig. 19, *k*.
(4) Voy. pl. 10, fig. 19, e^3.
(5) Voy. pl. 10, fig. 19 e^2, *c h*.

bre et leur position, les mêmes noms qu'à celles de l'Ovule; ce serait peine perdue dans la plupart des cas (1). Il est pres-

(1) M. Ad. Brongniart emploie pour désigner les enveloppes de la graine les noms sous lesquels il décrit les enveloppes des Ovules (voy. *Recherches sur la génération et le développement des végétaux Phanérogames* pag. 111), et il admet que dans certains Ovules la *Secondine* manque, soit qu'elle se soude avec la *Primine* ou avec le *Nucelle*, soit qu'elle n'existe réellement pas (voy. *Rech.* etc. pag. 105), tandis que dans d'autres Ovules (ceux des Graminées par exemple), c'est la *Secondine* qui est présente et la *Primine* qui fait défaut (voy. le Mémoire cité pag. 75 et suiv.). Il ne s'en tient pas là; il affirme que dans des cas qui paraissent fort rares, l'Amande (*le Nucelle*) est nue et dépourvue de toute espèce d'enveloppe; il cite en preuve le *Thesium*, et regarde comme probable que toutes les Santalacées présentent cette anomalie remarquable (voy. les *Recherches* citées, pag. 105 et 106). Ma manière de voir diffère beaucoup de celle-ci. Je ferai remarquer 1°, que si la *Secondine* se soude avec la *Primine* (et j'entends par là, si la *Secondine d'abord libre, s'unit ensuite sensiblement à la Primine et se confond avec elle, comme il arrive presque toujours*), il en résulte une enveloppe mixte, à laquelle il convient de donner un autre nom que celui de l'une ou de l'autre enveloppe qui entre dans sa composition; 2°, que la soudure du *Nucelle* à la *Secondine* n'a lieu ordinairement qu'après la soudure de la *Secondine* à la *Primine* et que, dans ce cas, la réunion des trois enveloppes ne peut, à plus forte raison, porter le nom de l'une d'elles; 3°, que la réduction *originelle* des deux enveloppes en une seule dans certains Ovules, ou en d'autres termes, que l'unité d'enveloppe n'est pas prouvée, et que si elle avait lieu, ce qui ne semble pas impossible, il s'en suivrait que l'enveloppe unique recouvrirait immédiatement le *Nucelle*, à la manière de la *Secondine*, et recevrait immédiatement les vaisseaux funiculaires, à la manière de la *Primine*, de sorte que la question de savoir s'il faudrait donner à cette enveloppe le nom de *Primine* ou celui de *Secondine* ne pourrait devenir l'objet d'une sérieuse discussion, puisqu'elle n'intéresserait que la nomenclature; 4°, que les observations de M. Ad. Brongniart sur les Graminées, n'infirment point mes objections, attendu que les Ovules, à l'épo-

que sans exemple que la *Primine* et la *Secondine*, toujours distinctes à l'époque des premiers développements, ne s'unis-

---

que où il en a étudié la structure, ayant déja revêtu la forme *campulitrope* des graines de la famille, n'ont dû lui offrir qu'une seule enveloppe, et que, s'il n'a pû y découvrir de vaisseaux, ce n'est pas une raison pour dire que cette enveloppe est une *Secondine* plutôt qu'une *Primine*, car il suffit d'ouvrir les yeux, pour se convaincre que beaucoup de *Primines* appartenant à d'autres familles que celles des Graminées, n'ont point de vaisseaux apparents; 5° enfin, que M. Ad. Brongniart s'est trop hâté de conclure de ce qu'il n'avait vû qu'un tissu parenchymateux homogène depuis le centre jusqu'à la surface dans l'Ovule du *Thesium*, que cet Ovule, et probablement celui des autres Santalacées, étaient dépourvus d'enveloppes; car toutes les fois qu'on parvient à isoler des parties environnantes d'un Ovule quelconque à l'état rudimentaire, on obtient la preuve que les enveloppes y existent.

En même temps que moi, et long-temps avant M. Ad. Brongniart, M. Tréviranus s'est appliqué à distinguer les deux enveloppes extérieures des graines. S'il a échoué dans son entreprise, ce n'est assurément pas faute d'avoir fait de bonnes et nombreuses observations; c'est parce qu'il a négligé de remonter à l'origine de l'Ovule. Voilà, comme le dit fort bien M. R. Brown, la cause première des erreurs dans lesquelles sont tombés la plupart des Physiologistes. M. Tréviranus ignore l'existence primitive du *Nucelle* et ses modifications successives; il ignore aussi l'existence de la *Quartine* qu'il confond avec la *Quintine;* l'*Exostome* et l'*Endostome* ont échappé à ses savantes investigations; tantôt il prend la *Primine* pour la *Secondine*, tantôt la *Secondine* pour la *Primine;* quelquefois il voit la *Secondine* dans le *Nucelle;* d'autres fois ce sont des tissus adventifs qui, pour lui, sont la *Primine*. Cette confusion des diverses parties de l'Ovule lui fait croire que la première enveloppe n'a de vaisseaux que lorsque la seconde en est dépourvue, tandis que l'observation démontre que souvent la première enveloppe contient un appareil vasculaire et que jamais rien de semblable ne paraît dans la seconde. Quoi qu'il en soit, les observations de M. Tréviranus prises une à une, abstraction faite de la manière de voir

sent pas l'une à l'autre de très-bonne heure; par conséquent, ces deux enveloppes entrent dans la composition du *Test*. Nul doute aussi que la *Tercine* n'ait souvent le même sort. Ces téguments confondus donnent quelquefois naissance à de nouveaux tissus. J'ai fait voir anciennement que le *Test* du *Phaseolus vulgaris* offrait trois lames superposées, adhérant entre elles. L'une de ces trois lames représente la *Primine*, puisqu'on y trouve l'appareil vasculaire qui ne se montre que dans la première enveloppe de l'Ovule; mais, au lieu de recouvrir les deux autres lames, elle en est recouverte, et, chose remarquable, elle s'applique immédiatement sur l'Embryon, de sorte qu'il ne subsiste plus le moindre vestige des enveloppes intérieures. Les deux autres lames qui ne représentent rien de ce qu'on a vu antérieurement dans l'Ovule, ont une consistance cornée et sont formées de cellules cylindriques qui s'alongent dans la direction du centre à la circonférence. L'organisation du *Test* de beaucoup de Légumineuses diffère peu de celle-ci (1).

Dans les genres *Euphorbia* et *Ricinus*, la partie interne de la *Primine* se transforme avant même l'apparition de l'Embryon en une lame dure (2), ressemblant par son tissu aux lames cornées du *Phaseolus vulgaris*. Je ne confonds point

---

de l'auteur, méritent une telle confiance qu'on doit les considérer dans bien des cas comme l'une des bases les plus solides de la théorie. Elles acquerraient un nouveau prix, si l'habile Physiologiste se chargeait lui-même de les compléter en reprenant les choses de plus haut.

(1) Voy. dans les Mémoires de l'Institut, année 1808, pag. 303, mes *Observations anatomiques et physiologiques* déja citées.

(2) Voy. pl. 2, fig. 11, *a*.

avec la *Secondine* cette portion adventive de la *Primine* (1), qui se retrouve plus tard dans le *Test*. Quant à la partie externe de la *Primine*, elle devient une pellicule celluleuse à laquelle adhère le *Raphé*. C'est ce qu'a très-bien observé M. Ad. Brongniart.

Dans le *Cucumis anguria*, il y a, comme dans le *Phaseolus*, confusion de la première et de la seconde enveloppes ovulaires (2) et le *Test* s'accroît à l'extérieur par l'adjonction successive de lames minces de tissu cellulaire, enlevées à une masse pulpeuse qui remplit le vide de la petite loge où chaque Ovule est placé (3).

En général, la *Chalaze*, le *Raphé* et les *Vaisseaux priminiens* sont visibles dans le *Test*. On découvre aussi quelquefois à sa surface des vestiges de l'*Exostome;* mais il n'est plus possible d'apercevoir dans son épaisseur les soudures des diverses enveloppes qui concourent à sa formation. Par une exception des plus rares, la *Primine* constitue à elle seule le *Test;* alors la *Secondine* forme le *Tegmen*, seconde enveloppe de la graine (4). Par une exception bien moins rare

---

(1) M. Ad. Brongniart dit que dans le Ricin, cette doublure de la *Primine* provient de la *Secondine* (Voy. *Recherches sur la génération* etc. pag. 106); mais je me crois en droit d'affirmer qu'il est dans l'erreur. A l'époque où il a fait ses observations la *Secondine* existait encore tout entière. Voy. pl. 2, *Euphorbia Lathyris* fig. 11, *b*.

(2) Voy. pl. 1, *Cucumis anguria*, fig. 10, *d* et fig. 11, *b*.

(3) Il semble que feu Cl. Richard, dont la pénétration était si grande, ait eu ce fait en vue quand il a dit dans son *Analyse du fruit*, pag. 24, que c'est l'*Endocarpe* qui forme l'enveloppe extérieure de la graine des Cucurbitacées.

(4) Dans ses *Recherches sur la génération et le développement de l'Em-*

sans doute, la *Secondine* se confond dans le *Test* avec la *Primine*, tandis que le *Nucelle*, la *Quartine* ou la *Quintine*, changé en un sac membraneux, sorte de *Périsperme* réduit au plus mince volume, reste libre et joue le rôle d'un *Tegmen* (1). Si dans les graines mûres il y avait moyen de dis-

---

bryon dans les végétaux phanérogames, pag. 106 et 107, M. Ad. Brongniart dit que l'on peut reconnaître la *Secondine* jusque dans la graine mûre; mais que cette circonstance est assez rare pour qu'on puisse penser que ce n'est pas cette membrane que plusieurs Carpologistes ont reconnue dans la graine, que Gaertner désignait sous le nom de *membrane interne* et que j'ai nommée *Tegmen*.... M. Ad. Brongniart se trompe pour ce qui me concerne. S'il avait consulté la planche 57, fig. 2, B *b* de mes *Éléments de Physiologie végétale*, il se serait convaincu que l'enveloppe que j'ai nommée *Tegmen* dans le *Nuphar lutea* est précisément la même que celle qu'il a dessinée pl. 39, *o*, 4, et à laquelle il a donné le nom de *Tegmen*.

En 1815, temps où l'organisation de l'Ovule m'était tout-à-fait inconnue, j'avais distingué, aussi nettement peut-être qu'il était possible de le faire alors, les deux enveloppes séminales extérieures. Quand la *Primine* et la *Secondine* étaient séparées et visibles dans la graine, je donnais à la *Primine* le nom de *Lorique* (ou *Test*) et à la *Secondine* le nom de *Tegmen*; mais quand ces deux enveloppes étaient confondues, j'y voyais un *Tegmen* qui réunissait en lui les caractères des deux enveloppes. Ainsi, selon moi, le trait distinctif du *Tegmen* était *d'envelopper immédiatement l'amande, et de recevoir les vaisseaux du Funicule, soit par l'intermédiaire de la Lorique (ou Test), soit directement.* Aujourd'hui les découvertes récentes en jetant un nouveau jour sur l'organisation des graines, nous fournissent les moyens de définir avec plus de justesse le *Test* et le *Tegmen*.

(1) Dans tous les temps j'ai distingué cette sorte d'enveloppe qui existe dans les Rosacées, les Labiées etc., du *Tegmen* du *Nuphar*, et je l'ai considérée comme étant un *Périsperme* aminci (voy. *Annales du Muséum*, tome XV, mon *Mémoire sur les Labiées*, et mes *Éléments de Physiologie végétale* pag. 53). Les belles observations de M. Tréviranus et de M. R.

tinguer ces différentes enveloppes; je n'hésiterais pas à leur imposer des noms qui rappelleraient leur origine (1); mais comment la reconnaître dans ces tissus modifiés par les développements et altérés par la dessication? La seule voie pour arriver à la découverte de la vérité serait d'examiner les Ovules sur le vif, travail qui, quand il est possible, exige toujours beaucoup plus de temps que n'en peuvent donner la plupart des botanistes livrés à l'étude des espèces.

Tous les botanistes ont reconnu depuis long-temps dans un grand nombre de Graines l'existence du *Périsperme,* ce fourreau dur, ou charnu, ou membraneux, plus ou moins épais qui contient l'Embryon. Ils savaient qu'il était formé d'un simple tissu cellulaire rempli de mucilage épaissi ou de petits grains opaques amilacés, ou d'une matière émulsive. Mais ce qu'ils ignoraient tous, il y a peu d'années, c'est l'origine du tissu cellulaire du *Périsperme* et la composition des grains amilacés. M. Raspail a prouvé jusqu'à l'évidence que

---

Brown, sur l'origine du *Périsperme*, témoignent qu'en cela je me suis toujours plus rapproché de la vérité que ne semblait devoir le permettre ma profonde ignorance sur la structure de l'Ovule. Cependant M. Ad. Brongniart s'est encore mépris sur le sens de mes paroles. « Quelque soit, dit-il, pag. 17 de ses *Recherches* etc., » la grandeur relative du sac embryonnaire et de l'*Amande* (du *Nucelle*) au moment de l'imprégnation, bientôt on voit de grands changements s'opérer; le plus souvent le sac embryonnaire (la *Quintine*) augmente rapidement; il se dilate dans tous les sens, repousse le tissu de l'*Amande* (le *Nucelle*) et bientôt il a réduit ce tissu à une couche mince : c'est ce qui forme le tégument interne de la graine de la plupart des auteurs, ce que Gaertner a nommé *membrane interne*, M. Mirbel, *Tegmen*, M. Dutrochet, *Enëlemme.*

(1) Je les nommerais *Tegmen Secondinien*, *Tereinien*, *Quartinien*, *Quintinien.*

chaque petite masse d'amidon est renfermée dans une vésicule membraneuse. M. R. Brown à découvert avec sa sagacité ordinaire, que dans certains *Périspermes* on retrouve le tissu cellulaire du *Nucelle* ou de la *Quintine*, et que ces deux tissus servent quelquefois de base dans la même Graine, à deux *Périspermes* différents. L'anatomie de l'Ovule du Nuphar lui a révélé ce dernier phénomène, l'un des plus curieux que contienne son beau Mémoire; et l'analogie l'a porté à conclure qu'il en est de même de l'Ovule du *Saururus* et des *Piper*. En effet, j'ai fait voir autre fois que la graine du *Saururus* et celle du *Piper Cubeba* ressemblent beaucoup par leur structure interne à celles du *Nuphar lutea*. Elles ont également deux *Périspermes;* l'un, petite poche charnue, située au sommet de la Graine, contient l'Embryon; l'autre, masse épaisse, sèche et friable, remplit tout le reste de la cavité. A ces deux exemples, M. R. Brown a joint ceux des Graines de la famille des Drymyrhizées, qui offrent les mêmes caractères organiques.

Les observations récentes de M. Ad. Brongniart confirment celles du savant Botaniste anglais. Mes propres recherches s'accordent aussi avec les siennes et j'adopte en tout point son opinion sur ces faits particuliers. Mais, revenant à des idées générales touchant l'origine du tissu cellulaire dans lequel se dépose la matière inorganique du *Périsperme*, je dirai que si le tissu appartient souvent au *Nucelle* ou à la *Quintine*, il appartient peut-être aussi souvent à la *Quartine*, cette quatrième enveloppe ovulaire que n'ont distingué ni M. Tréviranus, ni M. R. Brown. Nul doute que c'est la *Quartine* qui figure dans le *Périsperme* du *Tulipa*, du *Tradescantia*, du *Statice* etc.

Ici se termine le résumé de mes observations. J'ai tâché de le rendre court, pour qu'il fût plus facile à comprendre: de longues discussions, de minutieux détails ne permettraient pas de saisir la liaison des faits principaux. Les personnes qui attachent quelque prix à ce genre de recherches, pourront consulter avec fruit les notes justificatives et l'explication des planches. Elles y trouveront des remarques que j'ai crû devoir écarter du texte. Il ne tenait qu'à moi de les multiplier. A la fin de mon premier Mémoire sur l'Ovule, je disais que la matière n'était pas épuisée; aujourd'hui, après un travail assidu et pénible, je serais tenté de dire qu'elle est inépuisable, tant j'entrevois encore de nombreuses et importantes questions à résoudre. Les dernières découvertes ne sont que les prémices d'une immense récolte qui attend l'observateur.

EXPLICATION DES PLANCHES.

Planche 6.

Ovule du *Myrica pensylvanica*, fig. 1, 2 et 3.

Fig. 1. Ovaire coupé dans sa longueur. L'Ovule est et restera orthotrope.

En *f*, Funicule. En *h c*, Hile et Chalaze confondus. Là est la base de l'Ovule. En e^1 place de l'Exostome qui est déja fermé. Là est le sommet de l'Ovule. En *p s*, enveloppe formée de la Primine et de la Secondine réunies. En q', probablement Quartine. Il se pourrait cependant que cette enveloppe celluleuse fût le Nucelle et que la Quartine manquât. Le moyen d'arriver à quelque chose de positif à cet égard serait d'observer l'Ovule beaucoup plus jeune, mais cette recherche présente des difficultés qui, peut-être, sont insurmontables. En q^2, état rudimentaire de la Quintine; elle se montre comme un boyau dont une extrémité aboutit à la Chalaze et l'autre extrémité à l'Exostome.

Fig. 2. Ovule entier, à peu-près du même âge que celui de la fig. 1.

En *f*, Funicule. En *c h*, Chalaze qui se confond avec le Hile. En e^1, Exostome fermé. En *v p*, vaisseaux priminiens.

Fig. 3. Ovule un peu plus agé coupé longitudinalement.

En *f*, Funicule. En *c h*, Chalaze qui se confond avec le Hile. En e^1, Exostome; il est fermé. En *p s*, Primine et Secondine soudées ensemble. En q^1, Quartine ou Nucelle. Voyez ce que j'ai dit à ce sujet dans l'explication de la fig. 1. En q^2, Quintine. Le boyau fig. 1, q^2, s'est dilaté fig. 3, et forme une masse cellulaire, ovoïde, dont la partie inférieure $x q^2$ offre encore cependant le caractère rudimentaire qu'il avait dans la fig. 1. En e^3, Embryon naissant.

Ovule du *Tradescantia virginica*, fig. 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10. Cet Ovule est orthotrope de même que celui du *Myrica*.

Fig. 4. Ovule au sortir de l'état rudimentaire.

En p, Primine. En s, Secondine. En n, Nucelle et sommet de l'Ovule. En ch, Chalaze, Hile et base de l'Ovule. En e^1, Exostome. En e^2, Endostome.

Fig. 5. Ovule un peu plus âgé que le précédent.

La Primine p recouvre presqu'entièrement la Secondine. En n, Nucelle. En ch, Chalaze et Hile confondus. En e^1, Exostome. En e^2, Endostome. La coupe de cet Ovule, dans un plan yx, parallèle au plan uv, de son sommet, et au plan nk de sa base, et à égale distance de tous deux, est elliptique.

Fig. 6. Ovule plus âgé. En ch, Chalaze et Hile confondus. En $e^{1\,2}$, Exostome et Endostome soudés ensemble et fermés. En y, mamelon formé par la Primine et la Secondine et dans l'intérieur duquel est logé le sommet du Nucelle.

Fig. 7. Autre Ovule plus avancé. Le mamelon représenté fig. 6, lettre v, a disparu comme s'il s'était affaissé et on voit à sa place des marques qui en rappellent l'existence.

Fig. 8. Autre Ovule, à peu-près du même âge que le précédent, coupé du sommet à la base, perpendiculairement à son grand diamètre qui s'étend d'un côté à l'autre. Cette coupe montre que la Primine p et la Secondine s, quoique soudées ensemble sont encore distinctes; que le sommet de la Secondine sz forme encore un mamelon ou plutôt une espèce de sac renversé qui reçoit dans sa cavité le sommet nx du Nucelle, et que les parties sv de la Secondine voisine du sac, s'étant élevées de tous les côtés par l'effet des développements, il en résulte un pli, sn, très-marqué dans la paroi de cette enveloppe. En ch, Chalaze et Hile confondus. En n et nx, Nucelle.

Fig. 9. Ovule plus avancé que le précédent. Il n'en diffère que parce que le Nucelle s'est transformé en Tercine par la destruction de son tissu intérieur. En y, on apperçoit encore la trace de la soudure de la Se-

condine à la Primine, trace qui s'effacera tout-à-fait un peu plus tard, ainsi qu'on peut en juger par la fig. 10, *p s*.

Fig. 10. Ovule encore plus âgé que le précédent.

En *p s*, Primine et Secondine si intimement unies qu'il n'est plus possible de les distinguer l'une de l'autre. En *t*, Tercine n'offrant plus qu'une paroi membraneuse très-mince. En q', Quartine qui formera un peu plus tard le Périsperme. En e^3, Embryon très-jeune attaché à à son Suspenseur.

Il m'a semblé que la Tercine qui, dans son état de Nucelle, recevait l'extrémité des vaisseaux du Funicule, et par conséquent adhérait à la Chalaze, s'en était complètement détachée. C'est ainsi que je l'ai vue et figurée; mais je ne puis me défendre de quelques doutes à cet égard.

Ovule du *Polygonum tataricum* fig. 11, 12 et 13.

Fig. 11. Ovule déja avancé.

En *p s*, Primine et Secondine réunies. En *t* Tercine. En *x*, cavité qui nécessairement a été remplie par le Nucelle avant sa transformation en Tercine. En *c h*, Hile et Chalaze confondus.

Comme je n'ai pas vû l'Ovule dans ses commencements, je n'oserais affirmer que l'enveloppe *p s* fût en effet formée par la réunion de la Primine et de la Secondine, et que l'enveloppe *t* fut le Nucelle transformé en Tercine; car il ne serait pas impossible que le Nucelle se fût évanoui sans laisser de vestige, ainsi qu'il arrive dans le *Tulipa gesneriana* (Voy. l'explication de la fig. 9, pl. 7), et alors l'enveloppe *t* serait la Secondine et l'enveloppe *p s* la Primine. Dans l'ignorance où je suis des antécédents, cette dernière hypothèse me semble aussi probable que la première.

Fig. 12. Ovule encore plus avancé.

En *p s t*, Primine, Secondine et Tercine réunies. En q', Quartine. En q^2, Quintine sous la forme d'un long boyau qui s'étend du sommet à la base.

En supposant que la dernière hypothèse fût justifiée par des observations ultérieures, l'enveloppe *p s t* ne serait composée que de la Primine et de la Secondine, puisqu'il y aurait eu anéantissement total du Nucelle.

Fig. 13. Ovule peu après l'appariton de l'Embryon.

En p s t q^1, Primine, Secondine, Tercine et Quartine réunies. En q^2, Quintine qui s'étant agrandie, a refoulé de tout côté la Quartine et s'est emparée de l'espace qu'elle occupait. En e^3, Embryon avec son Suspenseur.

Dans la dernière hypothèse, l'enveloppe p s t q^1, ne serait composée que de la Primine, de la Secondine et de la Quartine.

Le tissu cellulaire de la Quintine recevra un peu plus tard la matière concrête du Périsperme.

Ovule du *Nymphæa alba*, fig. 14, 15 et 16.

Fig. 14. Ovule déja avancé.

En p, Primine. En e^1, Exostome. En f, Funicule. En r, Raphé. En c, place de la Chalaze. En s, Secondine faisant saillie hors de la Primine. En e^2, Endostome.

Fig. 15. Ovule plus âgé.

En p, Primine. En r, Raphé. En c, place de la Chalaze. En f, portion du Funicule. En a, partie du Funicule qui s'est renflée et qui recouvre l'Exostome. Ce renflement s'étendra insensiblement en un sac qui recouvrira toute la graine, et formera un Arille, comme disent les botanistes. Je ne sais si c'est avec raison que dans mon premier Mémoire, j'ai admis une analogie entre cette extension du Funicule qui cache l'Exostome, et le bonnet des Euphorbiacées ou le bouchon des Plombaginées. C'est une question qu'il faudra examiner. En v f, Vaisseaux funiculaires. Ils se montrent par transparence dans le Funicule.

Fig. 16. Ovule encore plus âgé. En p, Primine. En r, Raphé. En c, place de la Chalaze. En f, Funicule. En x, étranglement qui s'est produit immédiatement au-dessus du renflement du Funicule. En a, renflement du Funicule qui s'est développé en une sorte de bonnet, lequel, comme je viens de le dire, recouvrira plus tard toute la Graine et se fermera totalement, de telle manière qu'il formera un sac sans ouverture.

Planche 7.

Ovule du Tulipa gesneriana.

Fig. 1. Pour obtenir l'Ovule du *Tulipa gesneriana* dans son etat rudimentaire, il faut chercher la fleur dans l'ognon commençant à végéter. A peine la hampe est elle sortie de l'ognon que l'on voit très-distinctement l'Exostome, l'Endostome et le Nucelle *n*. C'est dans cet état que j'ai représenté l'Ovule fig. 1. Déja il est à moitié renversé. La Primine *p* forme par son orifice une espèce de sphincter autour de la Secondine *s* dont le bord s'offre sous la forme d'un épais bourrelet ondulé. Le Nucelle *n* paraît comme un mamelon arrondi. En *h* Hile.

Fig. 2. Ovule un peu plus avancé quoique très-éloigné encore de l'époque où s'opère la fécondation. En *p* Primine. L'Exostome e^1 n'est plus caché comme dans la fig. 1 par le bord de l'Endostome e^2, qui est désenflé et s'est resserré de telle sorte qu'on ne peut plus voir le Nucelle. En *c* place de la Chalaze. En *h*, Hile. En *r* Raphé commençant à se développer.

Fig. 3. L'Ovule représenté fig. 2, coupé de manière à laisser voir le tissu cellulaire qui constitue la Primine *p* dans la cavité de laquelle est contenue la Secondine *s*, qui se présente sous la forme d'un cylindre creux, à la partie supérieure duquel se montre l'Endostome e^2. La lettre *c* indique la place de la Chalaze laquelle n'est pas encore visible; la lettre *r*, la place du Raphé; la lettre *h* le Hile.

Fig. 4. Ovule tiré de l'Ovaire d'une fleur épanouie. Il est plus gros que le précédent. Sa forme extérieure a éprouvé quelques modifications; mais la Primine *p* et la Secondine dont on voit l'Endostome e^2 que ne cache pas encore l'Exostome e^1, sont dans les mêmes rapports l'une à l'égard de l'autre. En *c*, place de la Chalaze. En *h*, Hile. En *r*, place du Raphé.

On doit remarquer que le sommet organique de l'Ovule qui est fixé au point où viennent s'ouvrir l'Endostome et l'Exostome, s'est porté sensiblement vers le Hile par l'effet des développements. Pour s'en convaincre, il suffit de comparer la fig. 4 à la fig. 1. Dans cette dernière, le sommet qui se confond avec le point culminant du Nucelle *n*

est assez éloigné du Hile *h;* dans l'autre, au contraire, le sommet est presque contigu au Hile.

Fig. 5. Elle offre l'Ovule représenté fig. 4, coupé de manière à mettre en lumière le tissu cellulaire qui constitue la Primine *p* et la cavité dans laquelle est contenue la Secondine *s*. En *c* est la place de la Chalaze; en *h*, le Hile; en *r*, la partie par laquelle passera le Raphé.

Fig. 6. Ovule pris dans l'Ovaire d'une fleur très-avancée. Cet Ovule est coupé longitudinalement. La cavité de la Primine *p* contient la Secondine *s* qui s'est amincie vers l'Endostome e^2. Le bord de celui-ci forme encore une tête assez volumineuse. Les vaisseaux *r* du Raphé, qui n'est, comme l'on sait, qu'une portion du Funicule faisant corps avec l'Ovule, sont très-visibles; ils aboutissent au point *c*, où ils constituent la Chalaze.

Fig. 7. Autre Ovule après la chûte du Périanthe et des Étamines. Il est coupé longitudinalement. La lame du scalpel a passé par l'axe, de sorte que l'on voit à la fois la Primine *p*, la Secondine *s* et le Nucelle *n* contenu dans cette dernière. Le Nucelle a maintenant la forme d'un cône long et grêle. Son sommet est caché dans la portion supérieure *x* de la Secondine *s*, portion que le scalpel n'a pas entamée. Elle s'est considérablement amincie, ainsi que le bord de l'Endostome e^2, lequel est presque clos. Ce bord ne dépasse plus l'Exostome e^1 qui lui-même tend a se fermer. On voit en *h*, le Hile, en *r*, les vaisseaux du Raphé, en *c*, les vaisseaux de la Chalaze.

Fig. 8. Ovule après la chûte de la fleur, quand l'Ovaire passe à l'état de jeune fruit. La Primine *p* a été déchirée sur un des côtés de l'Ovule, et ses lambeaux ont été écartés pour qu'on puisse voir la Secondine *s*. Ce sac est tres-dilaté; sa base élargie repose sur la Chalaze *c*, à laquelle elle adhere; son sommet s'alonge en un goulot grêle *x*. Les vaisseaux du Raphé se montrent en *r;* ils se dirigent vers le Hile *h*.

Fig. 9. La Secondine *s* extraite de la cavité de la Primine *p*, fig. 8 et déchirée dans sa longueur. En e^2, l'Endostome à peine visible. En *t*, la Tercine. La Tercine n'est, comme je l'ai dit dans mes *Nouvelles Recherches etc.*, que le Nucelle qui s'est creusé intérieurement et est devenu le troisième sac de

l'Ovule. Ainsi la Tercine *t* de la fig. 9, a été antérieurement un Nucelle semblable à celui qui est représenté dans la fig. 7 lettre *n*, et celui-ci, avant d'être tel que nous le voyons fig. 7, a été tel qu'il est représenté fig. 1, lettre *n*. Il est à remarquer que la Tercine *t*, fig. 9, n'est, dans sa partie supérieure, qu'un sac formé par une membrane d'une grande ténuité; mais sa partie inférieure *t x* est pleine et pulpeuse. Cette partie inférieure ne tardera pas à se creuser, comme le reste, et, peu ensuite, la Tercine disparaîtra sans qu'on puisse en retrouver la moindre trace.

Fig. 10. Ovule plus avancé que le précédent. La Tercine représentée fig. 9, lettre *t*, a disparu. La Secondine *s* (toujours fig. 9), s'est soudée à la Primine fig. 10 *p s*, et forme avec elle une seule enveloppe, excepté au sommet où les deux enveloppes (la Primine *p x* et la Secondine *p s*) sont distinctes et séparées. En *z*, on voit la cavité qui était primitivement remplie par le Nucelle. Maintenant, cette cavité ne contient qu'un liquide incolore; mais un peu plus tard, la paroi qui la circonscrit se couvrira d'une lame de tissu cellulaire mucilagineux, laquelle s'isolera insensiblement de la paroi et formera la Quartine, quatrième enveloppe dont je vais parler.

Fig. 11. Quartine. Elle a été extraite de la cavité d'un Ovule un peu plus avancé que celui qui est représenté fig. 10. Cette Quartine, ainsi qu'il vient d'être dit, n'était d'abord qu'une couche très-mince de tissu cellulaire qui tapissait toute la cavité de la Secondine soudée à la Primine; mais en se développant, elle s'est épaissie et s'est séparée de la paroi dans toute son étendue, si ce n'est à son sommet, qui correspondait intérieurement à l'Endostome. L'épaississement de la Quartine s'opère de la circonférence au centre. La cavité *z* diminue peu-à-peu et finit par se remplir totalement. C'est ce qu'on va voir dans la fig. 12.

Fig. 12. Ovule plus avancé que celui qui est représenté fig. 10. En *p* Primine; en *p s*, Primine et Secondine soudées ensemble et déchirées longitudinalement, pour laisser voir la Quartine *q'*, laquelle est remplie de tissu cellulaire. En e^3, Embryon qui apparaît sous la forme d'un globule fort petit, suspendu par un fil. Ce fil est le Suspenseur. Il tire son origine du sommet de la Secondine ou plutôt du sommet de la Quartine. En *s x*, sommet libre de la Secondine. En *h*, place du Hile.

PLANCHE 8.

Ovule de l'*Alnus glutinosa*, fig. 1, 2, 3 et 4.

Fig. 1. Coupe longitudinale d'un Ovaire extrêmement jeune. Il offre deux loges : chacune contient un Ovule *o* dont la Primine est percée au sommet. Les objets sont si petits, qu'il paraît impossible de prouver que, dans cet état, les Ovules ont une Secondine; mais ce qui est parfaitement visible, c'est l'attache des Ovules, diamétralement opposée à leur sommet. On pourrait croire, d'après cela, que ces Ovules seraient destinés à devenir des Graines orthotropes, car il n'y a nulle apparence que, par l'effet des développements, il s'opérera un échange de position entre leur sommet et leur base, comme on le voit dans les Ovules qui deviennent des Graines anatropes, et cependant rien n'est plus certain que les Ovules de l'*Alnus glutinosa* présentent, en définitive, tous les caractères de l'Anatropie. La figure 2 va me fournir l'occasion d'expliquer cette anomalie.

Fig. 2. Coupe longitudinale d'un Ovaire plus âgé que le précédent. Les deux loges contiennent chacune un Ovule coupé dans sa longueur. Le Funicule *f* est latéral et beaucoup plus rapproché du sommet *x* que de la base, laquelle est marquée par la Chalaze *c*. Il y a un Raphé *r* très-visible. Voilà bien les caractères de l'Anatropie; mais ils se sont produits tout autrement que dans les vraies Anatropes. Les loges de l'Ovaire se sont creusées sous les Ovules, et ceux-ci se sont alongés par leur partie inférieure de telle sorte que le Funicule *f* s'est éloigné progressivement de la Chalaze *c*, laissant un Raphé *r* entre elle et lui.

En *p s*, Primine, à laquelle s'est probablement soudée la Secondine. En *n t*, Nucelle transformé en Tercine. En *c*, Chalaze. En *r*, Raphé.

Fig. 3. Un des Ovules de la fig. 2, plus grossi. En *p s*, Primine et probablement Secondine réunies. En *e'*, place de l'Exostome. En *f*, Funicule. En *r*, Raphé. En *c*, Chalaze.

Ovule du *Corylus Avellana* fig. 5, 6, 7 et 8.

Fig. 5. Coupe longitudinale d'un Ovaire extrêmement jeune. Il offre deux

loges; chacune contient un Ovule *o*. De même que dans l'*Alnus glutinosa* fig. 1, l'attache *f* des Ovules est maintenant diamétralement opposée à leur sommet, mais ces rapports de position ne tarderont pas à changer, et les Ovules du *Corylus* présenteront alors tous les caractères de l'Anatropie, sans que cette modification provienne d'autre cause que du développement considérable que prendront les Ovules dans leur partie inférieure *y*.

Fig. 6. Coupe longitudinale d'un Ovaire plus âgé que le précédent. Les Ovules *o* ont maintenant leur point d'attache *f* au voisinage de leur sommet, et il est visible que ce changement dans la position relative est le résultat de ce que la portion *y* des Ovules s'est alongée inférieurement.

Fig. 7. Un des Ovules de la fig. 6 détaché et grossi. En *f*, Funicule. En *r* Raphé. En *c*, région chalazienne. En e^1, Exostome fermé, mais dont la place se fait encore remarquer par une légère dépression. En *vp*, Vaisseaux priminiens.

Fig. 8. Coupe longitudinale d'un Ovule à peu près du même âge que celui qui est représenté fig. 7. En *ps*, Primine unie, selon toute apparence, à la Secondine et peut-être même à la Tercine. En q^1 Quartine. En e^1 Exostome. En *f*, Funicule. En *r*, Raphé. En *c*, Chalaze. En e^3, Embryon attaché au Suspenseur.

Ovule du *Quercus Robur*, fig. 9, 10, 11, 12, 13 et 14.

Fig. 9. Coupe longitudinale d'un Ovule très-jeune. En *o*, deux Ovules coupés longitudinalement. On y distingue, comme dans l'Ovaire de l'*Alnus*, fig. 2, le Funicule, la région chalazienne, la Primine, à laquelle la Secondine est probablement soudée, la Tercine, etc.

L'Ovule du *Quercus* se développe précisément de même que celui du *Corylus* et de l'*Alnus*. Il serait donc superflu de reproduire les observations que j'ai exposées il n'y a qu'un moment. Il suffira, pour comprendre la fig. 9, de se rappeler ce que j'ai dit au sujet de la fig. 3.

Fig. 10. Un Ovule entier à peu près du même âge que les Ovules de la fig. 9. La ligne *a* indique l'axe central de l'Ovaire du *Quercus Robur* au-

quel l'Ovule est attaché. On remarquera que cette attache se prolonge dans toute la longueur de l'Ovule. C'est une simple soudure de la superficie du Raphé, qui n'est pas très-rare à cet âge dans le *Quercus Robur* et qui disparaît plus tard.

En e^1, Exostome en forme de bec.

Fig. 11. Autre Ovule un peu plus âgé, coupé dans sa longueur. Il n'adhère à l'axe central *a* que par son Funicule *f*.

En *p s*, Primine et Secondine réunies. En *c*, région chalazienne. En *r*, Raphé qui se prolonge jusqu'au Funicule *f*. En *n t*, Nucelle transformé en Tercine.

Fig. 12. Ovule plus âgé que les précédents.

En *f*, Funicule. En *r*, Raphé. En *c*, région chalazienne. En e^1, Exostome. En *v p*, vaisseaux priminiens. Ils sont ramifiés comme dans le *Corylus*.

Fig. 13. Ovule représenté fig. 12, coupé longitudinalement.

En *p s*, Primine, Secondine et peut-être même Tercine réunies. En *f*, Funicule. En *r*, Raphé. En *c*, région chalazienne. En e^1, Exostome. En q^1, Quartine, sous la forme d'une masse celluleuse qui remplit toute la cavité de l'Ovule. Peut-être sera-t-on tenté de croire, que cette partie q^1, que je désigne comme étant la Quartine, n'est en effet que le Nucelle qui, après s'être creusé intérieurement, pour passer à l'état de Tercine, fig. 11, lettre *n t*, s'est rempli de nouveau; mais l'examen le plus scrupuleux des développements m'a convaincu que le Nucelle, une fois transformé en Tercine (c'est dans cet état qu'il paraît fig. 11 *n t*), loin de redevenir une masse celluleuse, se réduit peu à peu en une membrane très-ténue, qui tantôt se soude visiblement à la paroi interne de la Secondine, et tantôt finit par s'anéantir, sans laisser le moindre vestige de son ancienne existence. La masse celluleuse, q^1, est très-certainement une production nouvelle, qui est venue remplir la cavité de l'Ovule après la disparition de la Tercine *n t*, fig. 11. Cette production nouvelle est la Quartine, qui ne tardera pas à se creuser et à former un sac pulpeux, dans lequel le jeune Embryon que l'on voit en e^3, fig. 13, prendra tout son développement.

Fig. 14. Autre Ovule un peu plus âgé, coupé longitudinalement.

En *p s*, Primine, à laquelle probablement la Secondine est soudée. En e^1, Exostome. En *f*, Funicule. En *r*, Raphé, dans lequel il est facile de suivre de l'œil le faisceau vasculaire raphéen, qui se rend dans la région chalazienne *c*. En *q'*, Quartine qui s'est creusée intérieurement. C'est dans cette grande lacune que l'Embryon e^3, déja un peu plus développé que celui de la fig. 13, placera ses Cotylédons, dont la masse croissant à mesure que la graine approchera de sa parfaite maturité, refoulera de toute part la paroi de la Quartine, et la réduira à une pellicule que l'on ne distinguera plus de l'enveloppe extérieure.

N. B. Les Salicinées sont de vraies *Anatropes*.

Fig. 15. Ovule assez avancé du *Juglans regia*.

Je le représente ici, parce qu'il fournit un exemple remarquable de la distribution des vaisseaux priminiens; on voit clairement que cet Ovule deviendra une Graine orthotrope. Les lettres *c h*, répétées trois fois, indiquent la place de la Chalaze confondue avec le Hile, qui est, comme on le sait, l'endroit où le Funicule *f* s'unit à l'Ovule.

Planche 9.

Ovule du *Cheiranthus Cheiri*, fig. 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Cet Ovule, en se développant, devient un excellent exemple de Graine campulitrope.

Fig. 1. Deux Ovules dans leur état rudimentaire. Ils ont la forme d'un cône.

Fig. 2. Deux Ovules plus développés.

En *p*, Primine. En e^1 Exostome. En *s*, Secondine. En e^2, Endostome. En *n*, Nucelle. Les deux enveloppes (la Primine *p* et la Secondine *s*) forment deux étuis cylindriques, semblables à deux tubes de lunette, dont l'un serait en partie emboîté dans l'autre. La portion supérieure du Nucelle *n* s'alonge hors de la Secondine, au fond de laquelle ce corps pulpeux est attaché.

Fig. 3. Un Ovule plus développé.

En *f*, Funicule. En *p*, Primine. En *n*, Nucelle. En *c*, région de la

Chalaze. La Primine *p* a pris plus d'ampleur. Elle ne se confond plus avec le Funicule *f*, comme dans la fig. 2; il en résulte que l'on voit bien distinctement la région *c* de la Chalaze. Mais on ne voit plus la Secondine, parce que la Primine *p* la recouvre en totalité. Elle tend aussi à cacher le Nucelle *n*. On remarque déja, dans cette fig. 3, une courbure très-sensible. Le sommet de l'Ovule qui est indiqué par le point culminant du Nucelle *n*, prend une direction oblique et, plus tard, il se portera vers la base de l'Ovule, laquelle est indiquée par la situation de la région chalazienne *c*. La ligne ponctuée *x y* indique le développement considérable que prendra insensiblement le côté *x o* de la Primine. Il en résultera en définitive que le sommet de l'Ovule, marqué dans cette fig. 3 par le point culminant du Nucelle *n*, se transportera en *y*, et que toutes les parties internes suivront ce mouvement. Le côté *x o*, doué d'une force de croissance beaucoup plus grande que le côté *w*, sera contraint par l'inertie de celui-ci, de tourner en quelque sorte autour de lui.

Fig. 4. Un Ovule plus avancé. En *f*, Funicule. En *p*, Primine. En *n*, sommet du Nucelle. La Primine *p* s'est alongée; elle recouvre presque totalement le Nucelle *n*. La courbure de l'Ovule est plus prononcée que dans l'Ovule fig. 3.

Fig. 5. Un Ovule plus avancé. Il est courbé en rein. La Primine *p* s'est accrue encore; elle ne laisse plus voir que la petite pointe du Nucelle *n*, qui s'est considérablement rapprochée de la région chalazienne *c*.

Fig. 6. Un Ovule très-développé. En *p*, Primine. En *e'*, Exostome prêt à se clore totalement. En *f*, Funicule. En *c*, région chalazienne. En *i*, développement d'une masse celluleuse, qui forme comme un noyau autour duquel l'Ovule est courbé en anneau. Cette excroissance s'interpose dans beaucoup d'Ovules campulitropes, entre le sommet et la base prêts à se joindre et semble un obstacle à leur réunion. Quelquefois elle est extérieure, comme on le voit dans la fig. 6 en *i;* d'autres fois elle est intérieure, et on ne peut en reconnaître l'existence que par la dissection. C'est ce que je montrerai tout à l'heure dans le *Lunaria annua*, fig. 8, 10 et 11. Le sommet et la base sont très-rapprochés.

Ovule du *Lunaria annua*, fig. 7, 8, 9, 10 et 11.

Fig. 7. Ovule extrait de l'Ovaire d'une fleur en bouton. Quoique fort petit, il est déja très-avancé. De même que l'Ovule du *Cheiranthus Cheiri*, il appartient à la division des *Campulitropes*.

En *p*, Primine. En e^1, Exostome presque clos. En *f*, Funicule. En *c*, indication de la place de la Chalaze.

Fig. 8. Le même Ovule, coupé dans sa longueur. Le Nucelle a disparu; il n'en reste plus de trace. L'espace qu'il a rempli, lettre *x*, est vide. La Primine et la Secondine *p s* se sont soudées l'une à l'autre et n'offrent plus qu'une seule et même enveloppe.

En e^1, Exostome qui est l'orifice de la cavité intérieure *x*. En *c*, place de la Chalaze. En *f*, vaisseaux du Funicule, lequel est composé de ces vaisseaux et d'un étui membraneux rempli des lambeaux d'un tissu celluleux.

Fig. 9. Ovule plus développé.

En e^1, Exostome. En *f*, Funicule. En *c*, vaisseaux qui partent de la Chalaze, et paraissent à la surface de l'un des côtés de l'Ovule comme une patte à quatre doigts.

Fig. 10. L'Ovule représenté fig. 9, coupé dans sa longueur.

En *p s*, Primine et Secondine soudées ensemble. En e', Exostome. En q', Quartine. C'est un sac dont la paroi n'a guère plus de consistance qu'une bouillie. En *x*, cavité de la Quartine. En *i*, excroissance celluleuse un peu plus développée que dans l'Ovule fig. 8, lettre *i*. En *c*, région de la Chalaze. En *f*, Funicule avec son faisceau vasculaire.

Fig. 11. Ovule plus développé. En *p s q*, Primine, Secondine et Quartine soudées ensemble. En *x*, cavité intérieure. En e^3, Embryon attaché à l'extrémité d'un long Suspenseur. En *i*, l'excroissance celluleuse très-grandie. En *c*, Chalaze. En *f*, Funicule avec son faisceau vasculaire.

Ovule du *Pisum sativum*, fig. 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 et 20.

Cet Ovule passe de l'*Orthotropie*, qui est l'état naturel de tout Ovule commençant à se développer, à l'*Anatropie* et, de celle-ci, à la *Campu-*

litropie. Parvenu à l'état de Graine, il offre la réunion des caractères, modifiés les uns par les autres, des deux types précédents. C'est ce que je nomme *Amphitropie*. La famille des Légumineuses renferme beaucoup d'exemples de Graines très-sensiblement amphitropes.

Fig. 12. Trois Ovules dans leur état rudimentaire. Ce sont de petits cônes qui commencent à se courber.

Fig. 13. Un Ovule plus âgé.

En p, Primine. En e^1 Exostome. En s, Secondine. En e^2, Endostome. En n, Nucelle. En c, place de la Chalaze. La courbure de l'Ovule est augmentée. La Chalaze c, poussée par le Funicule f, qui tend à s'alonger, ne suit pas la direction de l'axe de l'Ovule, mais celle de la ligne ponctuée c, à l'extrémité $c\ x$ de laquelle elle va se placer. Dans le même temps, le Nucelle n transporte son sommet en $n\ x$. Ainsi (je l'ai déja dit dans mon Mémoire) il y a échange de position entre la base et le sommet de l'Ovule; car sa base est indiquée par la présence de la Chalaze et son sommet par le sommet du Nucelle. Mais puisque c, c'est-à-dire la Chalaze, ou, en d'autres termes, l'extrémité du Funicule, a pris place en $c\ x$, le Funicule f s'est accru de toute la longueur de la ligne ponctuée $c\ c\ x$, et comme sa croissance s'est opérée simultanément avec celle de la Primine, il n'y a pas eu séparation de cette enveloppe et du Funicule. L'adhérence est complète; la portion $c\ c\ x$ du Funicule forme dans la Primine ce qu'on nomme le Raphé. Tous ces changements sont visibles dans la fig. 15.

Fig. 14. Un Ovule plus âgé que le précédent. La position de l'Exostome e^1, de l'Endostome e^2 et du Nucelle n, est devenue tout-à-fait latérale relativement à la masse de l'Ovule. La Primine tend à recouvrir la Secondine. La région chalazienne est située vers le point c. On voit que l'Ovule est en train de passer de l'état représenté fig. 13 à l'état représenté fig. 15.

Fig. 15. Un Ovule plus âgé que le précédent. Il est tout-à-fait renversé, et, vu dans cet état, on le croirait destiné à devenir une Graine anatrope. Le sommet n est dans une position diamétralement opposée à celle qu'il occupait dans l'origine. La base, qui repond à la région chalazienne c

a également changé de position. Il y a un Raphé qui, partant du point *r*, s'étend longitudinalement d'un côté de l'Ovule et va se terminer dans la région chalazienne.

Fig. 16. Un Ovule plus âgé que le précédent. A voir sa forme, qui ressemble à celle d'un rein, on serait tenté de croire que le type campulitrope a complètement remplacé le type anatrope : mais il n'en est pas ainsi. On se convaincra bientôt qu'il y a combinaison des deux types.

La Primine recouvre la Secondine et le Nucelle. Cependant l'Exostome e^1 n'est point fermé. Il indique maintenant le sommet organique de l'Ovule. Ce sommet s'est courbé vers la région chalazienne *c*, c'est-à-dire vers la base organique de l'Ovule ; effet qui provient de deux causes : 1° l extension considérable qu'a prise le côté *y* ; 2° l'inertie simultanée du côté *v*. La lettre *h* indique le Hile.

Fig. 17. Un Ovule plus âgé que le précédent. Ici, l'extension du côté *y*, lequel commence au sommet organique, c'est-à-dire à l'Exostome e^1, et va finir au point culminant de la région chalazienne *c*, en faisant presque tout le tour de l'Ovule, est beaucoup plus considérable encore que dans la fig. 16. Le côté *v* est aussi plus resserré. La région chalazienne forme une saillie bien distincte. En *f*, le Funicule.

Fig. 18. Un Ovule plus âgé que le précédent. L'Ovule s'offre encore sous une nouvelle forme. Il s'est plié en deux, et en même temps il s'est alongé. C'est ce qu'on verra mieux tout à l'heure dans la fig. 19. La région chalazienne *c*, dans laquelle se trouvent confondus maintenant le Raphé et la Chalaze, s'est étendue. Le grand côté *y*, qui commence à l'Exostome e^1, et finit vers le point *c*, s'est accru.

Fig. 19. Un Ovule du même âge que le précédent, coupé dans sa longueur. Les deux lignes ponctuées qui partent de la lettre *v*, indiquent l'étendue du petit côté. Il s'étend, comme je l'ai dit au sujet des fig. 16, 17 et 18, depuis l'Exostome e^1 jusqu'à la région chalazienne *c*. Les cinq *y* indiquent l'étendue du grand côté. Il a pour limite, de même que le petit côté, la Chalaze et l'Exostome. Il ne faut pas oublier que, quelle que soit la configuration de l'Ovule, le sommet et la base sont marqués à l'extérieur, celle-ci par la Chalaze, celui-là par l'Exostome. Mais il arrive quelquefois, (et

c'est précisément le cas dans le *Pisum sativum* et dans d'autres Légumineuses, où l'existence de ce phénomène est encore plus facile à démontrer) que la base z de la cavité ovulaire x ne correspond pas exactement au point où la Chalaze se manifeste à l'extérieur. Cette espèce d'anomalie résulte des développements qui ont plus ou moins modifié le type de l'Ovule.

En p s, Primine, Secondine et très-probablement Tercine et Quartine réunies. En i, excroissance celluleuse qui divise la cavité en deux parties confluentes : le canal w et le grand *Cæcum* x. Le canal communique avec l'extérieur par l'Exostome e^1. La configuration du *Cæcum* et du canal qui ressemblent à un *V* italique, fait voir que l'Ovule s'est plié en deux. En e^3 est l'Embryon. Il ne tient plus à rien. Le scalpel l'a détaché du Suspenseur. Je n'ai jamais pu l'obtenir autrement que dans cet état. Des observations, faites sur les Ovules d'autres espèces de Légumineuses, me persuadent que le Suspenseur était aussi long que le canal w, et que l'Embryon paraissait à l'endroit où le canal s'abouche avec le *Cæcum*.

Fig. 20. L'Ovule passé à l'état de Graine. Cette figure complète la série des modifications que l'Ovule du *Pisum sativum* subit depuis son apparition jusqu'à l'époque où il prend le nom de Graine. Alors l'Embryon, très-grossi, remplit toute la cavité intérieure. Les Cotylédons se sont développés dans le *Cæcum*. La Radicule s'est développée dans le canal; elle dirige sa pointe vers l'Exostome e^1. L'excroissance celluleuse i, pressée de toutes parts, s'amincit en une membrane à peine visible, laquelle reste interposée entre la Radicule et les Cotylédons.

En f, Funicule. En e^1, Exostome. Il ne disparaît jamais dans le *Pisum*, non plus que dans beaucoup d'autres Légumineuses. En r, Raphé. Il forme un petit cordon, qui est la continuation de celui qui court le long du Funicule, lettre a, et il va se terminer dans la Chalaze c.

La ligne droite u o, qui passe par la Chalaze et l'Exostome, c'est-à-dire par la base et le sommet, et qui, malgré son excentricité doit être considérée comme l'*axe organique*, divise la Graine en deux parties très-inégales. Toute la portion située à droite appartient au grand côté, et toute la portion située à gauche au petit côté.

PLANCHE 10.

Ovule du *Cicer arietinum*, fig. 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Fig. 1. Ovule long-temps avant la floraison.

En *c*, région chalazienne, et par conséquent base de l'Ovule. En *n*, Nucelle dont le sommet indique celui de l'Ovule. En *p* Primine. En e^1, Exostome. En *s* Secondine. En e^2, Endostome.

Fig. 2. Ovule un peu plus âgé. Il a déja subi de grandes modifications. Par sa forme, il ressemble à un rognon. Toute sa masse s'est courbée sur elle-même. La Primine *p* recouvre presque totalement la Secondine, laquelle cache le Nucelle. On voit encore très-bien l'Exostome e^1 et l'Endostome e^2. La ligne de séparation *x* entre le Funicule *f*, et l'Ovule, est sensible. La région chalazienne est en *c*.

Fig. 3. Ovule à l'époque de la floraison. Alors il est tout-à-fait plein. La Primine, la Secondine et le Nucelle sont soudés ensemble.

En *f*, Funicule. En e^1, Exostome.

Fig. 4. Ovule un peu plus âgé que le précédent.

En *c*, région chalazienne. La Chalaze ne se manifeste encore par aucun signe extérieur, et ce n'est que plus tard qu'on peut en reconnaître la place. Elle est vers le point que j'indique. Il suffit pour s'en convaincre d'examiner une Graine approchant de sa maturité. La portion à droite du contour de l'Ovule, bornée par la Chalaze *c* et l'Exostome e^1, c'est-a-dire, par la base et le sommet organiques, constitue le petit côté. Tout le reste du contour de l'Ovule, borné de même par le sommet et la base organiques, constitue le grand côté. Il est à remarquer que le fond de la cavité ovulaire, lequel est d'autant moins méconnaissable qu'il donne naissance à un Appendice chalazien, ne correspond pas directement à la Chalaze. Nous avons déja vu dans le *Pisum sativum* une discordance qui a quelque analogie avec celle-ci. Mais elle en diffère pourtant en ce que dans le *Pisum* le fond de la cavité est plus rapproché de l'Exostome que la Chalaze, tandis que dans le *Cicer* il en est plus éloigné.

En *c x*, Appendice chalazien. Il sert de point d'attache inférieur à la Quintine q^2, boyau grêle qui se détruit presqu'aussitôt qu'il s'est montré. En *w*, Canal. En *i*, Excroissance celluleuse. En *p s*, Primine et Se-

condine réunies et ne formant qu'une seule et même enveloppe. En *f* Funicule.

Fig. 5. Ovule plus âgé que le précédent. En *f*, Funicule. En e^1, Exostome. En *c*, Chalaze. En *c x*, Appendice chalazien. En *i*, Excroissance celluleuse. En *w*, Canal. En e^3, Embryon qui est encore attaché à son Suspenseur. En q^1, Quartine. La Quartine ne paraît ici qu'après la Quintine, et elle se développe d'abord dans la partie supérieure de la cavité de l'Ovule; c'est une anomalie qui paraît être générale dans les Légumineuses papilionacées. Sans doute, dans ce cas, les époques d'apparition sont interverties, et toutefois chaque organe conserve ses caractères essentiels. La Quintine (fig. 4, q^2) naît dans le centre. Elle s'étend depuis l'Appendice chalazien (fig. 4, *c x*) jusqu'à l'Exostome (fig. 4, e^1); la Quartine (fig. 6, q^1) naît de la paroi de la cavité et s'étend par conséquent de la circonférence au centre. C'est ce que démontrera tout à l'heure la fig. 11.

Ovule du *Lupinus varius*, fig. 7, 8, 9, 10 et 11.

Fig. 7. Ovule commençant à se développer.

En *p*, Primine. En *s*, Secondine. En e^1, Exostome. En e^2, Endostome. En *n*, Nucelle.

Fig. 8. Ovule plus âgé.

En *f*, Funicule. En e^1, Exostome. En *h*, Hile. En *c*, Chalaze. En *i*, Excroissance celluleuse. En *w*, Canal. En *c x*, Appendice chalazien commençant à paraître. En *z*, fils durs ramifiés, d'un vert foncé, partant de l'Appendice chalazien et nageant librement dans la cavité. Ils disparaissent promptement. J'ignore quel est leur usage. M. Tréviranus les avait déja observés.

Fig. 10. Un Ovule plus âgé.

En *f*, Funicule. En e^1, Exostome. En *c*, région chalazienne. Les fils ramifiés n'existent plus. En *i*, Excroissance celluleuse. En *w*, Canal.

Fig. 11. Un Ovule encore plus âgé.

En *p s*, Primine et Secondine soudées ensemble. En e^1, Exostome. En *h*, Hile. En *c*, Chalaze. En *c x*, Appendice chalazien; il est d'un vert foncé, comme granuleux et partagé en deux lobes. En *i*, Excrois-

sance celluleuse. En w, Canal. En e^3, Embryon. En s^2, Suspenseur; il est d'un vert foncé et comme composé de petits grains attachés sur un axe commun. En q^1, Quartine; elle a pris d'abord son développement dans la partie supérieure de l'Ovule, ainsi qu'il arrive d'ordinaire dans les Légumineuses, et bientôt elle remplira le reste de la cavité z. Déja même, en $q^1 x$, elle en tapisse la paroi. Cette lame cellulaire, $q^1 x$, nous fait bien voir comment s'opère le développement de la Quartine.

Ovule du *Phaseolus coccineus*, fig. 12.

En $p s$, Primine et Secondine soudées ensemble. En f, Funicule. En c, Chalaze. En r, Raphé extrêmement court. En $c x$, Appendice chalazien. En i, Excroissance celluleuse. En w, Canal. En e^3, Embryon. En q^1, Quartine.

Ce *Phaseolus* nous fait voir bien clairement, dans la position relative de la Chalaze c et de l'Appendice chalazien, comment deux parties végétales, originairement contiguës, et qui par leur nature ont entre elles des relations intimes, peuvent quelquefois s'éloigner l'une de l'autre par l'effet des développements.

Ovule de l'*Anagallis arvensis*, fig. 13, 14, 15, 16, 17, 18 et 19.

Fig. 13. Ovule long-temps avant la floraison.

En p, Primine. En e^1, Exostome. En $c h$, région chalazienne et Hile. En s, Secondine. En e^2, Endostome. En n, Nucelle.

Fig. 14. Ovule un peu plus âgé que le précédent, mais toujours avant la floraison.

En p, Primine. En $c h$, Chalaze et Hile. En n, Nucelle. En e^1, Exostome. En e^2, Endostome. Tout le côté y de la Primine, qui s'étend à droite depuis l'Exostome jusqu'à la Chalaze, a pris un développement très-considérable, en comparaison de celui du côté gauche x qui a également pour limite l'Exostome et la Chalaze. De cette inégalité il résulte que le sommet organique de l'Ovule occupe maintenant en n un point latéral de la masse.

Fig. 15. Ovule peu avant la floraison.

Comme la supériorité de croissance du côté y sur le côté x n'a fait qu'augmenter, le sommet organique indiqué par l'Exostome e^1, s'est

abaissé de plus en plus, et il est maintenant au niveau de la Chalaze. Je n'ai pas besoin de dire que si l'on ne voit presque plus les parties intérieures, c'est que la Primine s'est considérablement accrue et que son Exostome s'est resserré. Le Hile et la région chalazienne se sont sensiblement alongés.

Fig. 16. Ovule pendant la floraison.

Le côté y s'accroît toujours. Il en est de même de la Chalaze et du Hile $c\,h$; mais le côté x, loin de s'accroître s'amoindrit. L'Exostome e^1 s'est encore abaissé.

Fig. 17. Ovule plus âgé.

Le côté y ne cesse de croître. Le côté x est presque réduit à rien. L'Exostome est poussé en-dessous de l'Ovule. On voit par transparence, en k, une masse ovoïde, pulpeuse, verte, qui adhère à la Chalaze. La petitesse de l'Ovule, et plus encore l'extrême délicatesse de son tissu, ne m'a pas permis de reconnaître si cette partie est une Quartine ou une Quintine.

Fig. 18. Ovule plus âgé.

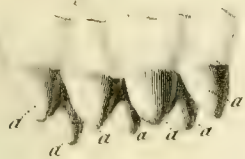
Le côté y a encore fait des progrès. Le côté x n'existe plus. L'Exostome e^1 touche maintenant à la Chalaze $c\,h$. Il est fermé.

Fig. 19. Ovule encore plus âgé coupé dans sa longueur.

Les deux extrémités du côté y ne sont plus séparées que par l'espace occupé par le Hile et la Chalaze réunis $c\,h$. Il n'y a plus de trace apparente de l'Exostome e^1. La Primine et la Secondine $p\,s$ ne se distinguent point l'une de l'autre, et il est très-probable que la confusion de ces deux sacs en un seul est déja ancienne. La masse celluleuse verte k a pris plus de volume; elle adhère toujours à la Chalaze. Il se dépose insensiblement dans ses cellules une matière amilacée qui est la partie inorganique du Périsperme.

FIN DU TOME IX.

Fig. 1.



Fig

Fig. 3.

Fig. 4.

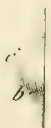
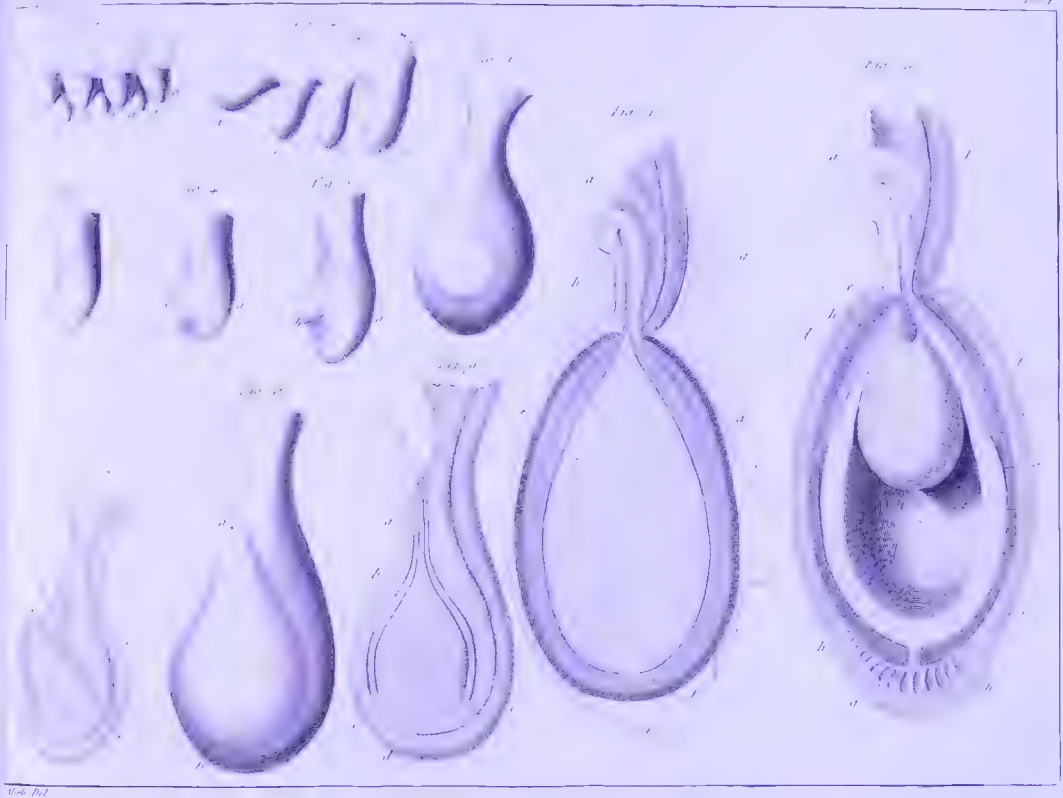


Fig. 8.

Fig. 7.

Wirb. Del.



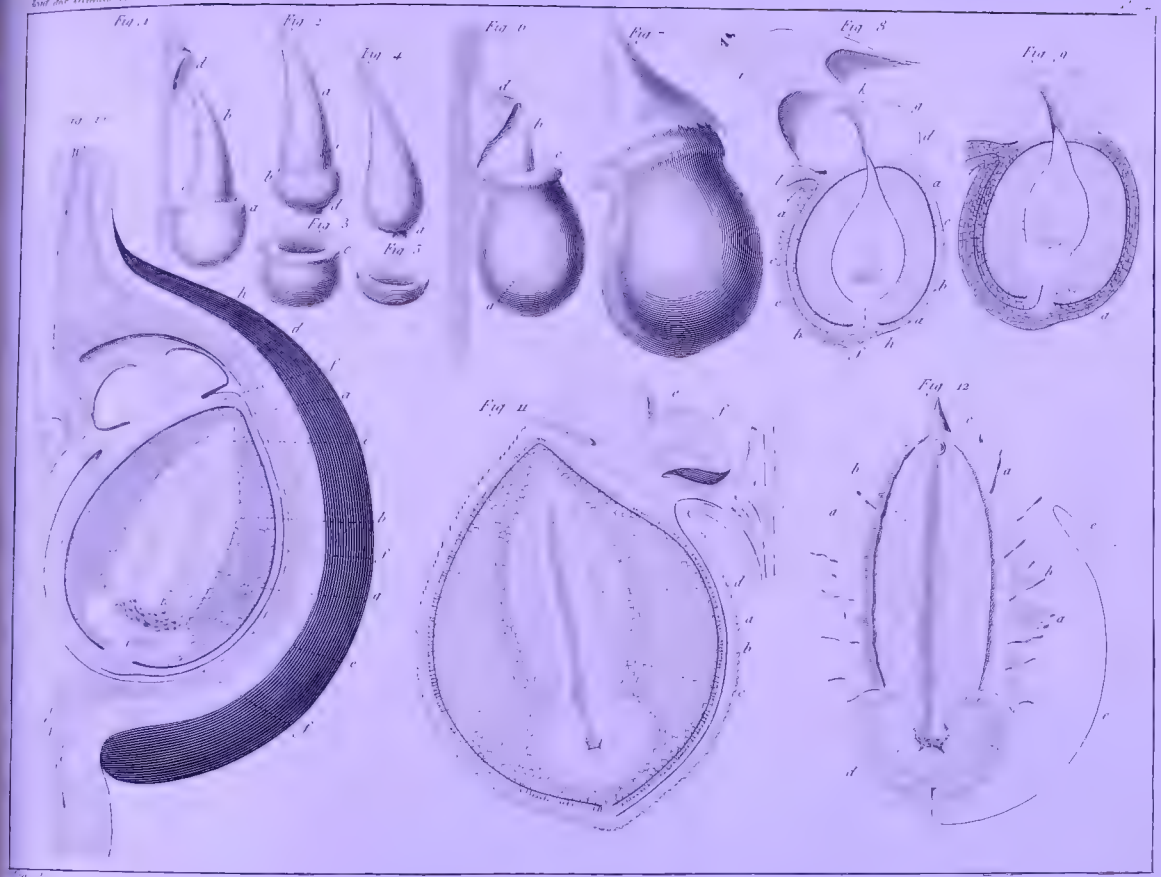
Verdier Del.

Cucumis Anguria

Fig. 1.

Fig. 10.

Mirb Del.



Euphorbia Lathyris

Fig. 4.

Fig 2.

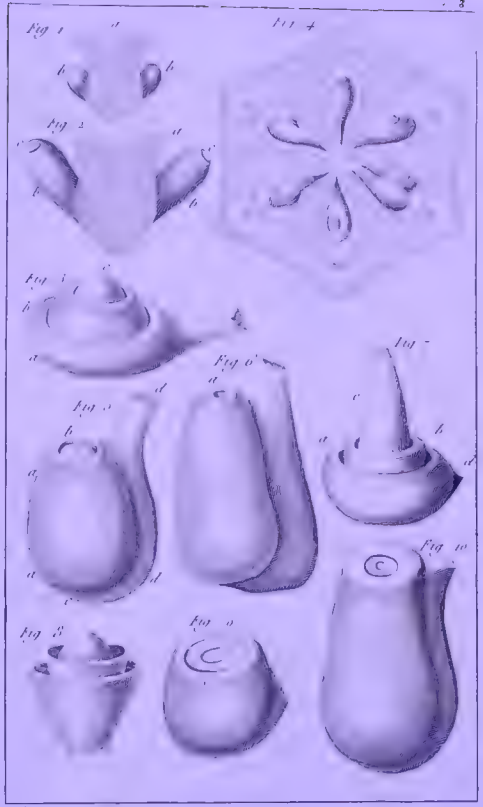
Marb. Del.

Cervis silvastrum

Jugla

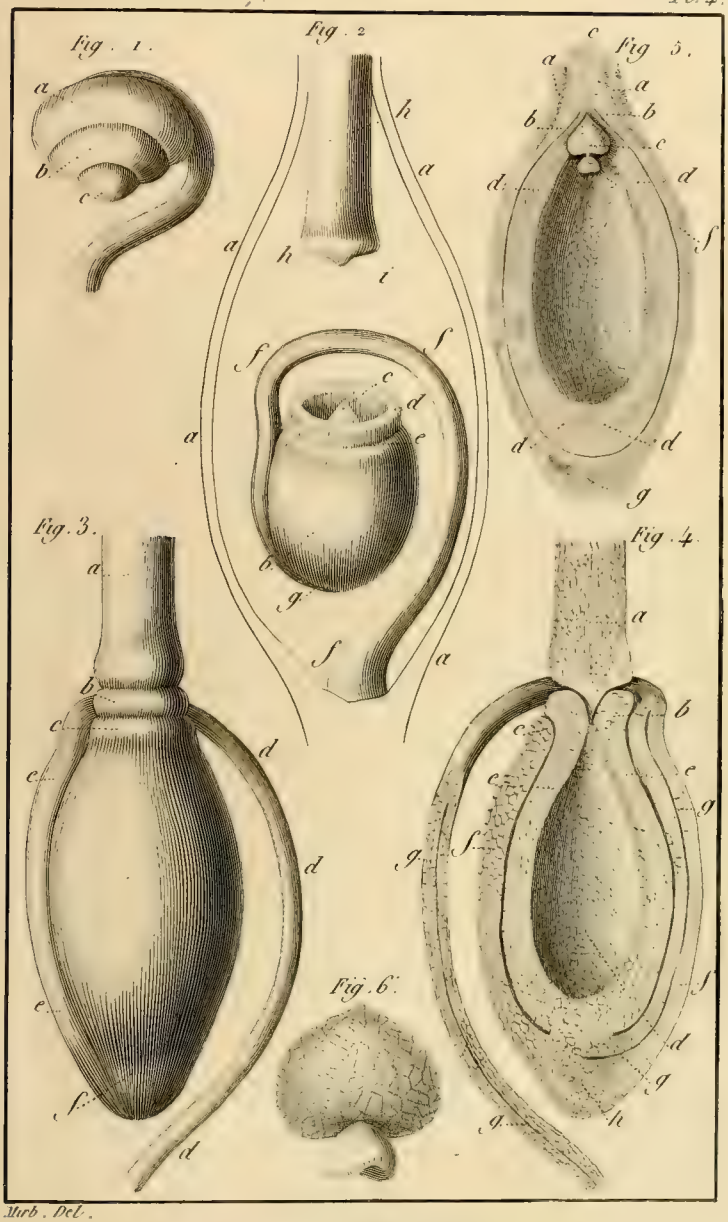
Mich. Del

Cereus silvastrum Fig. 1. *Lychnis Flos-Jovis* Fig. 1. 2.
Juglans Regia Fig. 4. 5.



Mich. Del

Aristolochia Clematitis fig 1 2 3 4 5 6. *Reseda lutea* Fig 7.
Ruta graveolens Fig. 8, 9, 10.



Turb. Del.

Statice Armeria.

Fig. 1.

Fig. 11.

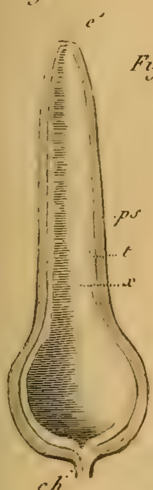
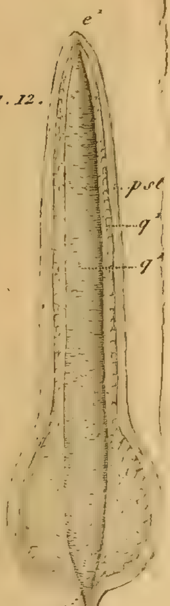
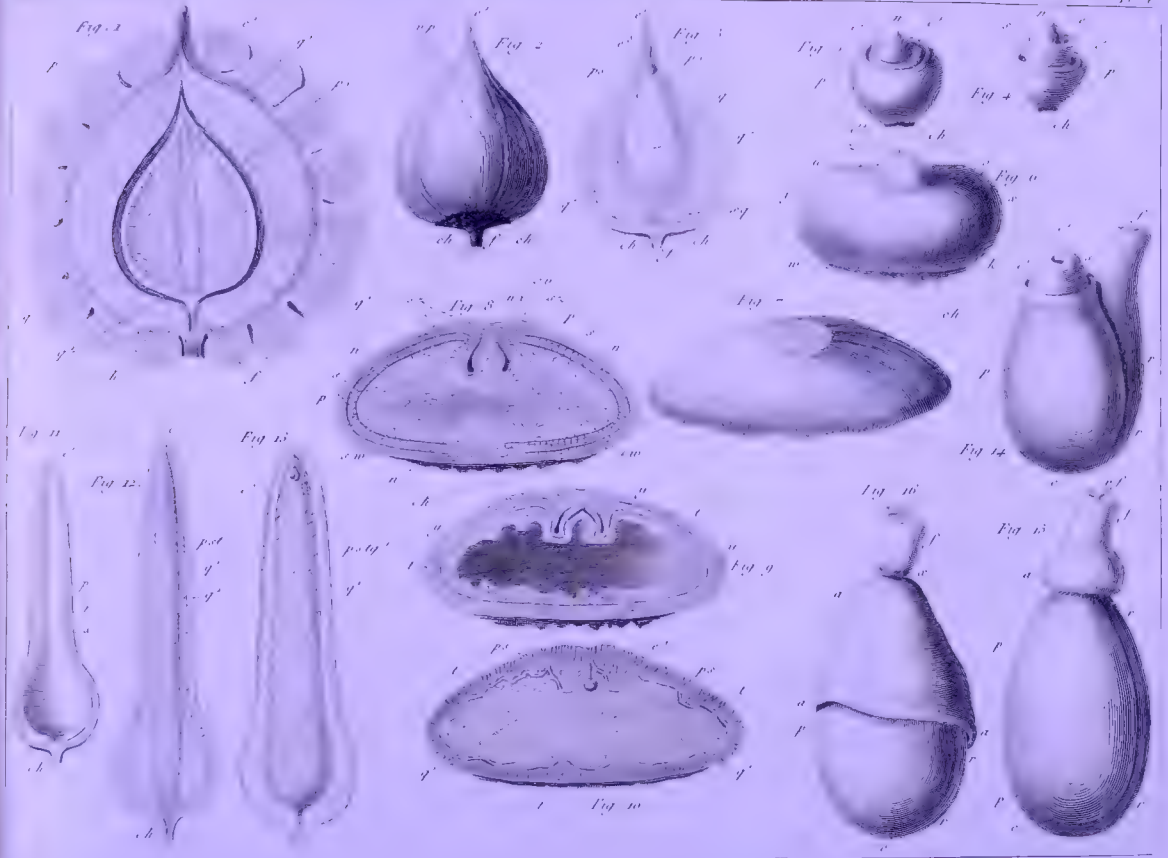


Fig. 12.

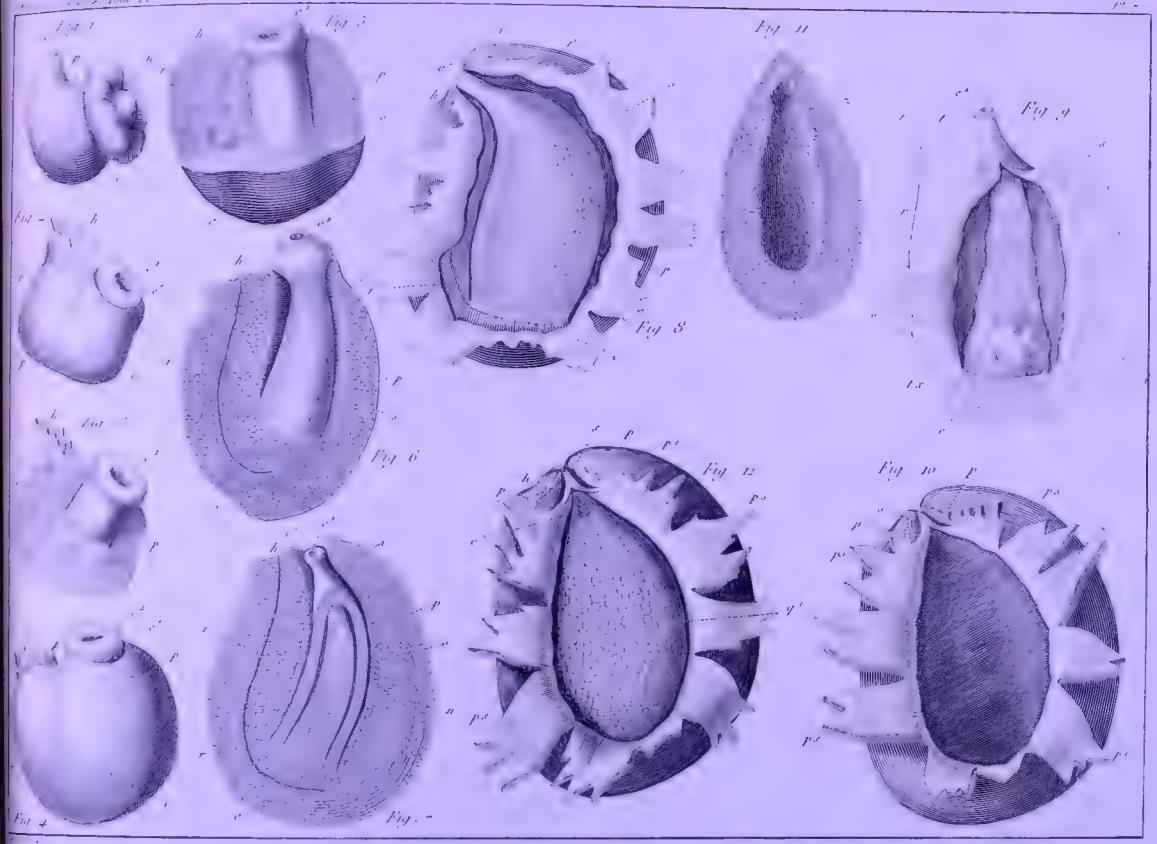


Mirbel del.



Ovules du *Myrica pensylvanica*, Fig. 1, 2, et 3, du *Tradescantia virginica*, Fig. 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10, du *Polygonum tataricum*, Fig. 11, 12 et 13 et du *Nymphæa alba*, Fig. 14, 15 et 16

Mirbel del.



Ovule du Tulipa gesneriana .

Fig. 1.

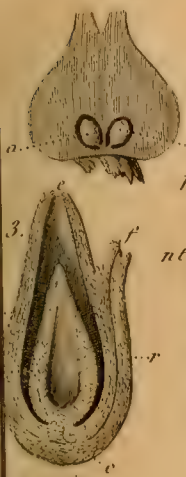


Fig. 2.

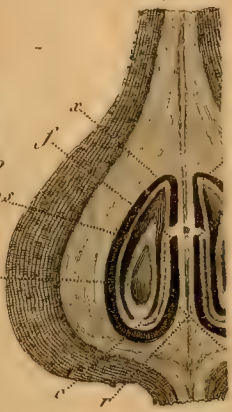


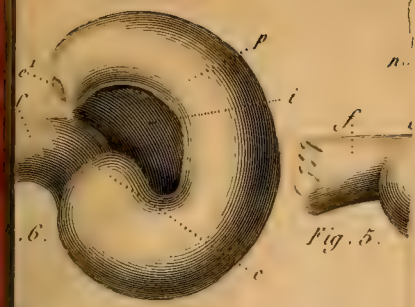
Fig. 6

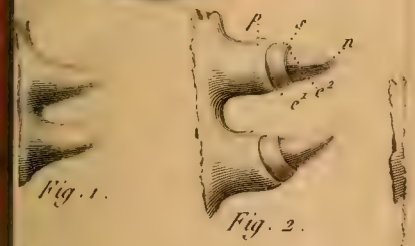
Fig. 7.

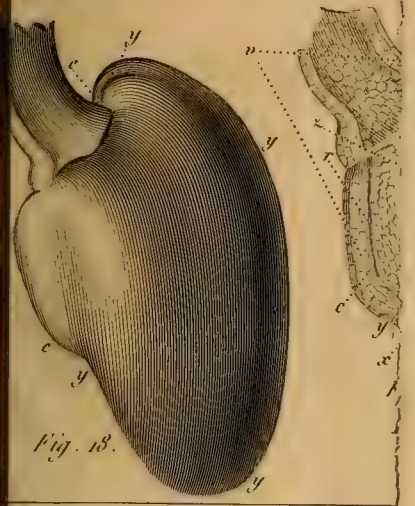
del.

Ovules de V
du Qu

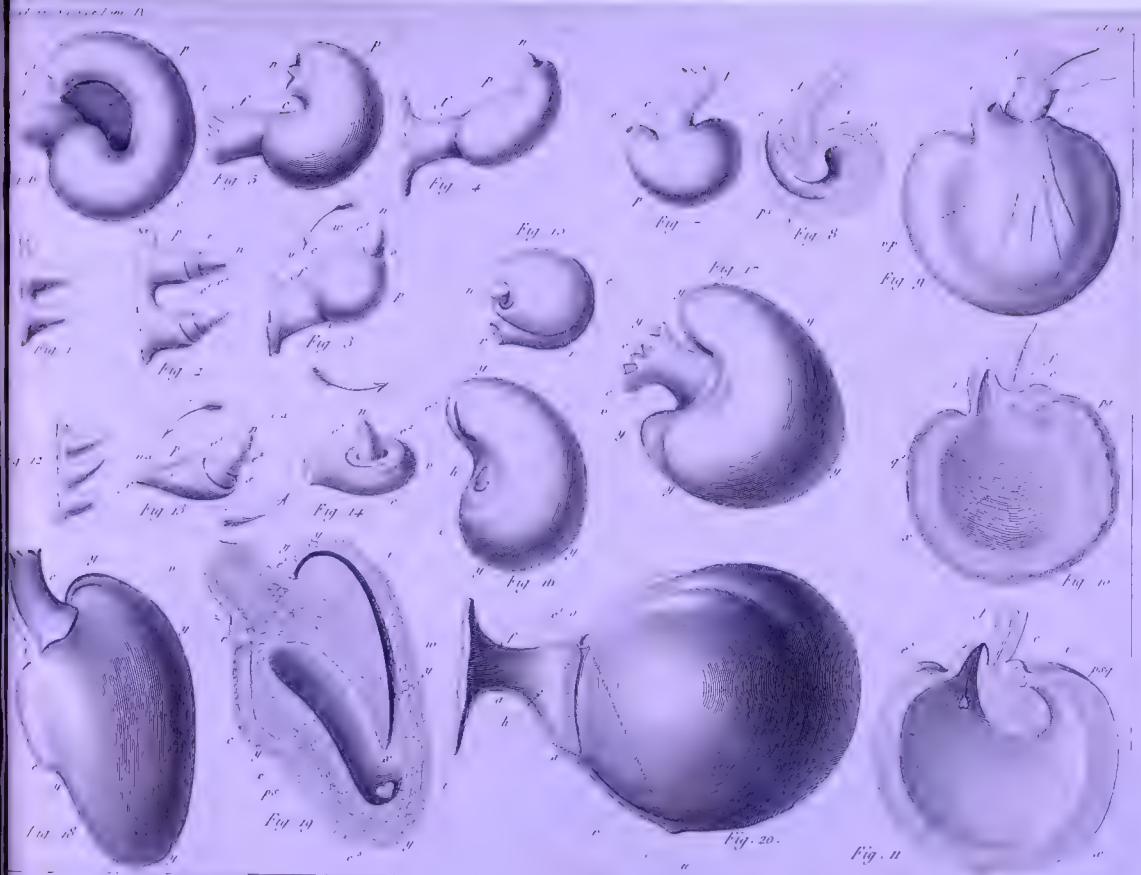
Ovules de l'Alnus glutinosa, Fig. 1, 2, 3 et 4; du Corylus avellana, Fig. 5, 6, 7 et 8; du Quercus robur, Fig. 9, 10, 11, 13 et 14; du Juglans regia, Fig. 15 et 16.







Ovules d



Ovules des Cheiranthus Cheiri. Fig. 1, 2, 3, 4, 5 et 6, Lunaria annua Fig. 7, 8, 9, 10 et 11,
Pisum sativum. Fig. 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 et 20

LIBRAIRIE DE GAUTHIER-VILLARS

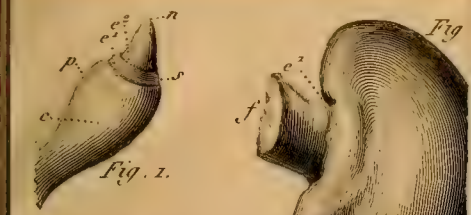


Fig. 1.

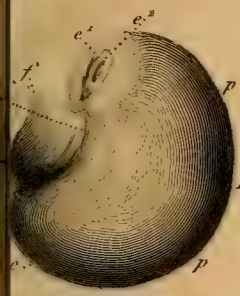


Fig. 2.

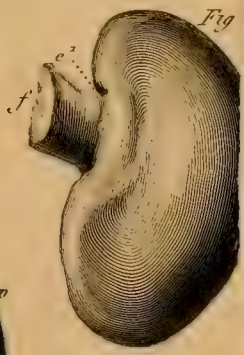
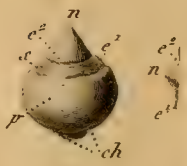


Fig. 3.

Fig. 7.

Fig. 13.



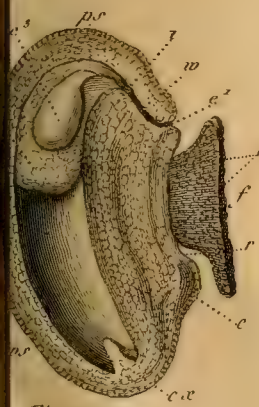


Fig. 12.

Fig. 17.

Ovules du Cicer arietin

Ovules du Cicer arietinum Fig. 1, 2, 3, 4, 5 et 6 du Lupinus varius Fig. 7, 8, 9, 10 et 11 du Phaseolus coccineus Fig. 12, de l'Anagallis arvensis, Fig. 13, 14, 15, 16, 17, 18 et 19

LIBRAIRIE DE GAUTHIER-VILLARS

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER

QUAI DES AUGUSTINS, 55, A PARIS

INSTITUT DE FRANCE. — Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Ces Comptes rendus paraissent régulièrement tous les dimanches, en un cahier de 32 à 40 pages, quelquefois de 80 à 120. L'abonnement est annuel, et part du 1er janvier.

Prix de *l'abonnement franco* :

Pour Paris . . . . . 20 fr. || Pour les départements . . 30 fr.
Pour l'Union postale . . . . . 34 fr.

La collection complète, de 1835 à 1877, forme 85 volumes in-4. . . . . 637 fr. 50 c.
Chaque année se vend séparément. . . . . 15 fr.

— Table générale des Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, par ordre de matières et par ordre alphabétique de noms d'auteurs.

Tables des tomes I à XXXI (1835-1850). In-4, 1853. . . . . 15 fr.
Tables des tomes XXXII à LXI (1851-1865). In-4, 1870 . . . . . 15 fr.

— Supplément aux Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences.

Tomes I et II, 1856 et 1861, séparément. . . . . 15 fr.

INSTITUT DE FRANCE. — Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences, et imprimés par son ordre. 2e série. In-4; tomes I à XXV, 1827-1877.

Chaque volume se vend séparément . . . . . 15 fr.

— Mémoires de l'Académie des Sciences. In-4; tomes I à XL, 1816-1877.

Chaque volume se vend séparément . . . . . 15 fr.

La librairie Gauthier-Villars, qui depuis le 1er janvier 1877 a seule le dépôt des Mémoires *publiés par l'Académie des Sciences, envoie franco sur demande la Table générale des matières contenues dans ces* Mémoires.

INSTITUT DE FRANCE. — Recueil de Mémoires, Rapports et Documents relatifs à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil.

Ire Partie. *Procès-verbaux des séances tenues par la Commission.* In-4; 1877. . . . 12 fr. 50 c.
IIe Partie, avec Supplément. — *Mémoires.* In-4, avec 7 pl., dont 3 en chromolithographie; 1876. . . . . 12 fr. 50 c.

INSTITUT DE FRANCE. — Mémoires relatifs à la nouvelle Maladie de la Vigne, présentés par divers savants.

I. — DUCLAUX, Professeur de Physique à la Faculté des Sciences de Lyon, *délégué de l'Académie.* — **Études sur la nouvelle Maladie de la Vigne dans le sud-est de la France.** In-4, avec 8 planches représentant, teintes en rouge, les portions du territoire où le Phylloxera a été reconnu à la fin de chacune des années 1865 à 1872; 1874. . . . . (*Épuisé.*)

II. — CORNU (Maxime), aide-naturaliste au Muséum d'Histoire naturelle, *délégué de l'Académie.* — **Études sur la nouvelle Maladie de la Vigne.** In-4, avec 3 planches en couleur, gravées sur acier, représentant les galles produites par le Phylloxera sur les feuilles des vignes américaines, les altérations des racines par le Phylloxera et des coupes de racines en un point sain et sur un renflement; 1874. . . . . 2 fr. 50 c.

III. — FAUCON (Louis). — **Mémoire sur la Maladie de la Vigne et sur son traitement par le procédé de la submersion.** In-4; 1874 . . . . . 2 fr. 50 c.

IV. — BALBIANI. — **Mémoire sur la reproduction du Phylloxera du chêne.** In-4; 1874 . . . 1 fr.

V. — DUMAS, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Mémoire sur les moyens de combattre l'invasion du Phylloxera.** In-4; 1874 . . . . . 1 fr.

VI. — BOULEY, Membre de l'Institut. — **Rapport sur les mesures administratives à prendre pour préserver les territoires menacés par le Phylloxera.** In-4; 1874 . . . . . 75 c.

VII. — DUMAS, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Communication relative à la destruction du Phylloxera;** suivie de : **Nouvelles expériences effectuées avec les sulfocarbonates alcalins; manière de les employer,** par M. Mouillefert, *délégué de l'Académie;* et de **Recherches sur l'action du coaltar dans le traitement des Vignes phylloxérées,** par M. Balbiani, *délégué de l'Académie.* In-4; 1874 . . . . . 75 c.

VIII. — DUMAS, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Rapport sur les études relatives au Phylloxera,** présentés à l'Académie des Sciences par MM. Duclaux, Max, Cornu et L. Faucon. In-4; 1874. . . . . 75 c.

IX. — DUCLAUX, Professeur à la faculté des Sciences de Lyon. — **Études sur la nouvelle Maladie de la Vigne dans le sud-est de la France.** In-4, avec une planche représentant, coloriés en rouge, les pays vignobles atteints par le Phylloxera en 1873. . . . . 75 c.

X. — COMMISSION DU PHYLLOXERA (Séance du 3 décembre 1874). — **Observations** faites par MM. Balbiani, Cornu, Girard, Mouillefert. — **Analyses chimiques** des diverses parties de la vigne saine et de la vigne phylloxérée, par M. Boutin. — **Sur les vignes américaines** qui résistent au Phylloxera, par M. Millardet. — **Vins faits avec les cépages américains,** par M. Pasteur. — **Traitement par le goudron de houille,** par M. Rommier. — **Sulfocarbonates,** par M. Dumas. In-4; 1875. . 2 fr.

XI. — COMITÉ DE COGNAC (Station viticole. Séance du 21 mars 1875). Expose des expériences faites à Cognac et des résultats obtenus par M. Max. Cornu et M. Mouillefert. In-4; 1875. 1 fr.

XII. — DUMAS, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Note sur la composition et les propriétés physiologiques des produits du goudron de houille.** In-4; 1875. . . . . 50 c.

XIII. — DUCLAUX, Professeur à la Faculté des Sciences de Lyon. — **Études sur la nouvelle Maladie de la Vigne dans le sud-est de la France.** In-4, avec une planche représentant, coloriés en rouge, les pays vignobles atteints par le Phylloxera en 1874. . . . . 75 c.

XIV. — BOULEY, Membre de l'Institut. — **Rapport** sur les réclamations dont a été l'objet le décret relatif à l'importation en Algérie des plants d'arbres fruitiers ou forestiers venant de France. In-4; 1875. . . . . 75 c.

XV. — DUMAS, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, et Max. CORNU. — **Instruction pratique sur les moyens à employer pour combattre le Phylloxera, et spécialement pendant l'hiver.** In-4; 1876. . . . . 75 c.

XVI. — MILLARDET, *Délégué de l'Académie*. — **Études sur les Vignes d'origine américaine qui résistent au Phylloxera.** In-4; 1876. . . . . 2 fr.

XVII. — GIRARD (Maurice), *Délégué de l'Académie*. — **Indications générales sur les vignobles des Charentes**; avec 3 planches représentant, teintes en rouge, les portions du territoire des Charentes où le Phylloxera a été reconnu à la fin de chacune des années 1872, 1873 et 1874. In-4; 1876. 2 fr. 50 c.

XVIII. — CORNU (Maxime) et MOUILLEFERT, *Délégués de l'Académie*. — **Expériences faites à la station viticole de Cognac dans le but de trouver un procédé efficace pour combattre le Phylloxera.** In-4; 1876 . . . . . 5 fr.

XIX. — AZAM, Docteur en Médecine. — **Le Phylloxera dans le département de la Gironde.** In-4, avec une grande planche représentant, au moyen de teintes noires, rouges et bleues, l'état du fléau en 1873 et son développement en 1874 et en 1875; 1876. . . . . 75 c.

XX. — BALBIANI. — **Sur l'éclosion de l'œuf d'hiver du Phylloxera de la Vigne.** In-4; 1876. (*Voir* n° XXIII.)

XXI. — **Extraits des Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences de l'Institut de France.** (Séances des 2 novembre 1875 et 2 juillet 1876). . . . . 1 fr.

Sommaire : Sur la parthénogénèse du Phylloxera comparée à celle des autres Pucerons; par M. Balbiani. — Résultats obtenus, au moyen du sulfocarbonate de potassium, sur les vignes phylloxérées de Mézel, par M. Aubergier. — Observations sur la lettre de M. Aubergier; par M. Dumas. — Sur le mode d'emploi des sulfocarbonates, par M. J.-B. Jaubert. — Etat actuel des vignes soumises au traitement du sulfocarbonate de potassium depuis l'année dernière; par M. P. Mouillefert. — Résultats obtenus à Cognac avec les sulfocarbonates de sodium et de baryum appliqués aux vignes phylloxerées; par M. P. Mouillefert. — Experiences relatives à la destruction du Phylloxera; par M. Marion.

XXII. — BOUTIN (aîné), *Délégué de l'Académie*. — **Études d'analyses comparatives sur la vigne saine et sur la vigne phylloxérée.** In-4; 1877. . . . . 1 fr.

XXIII. — BALBIANI, Délégué de l'Académie des Sciences, Professeur au Collége de France. — **Mémoires sur le Phylloxera**, présentés à l'Académie des Sciences, en 1876. In-4; 1876. . . . 2 fr.

Sommaire : Sur l'éclosion prochaine des œufs d'hiver du Phylloxera (mars 1876). — Sur l'éclosion de l'œuf d'hiver du Phylloxera (avril 1876). — Sur la parthénogénèse du Phylloxera comparée à celle des autres Pucerons. — Nouvelles observations sur le Phylloxera du chêne comparé au Phylloxera de la vigne. — Remarques au sujet d'une Note récente de M. Lichtenstein sur la reproduction des Phylloxeras. — Recherches sur la structure et sur la vitalité des œufs du Phylloxera.

XXIV. — DUCLAUX, Professeur à la Faculté des Sciences de Lyon, délégué de l'Académie. — **Études sur la nouvelle Maladie de la Vigne dans le sud-est de la France.** Pays vignobles atteints par le Phylloxera en 1875 et 1876. In-4, avec 2 planches; 1876. . . . . 1 fr. 25 c.

XXV. — **COMMISSION DU PHYLLOXERA. — Avis sur les mesures à prendre pour s'opposer à l'extension des ravages du Phylloxera.** In-4; 1877. . . . . 75 c.

XXVI. — CORNU (Maxime), *Délégué de l'Académie*. — **Études sur le Phylloxera vastatrix.** In-4 de 338 pages, avec 24 planches en couleur. 1878 . . . . . 10 fr.

INSTITUT DE FRANCE. — Instruction sur les paratonnerres, adoptée par l'Académie des Sciences (Ire Partie, 1823, par *Gay-Lussac*. — IIe Partie, 1854, par M. *Pouillet*. — IIIe Partie, 1867, par M. *Pouillet*). In-18 jésus, avec 58 figures dans le texte et une planche; 1874. . . . . 2 fr. 50 c.

PRÉFECTURE DE LA SEINE. — Assainissement de la Seine. Épuration et utilisation des eaux d'égoût, 4 beaux volumes in-8 jésus; avec 17 pl., dont 10 en chromolithographie; 1876-1877. 26 fr.

PRÉFECTURE DE LA SEINE. — Assainissement de la Seine. Épuration et utilisation des eaux d'égoût. — Rapport de la Commission d'études chargée d'étudier les procédés de culture horticole à l'aide des eaux d'égout. In-8 jésus avec pl.; 1878. . . . . 1 fr. 50

RAPPORT DE LA COMMISSION D'ÉTUDES chargée d'étudier l'influence exercée dans la presqu'île de Gennevilliers par l'irrigation en eau d'égoût, sur la valeur vénale et locative des terres de culture. In-8 jésus avec 3 planches en chromolithographie; 1878 . . . . . 3 fr.